

الرياضيات

الصف الثامن - دليل المعلم

الفصل الدراسي الثاني

8

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيساً)

نور محمد حسان

هبة ماهر التميمي

محمد فؤاد عمارنة

إبراهيم أحمد عمايرة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📱 @nccdjo 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قررت وزارة التربية والتعليم استخدام هذا الدليل في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناء على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج في جلسته رقم (2024/1)، تاريخ 2024/2/6 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2024/14) تاريخ 2024/2/26 م بدءاً من العام الدراسي 2024 / 2023 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2023.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 415 - 6

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/810)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الصف الثامن: الفصل الدراسي الثاني / المركز الوطني لتطوير المناهج - عمان: المركز، 2023
(263) ص.

ر.إ.: 2023/2/810

الوصفات: / الرياضيات / الأدلة / المعلمون / أساليب التدريس / التعليم الاعدادي /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعتبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

التحرير اللغوي: محمد صالح شنيور

التصميم الجرافيكي: راكان محمد السعدي

التحكيم التربوي: أ. د. خالد محمد أبو اللوم

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1444 هـ / 2023 م

الطبعة الأولى (التجريبية)

المقدمة

يسرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أن يُقدِّم للمُعَلِّمين والمُعَلِّمات دليل المُعَلِّم للصف الثامن، آملاً أن يكون لهم مُرشدًا وداعمًا في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعَلِّم على جميع المصادر التي تُلزم المُعَلِّم / المُعَلِّمة، بدءًا بالنسخ المُصَغَّرة من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومسائل؛ ما يُغني عن حمل هذين الكتابين إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشار إليها في الدروس، ويُمكن للمُعَلِّم / للمُعَلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهد إعداد هذه الأوراق. استُهلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان «أهلاً بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة»، وتعرض العناصر الرئيسة في كلٍّ من كتابي الطالب والتمارين ودليل المُعَلِّم، وتُبيِّن النهج المُعتمد في كلٍّ منها بطريقة مُبسَّطة؛ لذا يجدر بالمُعَلِّم / المُعَلِّمة قراءة هذه الصفحات بتركُّزٍ وتدبُّرٍ قبل البدء باستعمال الدليل.

روعي في إعداد الدليل تقديم خطة واضحة لسير الدرس، بدءًا بمرحلة التمهيد، ومرورًا بمراحل الاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشادات تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر، فضلاً عن الأخطاء المفاهيمية الشائعة والإرشادات التي تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على حول كيفية معالجتها.

يُقدِّم الدليل أيضًا مقترحات لتنويع التعليم تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التعامل مع الطلبة كافةً، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجامًا مع الاتجاهات الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدِّم الدليل نتائج التعلُّم السابق ونتائج التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلاً عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسبة، تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّم الحالي. يضاف إلى ذلك أنَّ تعرُّف المُعَلِّم / المُعَلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي سوف يدرسها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر له/ لها تصوُّرًا كافيًا عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دقَّةً.

ونحن إذ نُقدِّم هذا الدليل، فإنَّا نُؤمِّل أن ينال إعجاب زملائنا وزميلاتنا من المُعَلِّمين والمُعَلِّمات ويكون خير معين لهم/ لهن، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً.

38A.....	الوحدة 6 أنظمة المعادلات الخطية
38B.....	مخطط الوحدة
38.....	نظرة عامة على الوحدة
39.....	مشروع الوحدة: الأشجار سريعة النمو
39A.....	نشاط الاستعداد للوحدة
40.....	الدرس 1 حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا
	معمل برمجية جيوجيبرا:
47.....	تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا
	الدرس 2 حل نظام من معادلتين
48.....	خطيتين بالتعويض
56.....	الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف
66.....	اختبار نهاية الوحدة
67A.....	كتاب التمارين
67C.....	ملحق الإجابات

a-j.....	أهلا بك في مناهج الرياضيات المطورة
6A.....	الوحدة 5 المتباينات الخطية
6B.....	مخطط الوحدة
6.....	نظرة عامة على الوحدة
7.....	مشروع الوحدة: درجات الغليان والانصهار
7A.....	نشاط الاستعداد للوحدة
8.....	الدرس 1 كتابة المتباينات وتمثيلها
15.....	الدرس 2 حل المتباينات بالجمع والطرح
22.....	الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة
29.....	الدرس 4 حل المتباينات متعددة الخطوات
36.....	اختبار نهاية الوحدة
37A.....	كتاب التمارين
37C.....	ملحق الإجابات



قائمة المحتويات

الوحدة 8 المثلثات المتطابقة 114A

114B مخطط الوحدة

114 نظرة عامة على الوحدة

115 مشروع الوحدة: الأشكال ثلاثية الأبعاد

115A نشاط الاستعداد للوحدة

116 **الدرس 1** رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد

124 **الدرس 2** المقاطع والمجسمات الدورانية

132 **الدرس 3** حجم الكرة ومساحة سطحها

140 اختبار نهاية الوحدة

141A كتاب التمارين

141D **ملحق الإجابات**

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات 142A

142B مخطط الوحدة

142 نظرة عامة على الوحدة

143 مشروع الوحدة: جمع البيانات، وتحليلها

143A نشاط الاستعداد للوحدة

144 **الدرس 1** الربيعيات

154 **الدرس 2** اختيار التمثيل الأنسب

161 **الدرس 3** عد النواتج

166 **الدرس 4** احتمال الحوادث المركبة

172 اختبار نهاية الوحدة

173A كتاب التمارين

173D **ملحق الإجابات**

A1–A20 أوراق المصادر

الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد 68A

68B مخطط الوحدة

68 نظرة عامة على الوحدة

69 مشروع الوحدة: المنساح

69A نشاط الاستعداد للوحدة

70 **الدرس 1** إثبات توازي المستقيمتين وتعامدها

77 **الدرس 2** متوازي الأضلاع

84 **الدرس 3** تمييز متوازي الأضلاع

91 **الدرس 4** حالات خاصة من متوازي الأضلاع

99 **الدرس 5** تشابه المثلثات

106 **الدرس 6** التمدد

112 اختبار نهاية الوحدة

113A كتاب التمارين

113D **ملحق الإجابات**



أهلاً بك

في مناهج الرياضيات المطورة



عزيزي المُعلِّم / عزيزتي المُعلِّمة، يسرُّنا في هذه المُقدِّمة أن نُبيِّن الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المُطوَّرة بطريقة مُبسَّطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المُعلِّم، التي تتجلى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. ونحن إذ نعرض هذه المُقدِّمة فإننا نأمل أن تكون مُعينةً على فهم كيفية استعمال المناهج المُطوَّرة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل الغرفة الصفية، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المُقدِّمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
 2. أنواع التقويم، وأدواته.
 - التقويم القبلي.
 - التقويم التكويني.
 - التقويم الختامي.
 3. بعض استراتيجيات التعلُّم:
 - التعلُّم القائم على المشاريع.
 - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
 - الخطوات الأربع لحلَّ المسألة (خطة حلَّ المسألة).
 - التعلُّم بالاستكشاف.
 4. مهارات التفكير العليا.
 5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
 6. الوصول إلى الطلبة كافة.
 7. مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي.
 - مصادر التعلُّم المُيسَّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي.
 - إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية.
- وفي نهاية هذه المُقدِّمة، توجد بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعاً، ومُعينةً عند التخطيط لتقديم الدروس.

1 خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:

يُقدّم هذا الدليل خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعد على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

تهدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون ذكر لأي من أفكاره، وتوجد في هذا الدليل مقترحات تعين على تقديم التهيئة بنجاح في بند (التهيئة). قد يحوي هذا البند نشاطاً مبنياً على معرفة الطلبة السابقة؛ لذا يُمكن أثناء هذه المرحلة رصد بعض الأخطاء المفاهيمية وتصحيحها قبل بدء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعين عليك في هذه المرحلة أداء دور تيسير التعلم، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشاف) من كتاب الطالب، ومنحهم وقتاً كافياً لدراساتها والتفكير فيها، ثم الطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة المقترحة في بند (الاستكشاف) من هذا الدليل. ليس شرطاً أن يتمكن الطلبة من الإجابة عن هذه الأسئلة بصورة صحيحة؛ لذا يتعين عليك تقبل الإجابات، ثم النظر فيها لاحقاً بعد انتهاء الدرس، والتحقق من صحتها، علماً بأن تمارين بعض الدروس تُحيل الطلبة إلى المسألة في بند (استكشاف)؛ لحلّها في نهاية الدرس.

من المُتوقع أن تؤدي مرحلة (الاستكشاف) إلى حدوث حالة من عدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبدأ مرحلة (التعلم) في إعادة التوازن لديهم؛ للتمكن من تكوين خبرات مشتركة مُحددة تساعد على إدراك المفاهيم، وإتقان العمليات والمهارات. تستغرق هذه المرحلة كثيراً من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقرات الشرح، وأمثلة الدرس جميعها؛ لذا يتعين الاستعانة بالإرشادات الواردة في بند (التدريس) من هذا الدليل؛ للتمكن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.

4 / التدريب

في هذه المرحلة، يتدرَّب الطلبة على أنواع مختلفة من المسائل المجرَّدة والمسائل الحياتية في بند (أُتدرَّب وأُحلُّ المسائل) وبند (مهارات التفكير العليا) داخل الغرفة الصفية؛ لترسيخ المفاهيم الجديدة، وزيادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمل الطلبة هذه المرحلة في المنزل، وكذلك التدريبات والمسائل الواردة في الصفحة المُقابِلة للدرس في كتاب التمارين.

5 / الإثراء

تُعَدُّ توسعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأساس لهذه المرحلة، ويتمثل ذلك في إشراك الطلبة في مهام تنضمّن مفاهيم وعمليات أوسع وأكثر عمقًا. تُوفّر مناهج الرياضيات المُطَوَّرَة مصادر عدّة لإثراء الطلبة ذوي المستوى فوق المُتوسّط، منها بند الإثراء في هذا الدليل، الذي يحوي مسألة، أو نشاطًا صفيًّا، أو نشاطًا حاسوبيًّا، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

6 الختام

هي المرحلة الأخيرة من مراحل تقديم الدرس، وتهدف إلى تجميع الأفكار المختلفة التي تضمّنها الدرس، ثم عرضها بصورة مترابطة، فضلاً عن اشتغالها على مقترحات تساعد على تقديم هذه المرحلة بنجاح.

أنواع التقويم وأدواته:

2

التقويم جزء لا يتجزأ من عملية التعلم؛ فهو يواكب جميع خطواتها، ويضمن استمرارها وصولاً إلى تحقيق الهدف. يُعرّف التقويم بأنه عملية تُستعمل فيها معلومات من مصادر مُتعددة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراسي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المُطوّرة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم القبلي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي.**

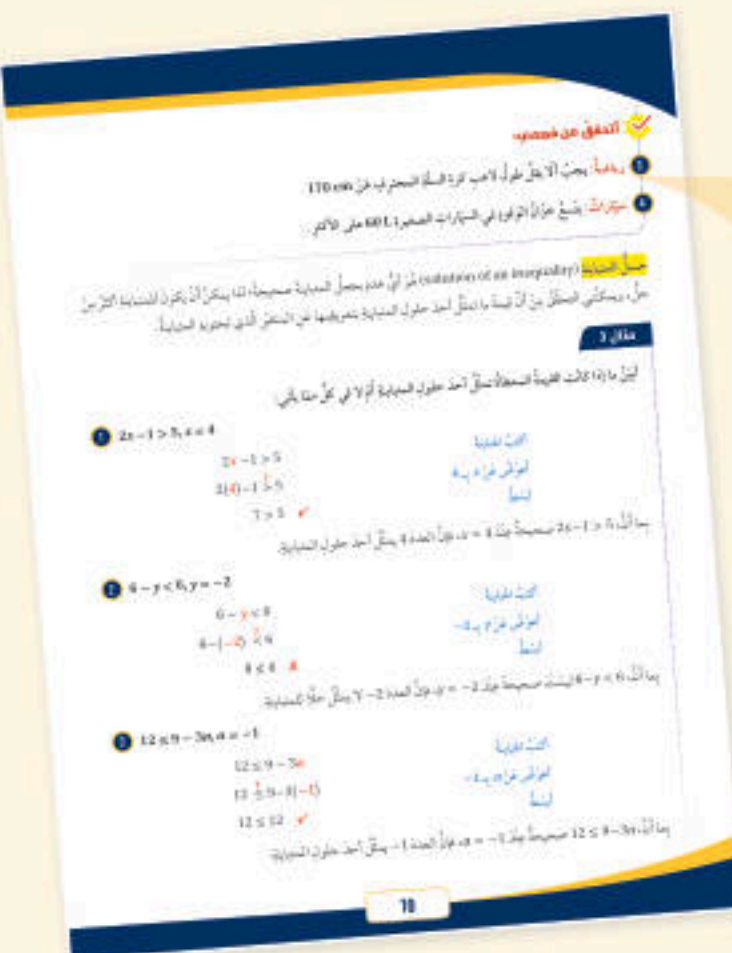
أ التقويم القبلي:

يهدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفة السابقة اللازمة لدراسة الموضوع الجديد؛ ما يساعد على تحديد ما يلزم الطلبة من معالجات تتمثل في مصادر التعلم الإضافية. تحتوي مناهج الرياضيات المُطوّرة على أداة تقويم قبلي في بداية كل وحدة، وهي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).

ب التقويم التكويني:

يحدث هذا النوع من التقويم أثناء عملية التدريس، ويهدف إلى متابعة تعلّم الطلبة أولاً بأول، والتأكد أنّ العملية التعليمية التعلمية تسير في اتجاه تحقيق أهدافها المنشودة، وأنه لا يوجد انحراف عن مسارها؛ ما يساعد على اتخاذ القرارات الصحيحة، مثل: الاستمرار في عملية التدريس، أو التعديل عليها، أو النظر فيها من جديد. أمّا أبرز أدوات التقويم التكويني فهي: الأسئلة الشفوية، والملاحظات غير الرسمية، والاختبارات القصيرة.

تحتوي مناهج الرياضيات المُطوّرة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثل في مسائل بند (أنحقق من فهمي) التي تلي كل مثال.



ج. التعلّم بالاستكشاف.

التعلّم بالاستكشاف نموذج تعليمي يعمل فيه الطلبة على معالجة المعلومات، وتركيبها، وتحويلها، وصولاً إلى معلومات جديدة باستعمال نشاط مفاهيمي يتضمن عمليات الاستقراء، أو الاستنباط، أو أيّ طريقة أخرى. يمتاز هذا النوع من التعلّم بتحفيز الطلبة، وإثارة حماسهم، وزيادة دافعيتهم إلى التعلّم، بما يُوفّر لهم من تشويق أثناء اكتشافهم المعلومات باستعمال الأدوات التكنولوجية، أو المحسوسات، أو غير ذلك.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوّرة الطلبة فرصة لتطبيق هذا النموذج؛ فهي تحوي أنشطة مفاهيمية خاصة تسبق بعض الدروس.



4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحدي قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمّي قدراتهم على التأمل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوّرة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتائج الدرس؛ إذ يحوي بند (مهارات التفكير العليا) عددًا من المسائل ضمن العناوين الآتية:

تبرير: يتطلّب حلّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلّ جميعها.

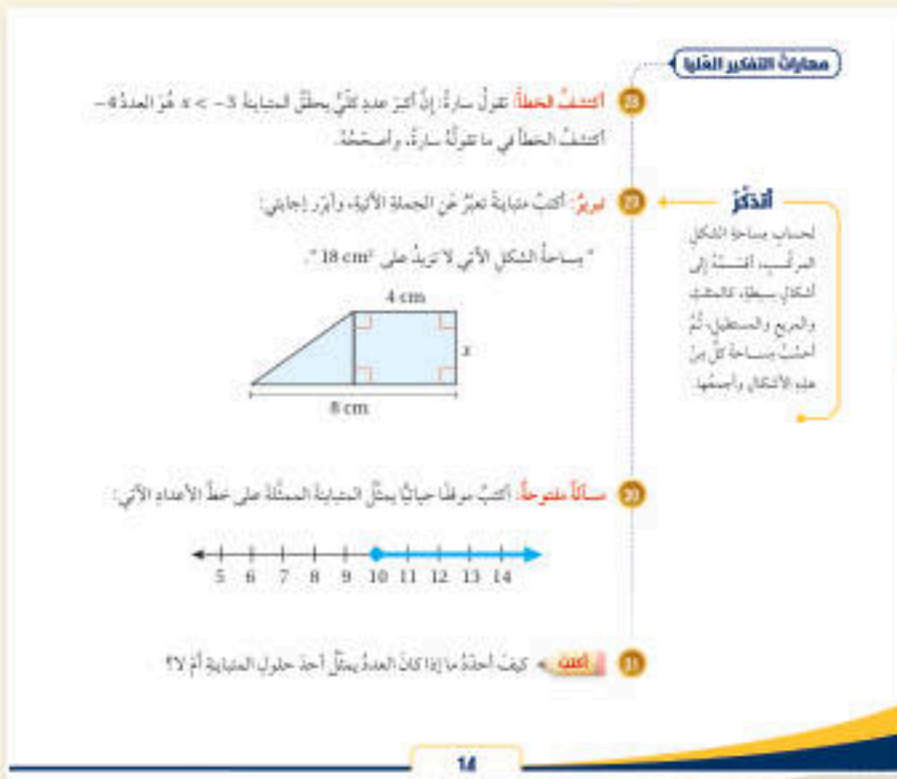
تحدّ: تتضمن هذه المسائل أفكارًا غير مألوفة تُمثّل تحدّيًا للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلًا واحدًا فقط.

اكتشف الخطأ: يتعيّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحثّهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيها مختلف: يتعيّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلّب إليهم كتابة هذه المسألة.





أولاً: مصادر التعلّم المُيسّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي

أ صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين.

يشتمل كتاب التمارين على صفحات تحمل عنوان (أستعد لدراسة الوحدة)، وهي تساعد الطلبة على تذكّر ما درسوه في صف سابق أو صفين سابقين، وتحتوي فقرات يُعالج كلّ منها مفهومًا رياضيًا مختلفًا، يرتبط بدرس مُحدّد في كتاب الطالب.

محيط الدائرة ومساحتها (الدرس 2)

ب أوراق العمل الداعمة

تهدف أوراق العمل الداعمة إلى معالجة المفاهيم الرياضية البسيطة التي تُعدّ أساسًا للتعلّم الحالي، علمًا بأن الطلبة درسوها في صفوف بعيدة زمنيًا عن صفهم الآن.

بُنيت أوراق العمل الداعمة بطريقة مُشابهة لصفحات (أستعد لدراسة الوحدة)؛ تسهيلًا على كلّ من المُعلّمين/ المُعلّمات والطلبة؛ الذين اعتادوا هذا النمط.

ج دليل المعلم

يقدم دليل المعلم في مبحث الرياضيات إرشادات تفصيلية لإجراءات معالجة الفاقد التعليمي في الحصّة الصفّيّة بطريقة تضمن استمرار تدريس الكتاب المدرسي في كل حصّة؛ بوصفه مصدرًا أساسيًا للتعلّم، مع الحرص على تمكين الطلبة جميعهم وبمختلف مستوياتهم من اللحاق بالتعلّم الحالي في أسرع وقت ممكن.



أمسح الرمز المجاور للحصول على نسخة إلكترونية من كتب أوراق العمل الداعمة.



ثانيًا: إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية

- يحدد المعلم/ المعلمة من كُتِبَ أوراق العمل الداعمة الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة القادمة، ويطلب إليهم جميعًا حلها واجبًا منزليًا بوصفه اختبارًا تشخيصيًا؛ لغايات تقييم الطلبة وتحديد مستوياتهم واحتياجاتهم.

- في الدقائق العشر الأولى من الحصة التالية، يتجول المعلم/ المعلمة بين الطلبة؛ لتحديد الفقرات التي أظهرت حاجتهم إلى التحسين فيها، ويشاركهم بمناقشة الأمثلة المحولة في تلك الفقرات على اللوح، ثم يطلب إليهم حل التدريبات المرتبطة بتلك الأمثلة.

الوحدة 7

الأشكال ثنائية الأبعاد

استعدّ لدراسة الوحدة

أعزّز معلوماتي بحل التدريبات الآتية، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعن بالمثال لتتعلّم.

إيجاد قياسات زوايا مجهولة باستعمال المستقيمات المتوازية والقاطع (الدرس 1)

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 9 = 75^\circ$ ، فأوجد كلًا مما يلي:

- $m\angle 7$
- $m\angle 5$
- $m\angle 6$
- $m\angle 8$
- $m\angle 11$
- $m\angle 12$

مثال: في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 3 = 133^\circ$ ، فأوجد كلًا مما يلي:

- $m\angle 5$
 $m\angle 5 = 133^\circ$ (زاوية متبادلة)
- $m\angle 2$
 $m\angle 2 = 133^\circ$ (زاوية متبادلة)
- $m\angle 2$
 $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$
 $m\angle 2 + 133^\circ = 180^\circ$
 $m\angle 2 = 47^\circ$ (زاوية متبادلة)
- $m\angle 8$
 $m\angle 8 + m\angle 3 = 180^\circ$
 $m\angle 8 + 133^\circ = 180^\circ$
 $m\angle 8 = 47^\circ$ (زاوية متبادلة)

الوحدة 9

الإحصاء والاحتمالات

استعدّ لدراسة الوحدة

أعزّز معلوماتي بحل التدريبات الآتية، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعن بالمثال لتتعلّم.

القيمة المتوسطة (الدرس 1)

أوجد القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات مما يلي، وأصفّ الزماني الوسط الحسابي.

- 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100
- 15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14
- 1.2, 2.3, -0.8, 0.8, 7.9, 0.2, 6, 1.7, 3.2

مثال: أوجد القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات مما يلي، وأصفّ الزماني الوسط الحسابي.

- 93, 81, 94, 83, 89, 92, 94, 89
- 1.19, 3.82, 1.85, 0.9, 2.1, 1.98, 1.95, 2.2

- بعد ذلك يوجّه المعلم/ المعلمة الطلبة جميعهم إلى الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة الحالية من صفحات (استعدّ لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين، ثم حلّ تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية، تحت إشرافه وبمتابعته الحثيثة.

- يتجول المعلم/ المعلمة بين الطلبة لمتابعتهم في أثناء الحلّ، وفي حال واجهتهم صعوبة في الحلّ يتم توجيههم إلى الاسترشاد بالمثال المعطى. وإذا أنهى الطلبة ذوو المستويين المتوسط وفوق المتوسط الحلّ، يُطلب إليهم مساعدة زملائهم/ زميلاتهم من ذوي المستوى دون المتوسط؛ تجسيدًا لأسلوب التعلّم بالأقران.

استراتيجيات تدريس إضافية

عزيزي المُعلِّم / عزيزتي المُعلِّمة، تساعد مناهج الرياضيات المُطوَّرة على تطبيق أحدث استراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر مُنظَّمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في هذا الدليل، علماً بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لك؛ إذ يُمكن لك اختيار طرائق التدريس المناسبة داخل الغرفة الصفية؛ فأنت أكثر علماً بأحوال الغرفة الصفية، والوسائل والتجهيزات المتوافرة في المدرسة.

في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعد على تقديم الدروس:

التعلُّم المقلوب (Flipped Learning):

تُسهِّم هذه الاستراتيجية في تعزيز مهارات التعلُّم الذاتي، واستثمار وقت الحصة الصفية بفاعلية، والتركيز على المحتوى والمفاهيم العلمية بصورة مُكثَّفة. وهي تتيح للمُعلِّم / للمُعلِّمة إعداد الدروس، وإطلاع الطلبة عليها مُقدِّماً باستعمال التقنيات الحديثة وشبكة الإنترنت؛ إذ يُمكن بها إرسال ما هو مطلوب إلى الطلبة من مقاطع مرئية (فيديو)، وملفات صوتية، وغير ذلك من الوسائط، ثم الطلب إليهم الاطلاع عليها في المنزل قبل وقت كافٍ من عرضها في غرفة الصف، عن طريق الوسائل المتوافرة لديهم، مثل: جهاز الحاسوب، والهاتف المحمول، والجهاز اللوحي. ومن ثَمَّ، يتعيَّن على المُعلِّم / المُعلِّمة إعداد أنشطة مُتنوعة لتنفيذها في اللقاء الصفّي؛ تطبيقاً للمفاهيم التي اكتسبها الطلبة، ومناقشة المحتوى العام للدرس. وتشمل هذه الأنشطة التعلُّم النشط، والاستقصاء، والتجريب، وحلّ المسائل الرياضية؛ ما يُعزِّز مهارات العمل بروح الفريق، ويساعد على تقييم عملية التعلُّم.

بطاقة الخروج (Exit Ticket):

أسلوب يتضمَّن مهمة قصيرة يُنفِّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجيب الطلبة عن أسئلة قصيرة مُحدَّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة. بعد ذلك يتعيَّن على المُعلِّم / المُعلِّمة جمع البطاقات لقراءة الإجابات، ثم التعليق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثِّل تغذية راجعة يُستند إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت) (Hand Up):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف. وفيه يتعيَّن على المُعلِّم / المُعلِّمة رفع اليد، فيستجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشتهم فوراً. تُعدُّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. تجدر الإشارة إلى أنَّ رفع اليد يجب أن يُقابَل باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المرقَّمة (Numbered Heads):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف، وتوزيع المسؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشوائي لمشاركاتهم وإجاباتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعند طلب المُعلِّم / المُعلِّمة الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، يختار الفرد رقمًا من دون أن يعرف زميله / زميلتها، فيجيب مَنْ يقع عليه / عليها الاختيار عن السؤال، وقد يتم ذلك بمساعدة أفراد المجموعة.

أنا أفكر، نحن نُفكر (I Think, We Think):

أسلوب يُستعمل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعدُّ كل مجموعة ورقة تتضمَّن جدولاً من عمودين؛ عنوان الأول: (أنا أفكر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكر). ثم يُمكن للمُعلِّم / للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأول، ثم يُناقش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمل التغيُّر في تفكيرهم نتيجة التحدُّث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة (Small Boards):

أسلوب يُستعمل للتقويم. وفيه يُمسك كل طالب / طالبة بلوح صغير (يُمكن أن يُصنَّع من قطعة كرتون مقوَّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطباشير، أو قطعة كرتون عليها لاصق شفاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم يُمكن للمُعلِّم / للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ للتمكُّن من مشاهدة الإجابات بسهولة. يُسهِّم هذا الأسلوب في زيادة مشاركة الطلبة؛ لأنَّهم يجيئون جميعاً في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهِّم أيضاً في التقويم التكويني؛ إذ يُمكن للمُعلِّم / للمُعلِّمة ملاحظة نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			- ورقة المصادر 1 - ورقة المصادر 2 - ورقة المصادر 3	1
الدرس 1: كتابة المتباينات وتمثيلها	- تعرف المتباينات. - التعبير عن جملة لفظية بمتباينة. - تمثيل المتباينات على خط الأعداد.	المتباينة. حل المتباينة.	- ألواح صغيرة. - ورقة المصادر 4	3
الدرس 2: حل المتباينات بالجمع والطرح	تمثيل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحل على خط الأعداد.	متباينة مكافئة.	ألواح صغيرة.	4
الدرس 3: حل المتباينات بالضرب والقسمة	حل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.		ألواح صغيرة.	1
الدرس 4: حل المتباينات متعددة الخطوات	حل المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.		- ألواح صغيرة. - ورقة المصادر 5	3
عرض نتائج مشروع الوحدة				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة			- جهاز حاسوب. - شبكة الإنترنت.	1
المجموع				14 حصة

تهيئة الوحدة

الوحدة
5

المتباينات الخطية

ما أهمية هذه الوحدة؟

للمتباينات أهمية كبيرة في حياتنا اليومية، ويمكنُ عن طريقها التعبيرُ عن الحدِّ الأقصى والأدنى لكثيرٍ من المواقف، فمثلاً تحدّد إدارة السير الحدَّ الأقصى للسرعة المسموح بها على الطرق؛ للحدِّ من الحوادث المرورية، وتقليل الأثر البيئي لحركة المرور ومن ضوضاء السيارات والانبعاثات.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة المتباينات الخطية بمتغير واحد، وسيتعلمون تمثيلها على خطّ الأعداد.

وسيتعلم الطلبة أيضاً حلّ المتباينات الخطية بمتغير واحد باستعمال خصائص الجمع والطرح، إضافة إلى حلّها باستعمال خصائص الضرب والقسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة كيفية حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تعرّف مفهوم المتباينة.
- حلّ متباينات خطية بمتغير واحد بخطوة واحدة، وتمثيل حلّها على خطّ الأعداد.
- حلّ متباينة خطية بمتغير واحد بأكثر من خطوة، وتمثيل حلّها على خطّ الأعداد.

تعلمت سابقاً:

- ✓ المقارنة بين الأعداد الحقيقية، وترتيب مجموعة منها تنازلياً أو تصاعدياً.
- ✓ تعيين قيم على خطّ الأعداد، واستعماله في إجراء عمليات حسابية عليها.
- ✓ حلّ معادلات خطية بمتغير واحد.

الترباط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حلّ معادلات خطية بمتغير واحد من خطوتين تحتوي على الأقل متغيرات في طرفيها.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلب حلّها خطوتين، وحلّها بأكثر من طريقة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

الصف الثامن

- تعرّف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.
- حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.
- حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

الصف التاسع

- حلّ متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و) أو (أو)، وتمثيل مجموعة حلّها على خطّ الأعداد.
- التعبير عن المتباينات المركبة باستعمال الفترات.
- حلّ متباينات القيمة المطلقة.
- تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة عن المتباينات وحلّها، في إيجاد درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صلبة أو سائلة أو في حالة غليان.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كلّ درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبن للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبن للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كلّ مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلّب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حلّ المشكلات.



مشروع الوحدة: درجات الغليان والانصهار

4 أضيف عموداً إلى الجدول؛ لأكتب فيه متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المادة سائلة.

5 استعمل المعادلة $C = \frac{5(F-32)}{9}$ لكتابة المتباينات التي في الجدول باستعمال درجات الحرارة الفهرنهايتية، حيث C تمثل درجة الحرارة بالتلسيوس و F تمثل درجة الحرارة بالفهرنهايت، ثمّ أحلّ هذه المتباينات وأمتلأها على خطّ الأعداد.

6 أبحث في شبكة الإنترنت عن درجات غليان كلّ من المواد التي اخترتها سابقاً، ثمّ أضيف عموداً إلى الجدول وأكتب فيه درجات الغليان بالتلسيوس.

7 استعمل المعادلة الواردة في النقطة 5 لكتابة متباينات لدرجات الغليان بالفهرنهايت، ثمّ أحلّها وأمتلأ حلّها على خطّ الأعداد.

8 أعدّ عرضاً تقديمياً يتضمن المواد التي اخترتها، وصورة لكل منها، والجدول الذي أعدته.

عرض النتائج:

• أقدم أمام طلبة صفّي العرض التقديمي الذي أعدته، مع توضيح الفرق بين درجات الانصهار والغليان.

أستعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي سنوظف فيه المتباينات؛ لنجد درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صلبة أو سائلة أو في حالة الغليان.

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أبحث في شبكة الإنترنت عن درجات انصهار مجموعة من المواد ضمن الشروط الآتية:
 - مادة درجة انصهارها سالبة.
 - مادتان درجتا انصهارهما أكثر من 100°C وأقل من 2000°C .
 - مادتان درجتا انصهارهما أكثر من 2000°C .

2 أنشئ جدولاً أكتب فيه أسماء المواد ودرجات انصهار كلّ منها بالتلسيوس.

اسم المادة	درجة الانصهار $^{\circ}\text{C}$

3 أضيف عموداً إلى الجدول؛ لأكتب فيه متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المادة صلبة.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تحديد درجات الانصهار لمجموعة من المواد وفق الشروط المطلوبة.			
2	كتابة متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صلبة.			
3	كتابة متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد سائلة.			
4	كتابة المتباينات باستعمال درجات الحرارة الفهرنهايتية، ثمّ حلّها.			
5	التعاون والعمل بروح الفريق.			
6	إعداد المشروع في الوقت المحدّد.			
7	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

هدف النشاط:

- تذكير الطلبة برموز المتباينة.
- تذكير الطلبة بمقارنة الأعداد الصحيحة.

خطوات العمل:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل فرد في المجموعة بنسخة من ورقة المصادر 1: شبكة المتباينات، وورقة المصادر 2: بطاقات الأعداد (من 10- إلى 10).
- أطلب إلى المجموعات قصّ بطاقات الأعداد واخلطها جيّداً، ووضعها أمامهم مقلوبة.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة سحب بطاقة من مجموعة بطاقات الأعداد، ووضعها في أحد مربعات الشبكة.
- أطلب إليه تكرار الخطوة السابقة حتى تمتلئ المربعات الأربعة في الشبكة بالأعداد.
- يكسب الفرد نقطة إذا كانت المتباينة الناتجة صحيحة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يفوز من يحصل على 5 نقاط أولاً.

التكّيف: إذا واجه الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في مقارنة الأعداد السالبة والموجبة، فيمكن تزويدهم بورقة المصادر 3: خط أعداد (من 20- إلى 20)، لمساعدتهم في عملية المقارنة.

توسعة: يمكن استعمال أعداد نسبية بدلاً من الأعداد الصحيحة في النشاط للطلبة المتميزين.

نتائج الدرس:

- تعرّف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خط الأعداد.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلاً لمتباينة خطية بمتغير واحد.
- كتابة متباينة معطى تمثيلها على خط الأعداد.

نتائج التعلم القبلي:

- التعبير عن جملة لفظية بمقدار جبري.
- إيجاد قيمة مقدار جبري عند قيمة معطاة.
- التعبير عن جملة لفظية بمعادلة.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلاً لمعادلة أم لا.
- تمثيل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 4: لعبة التعويض، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات التوفيق بين بطاقة كلّ مقدار جبري وناتج تعويض قيمة x في هذا المقدار الجبري، ثم ربطهما بمشبك ورقي.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثم أخلطها جيّداً.

استكشف



ترصد كاميرا سرعة السيارات في أحد الشوارع، ومن تزيّد سرعته على 90 km/h يعاقب بمخالفة مرورية، ما الجملة الرياضية التي تعبّر عن الحد الأقصى للسرعة المسموح بها في هذا الشارع؟

فكرة الدرس

أعرّف المتباينة، وأمثلةها على خط الأعداد.

المصطلحات

المتباينة، حل المتباينة

المتباينة (inequality): جملة رياضية تقارن بين مقدارين، وتشمل أحد الرموز $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

رموز المتباينات				
الرمز	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
بالكلمات	أصغر من	أكبر من	أصغر من أو يساوي	أكبر من أو يساوي
	يقل عن	يزيد على	أقل من أو يساوي	أكثر من أو يساوي
	أقل من	أكثر من	على الأكثر	على الأقل
			لا يزيد على	لا يقل عن

مثال 1

اكتب متباينة تمثل كلّ جملة مما يأتي:

2 عدد مطروح منه 4 أكبر من 120

المتغير: ليكن h يمثل العدد.

المتباينة: $h - 4 > 120$

4 عدد طلبة صفّي لا يقل عن 20

المتغير: ليكن n يمثل عدد طلبة صفّي.

المتباينة: $n \geq 20$

1 عدد أصغر من 15

المتغير: ليكن a يمثل العدد.

المتباينة: $a < 15$

3 كتلي أقل من أو تساوي 48 kg

المتغير: ليكن w يمثل كتلي.

المتباينة: $w \leq 48$

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
« من شاهد منكم كاميرا مرورية؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
« ما الحد الأقصى للسرعة في الشارع الوارد في المسألة؟ **90 km/h** »
« ما السيارات التي ستعاقب بمخالفة مرورية؟ **السيارات التي تزيد سرعتها على 90 km/h** »
« ما الجملة الرياضية التي تعبر عن الحد الأقصى للسرعة المسموح بها في هذا الشارع؟ »
• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟ »
« من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟ »
• أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول:
"لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال مرة أخرى، وأعززه / أعززها كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

- أوضح للطلبة مفهوم المتباينة، وأوضح لهم الرموز المستعملة في التعبير عن المتباينات، وأكتبها على اللوح.
- أوضح للطلبة أن لكل رمز من رموز المتباينات دلالات لفظية، ثم أبين لهم هذه الدلالات، بالاستعانة بالجدول الوارد في كتاب الطالب، ثم أوضح لهم أنه يمكن تحويل الجمل اللفظية التي تحوي هذه الدلالات إلى متباينات.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأوضح لهم أهمية تحديد المتغير الذي يمثل المجهول في الجملة أولاً، ثم تحديد الدلالة اللفظية على رمز المتباينة؛ تمهيداً لكتابة المتباينة التي تمثل الجملة.

✓ **إرشاد:** أطلب إلى الطلبة إعادة صياغة الجمل في المثال 1 بحيث يبقى لها المعنى الرياضي نفسه.

مثال: يمكن إعادة صياغة جملة: "عدد طلبة صفي لا يقل عن 20"، إلى الجملة: "عدد طلبة صفي أكبر من أو يساوي 20".

المفاهيم العابرة للمواد

أكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (استكشف)، أعزز الوعي المروري لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية التقيد بالحد الأقصى للسرعة؛ لما لذلك من أثر في تقليل حوادث السير، لا سيما أن السرعة الزائدة تتسبب في ثلث حالات الوفاة الناجمة عن حوادث الطرق.

أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة عند التعبير بالرموز عن الدلالة اللفظية "لا يقل عن" بالاكتهاء بالرمز (<) وعدم إضافة إشارة المساواة إلى الرمز، وكذلك الأمر بالنسبة للدلالة اللفظية "لا يزيد على" فيعبرون عنها بالرمز (>) من دون إضافة إشارة المساواة؛ لذا أناقش معهم مزيداً من الأمثلة على هاتين الدالتين.

✓ **أتتحقق من فهمي:**

- 5 عدد أكبر من 100 $x > 100$ 6 عدد مضاف إليه 10 أقل من -36 $b + 10 < -36$ 7 كتلة حقيبي أكبر من أو تساوي 10 kg $a \geq 10$ 8 عدد طلبة مدرستي لا يقل عن 200 طالب $w \geq 200$

يمكن استعمال المتباينات للتعبير عن كثير من المواقف الحياتية.

🌍 **مثال 2: من الحياة**

اكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي:

- 1 **انتخاب:** يحق للمواطن الأردني التصويت في الانتخابات النيابية الأردنية إذا كان عمره لا يقل عن 18 عامًا.



بالكلمات **عمر المواطن لا يقل عن 18**

المتغير **ليكن x يمثل عمر المواطن.**

المتباينة **$x \geq 18$**



- 2 **طيران:** يُسمح لراكب الدرجة السياحية على متن الخطوط الجوية الملكية الأردنية في الرحلة بين عمان وثونس حمل حقيبة واحدة لا تزيد كتلتها على 23 kg

بالكلمات **كتلة الحقيبة لا تزيد على 23**

المتغير **ليكن y يمثل كتلة الحقيبة.**

المتباينة **$y \leq 23$**

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

✓ **التقويم التكويني:**

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجة.

🌍 **مثال 2: من الحياة**

- أوضح للطلبة أهمية المتباينات في الحياة العملية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة الفرع 1 من المثال 2، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي باستعمال جملة بسيطة، ثم أحدد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: عمر المواطن، وأفترض أنه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 2 المثال 2 على اللوح، باتباع الإجراءات نفسها التي نفذتها في الفرع 1.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة التعبير عن موقف حياتي بمتباينة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي المثال 2، أعزز الوعي الوطني والسياسي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية التصويت في الانتخابات النيابية في تكوين حكومة ديمقراطية تستند إلى الإرادة الشعبية.

✓ **أتدقق من فهمي:**

3 **رياضة:** يجب ألا يقل طول لاعب كرة السلة المحترف عن 170 cm $b \geq 170$

4 **سيارات:** يتسع خزان الوقود في السيارات الصغيرة لـ 60 L على الأكثر. $d \leq 60$

حل المتباينة (solution of an inequality) هو أي عدد يجعل المتباينة صحيحة؛ لذا يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل، ويمكنني التحقق من أن قيمة ما تمثل أحد حلول المتباينة بتعويضها عن المتغير الذي تحتويه المتباينة.

مثال 3

أبين ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل مما يأتي:

1 $2x - 1 > 5, x = 4$

$2x - 1 > 5$	أكتب المتباينة
$2(4) - 1 > 5$	أعوض عن x بـ 4
$7 > 5$ ✓	إنط ✓

بما أن، $2x - 1 > 5$ صحيحة عند $x = 4$ ، فإن العدد 4 يمثل أحد حلول المتباينة.

2 $6 - y < 6, y = -2$

$6 - y < 6$	أكتب المتباينة
$6 - (-2) < 6$	أعوض عن y بـ -2
$8 \not< 6$ ✗	إنط ✗

بما أن، $6 - y < 6$ ليست صحيحة عند $y = -2$ ، فإن العدد -2 لا يمثل حلاً للمتباينة.

3 $12 \leq 9 - 3a, a = -1$

$12 \leq 9 - 3a$	أكتب المتباينة
$12 \leq 9 - 3(-1)$	أعوض عن a بـ -1
$12 \leq 12$ ✓	إنط ✓

بما أن، $12 \leq 9 - 3a$ صحيحة عند $a = -1$ ، فإن العدد -1 يمثل أحد حلول المتباينة.

• أوجه للطلبة السؤالين الآتيين:

« ماذا يعني حل المتباينة؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »

« برأيك، هل للمتباينة حل واحد؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »

• أوضح للطلبة مفهوم حل المتباينة، وأوضح لهم أنه يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل، وأبين لهم أنه يمكن التحقق إذا كانت قيمة عددية ما تمثل حلاً للمتباينة أم لا، بتعويضها بدلاً من المتغير في المتباينة.

• ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأبين لهم أنه عند تعويض القيمة المعطاة في المتباينة، فإنه يمكن عد هذه القيمة أحد الحلول إذا حققت المتباينة، وإلا فإنها لا تعد حلاً للمتباينة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بظنهم أن العدد 8 مثلاً يعد حلاً للمتباينة $x < 8$ ؛ لذا أوضح لهم أن العدد الذي يمثل بداية قيم المتباينة لا يعد حلاً إلا إذا احتوت المتباينة على رمز المساواة.

الوحدة 5

✓ **أتدقق من فهمي:**

4 $2s + 5 > 10, s = 3$

تمثل أحد حلول المتباينة.

5 $7 < 1 - 2d, d = 4$

لا تمثل حلًا للمتباينة.

6 $10 \geq 2 - 8k, k = -1$

تمثل أحد حلول المتباينة.

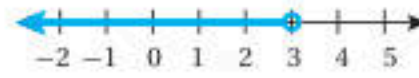
يصعب أحيانًا كتابة القيم جميعها التي تجعل المتباينة صحيحة؛ لذا يمكن تمثيل تلك القيم على خط الأعداد، ويكون ذلك بوضع دائرة مفتوحة (○) أو مغلقة (●) للدلالة على بداية القيم، ثم وضع سهم إلى اليمين أو اليسار؛ لإظهار اتجاه القيم. تُستعمل الدائرة المفتوحة إذا كان رمز المتباينة < أو >، وهذا يعني أن نقطة بداية القيم ليست ضمن حلول المتباينة، أما الدائرة المغلقة فتُستعمل إذا كان رمز المتباينة ≤ أو ≥، وهذا يعني أن نقطة بداية القيم ضمن حلول المتباينة.

مثال 4

أمثل كل متباينة مما يأتي على خط الأعداد:

1 $x < 3$

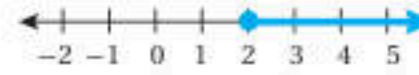
الدائرة المفتوحة تعني أن العدد 3 ليس ضمن حلول المتباينة.



أضع دائرة مفتوحة على العدد 3، ثم أرسم سهمًا باتجاه اليسار.

2 $y \geq 2$

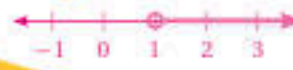
الدائرة المغلقة تعني أن العدد 2 ضمن حلول المتباينة.



أضع دائرة مغلقة على العدد 2، ثم أرسم سهمًا باتجاه اليمين.

✓ **أتدقق من فهمي:**

3 $a > 1$



4 $z \geq -4$



5 $n < -3$



مثال 4

- أوضح للطلبة صعوبة كتابة جميع حلول المتباينة، فقد يكون عدد الحلول لا نهائيًا، ويُستعاض عن ذلك بتمثيل الحلول على خط الأعداد.
- أيسر للطلبة كيفية تمثيل متباينات مختلفة على خط الأعداد، عن طريق مناقشة حل المثال 4 على اللوح.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة تمثيل المتباينات على خط الأعداد.

مثال 5

• أوجه للطلبة السؤال الآتي:

« تعلمنا في المثال السابق تمثيل المتباينة على خط الأعداد، ولكن كيف يمكن تحديد المتباينة الممثلة على خط الأعداد؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »

- أستمع لإجابات الطلبة، ثم أوضح لهم إمكانية تحديد المتباينة من تمثيلها على خط الأعداد، بتحديد نقطة بداية القيم وتحديد ما إذا كانت ضمن الحلول أم لا بملاحظة نوع الدائرة المعطاة، ثم تحديد اتجاه السهم، فإذا اتجه السهم يمينًا فإن الحلول تمثل الأعداد الأكبر من نقطة البداية، وإذا اتجه يسارًا فإن الحلول تمثل الأعداد التي تقل عن نقطة البداية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح.

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 25) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (28 - 30).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

تعلَّستُ في المثال السابق تمثيل متباينة على خط الأعداد، ويمكنني أيضًا تحديد المتباينة من تمثيلها على خط الأعداد.

مثال 5

اكتب المتباينة الممثلة على خط الأعداد في كلِّ مما يأتي:

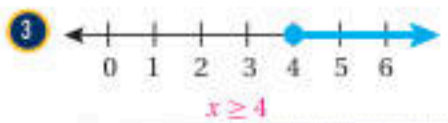


توجد دائرة مفتوحة عند العدد -1 واتجاه السهم إلى اليمين، وهذا يدلُّ على أنَّ حلول المتباينة هي الأعداد الأكبر من -1، وباستعمال المتغير x فإنَّ المتباينة هي: $x > -1$.



توجد دائرة مغلقة عند العدد 4 واتجاه السهم إلى اليسار، وهذا يدلُّ على أنَّ حلول المتباينة هي الأعداد الأقل من أو تساوي 4، وباستعمال المتغير k فإنَّ المتباينة هي: $k \leq 4$.

تحقق من فهمي:



أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ

اكتب المتباينة التي تمثل كلِّ جملةٍ مما يأتي:

- 1 عدد لا يقلُّ عن 6 $x \geq 6$
- 2 عمرُ حنين 7 سنواتٍ على الأكثر. $y \leq 7$
- 3 بعد 3 سنواتٍ من الآن يكونُ عمرُ ديمة 12 سنةً على الأقل. $k + 3 \geq 12$
- 4 طولُ هاشم أقل من 150 cm $d < 150$
- 5 أقصى ارتفاعٍ للسيارات التي تمرُّ تحت هذا الجسر هو 5 m $b \leq 5$
- 6 عددُ مطروحٍ منه 5 أكبر من -8 $w - 5 > -8$
- 7 ثلاثة أمثال عددٍ مضافاً إليه 10 أقل من أو يساوي 7 $3y + 10 \leq 7$

إرشادات:

- في السؤال 28 (اكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بمفهوم (العدد الكلي).
- في السؤال 29 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الإرشاد الخاص بالسؤال لمساعدتهم في حل المسألة.

الوحدة 5

جامعات: يحق للطلاب التقدم للالتحاق بكلية الصيدلة إذا كان معدله في امتحان الثانوية العامة لا يقل عن 80% أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $x \geq 80\%$



علوم: يبدأ الماء بالتحوّل من الحالة السائلة إلى الحالة الصلبة عند درجة حرارة 0°C أو أقل. أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $d \leq 0$

صحة: يحتاج جسم الإنسان إلى 1600 سعرة حرارية يوميًا على الأقل؛ ليقوم بوظائفه الحيوية. أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $n \geq 1600$

أبّر ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل ما يأتي:

11 $3x + 1 > 5, x = 2$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

13 $\frac{8-u}{u} \geq -9, u = -1$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

15 $5r \leq 35, r = 7$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

17 $-5 \div s < -1, s = 10$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

12 $4z + 3 < -6, z = 0$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

14 $18 - n > 4, n = 12$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

16 $\frac{3m}{6} - 2 > 3, m = 8$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

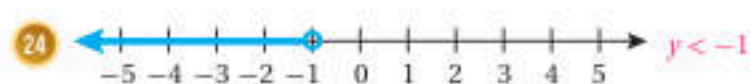
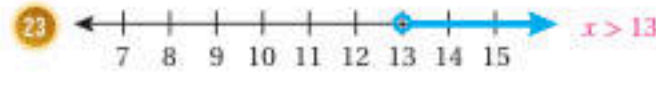
18 $17 > 2y, y = 7$

لا تمثل أحد حلول المتباينة.

أمثل كل متباينة مما يأتي على خط الأعداد:



أكتب المتباينة الممثلة على خط الأعداد في كل ما يأتي:



13

معلومة

درجة التجمّد هي الدرجة التي يصبح السائل عندها صلبًا.

أذكر

اتبع أولويات العمليات الحسابية بعد تعويض القيمة المعطاة.

إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعًا لأدائهم. فمثلاً، قد يكون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

في ما يأتي مجموعة من البطاقات المستعملة في إحدى الألعاب مكتوب عليها معادلات ومتباينات.

$x > 0$ $x < 3$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x = 6$

تشرط اللعبة على اللاعبين خلط البطاقات جيدًا ووضعها مقلوبة إلى الأسفل أمامهم، ثم فتح البطاقات واحدة تلو الأخرى، وترتيبها في صف واحد. تُحتسب النقاط في اللعبة وفقًا للآتي:

« إذا وُجد أي عدد مشترك بين الجملتين على بطاقتين فتُسجّل نقطة، أما إذا لم يكن بينهما عدد مشترك فتُحسّم نقطة، ثم يُحسب المجموع الكلي للنقاط في نهاية السطر، فمثلاً: في ترتيب البطاقات أدناه، ألاحظ أنه لا توجد أعداد مشتركة بين المعادلة $x = 6$ والمتباينة $x < 3$ ؛ لذا تُحسّم نقطة ويكون الرصيد -1 »

$x = 6$ $x < 3$ $x > 0$ $x = 2$ $x \geq 4$

1 أوضّح لماذا يكون المجموع الكلي للنقاط في ترتيب البطاقات أعلاه 0

2 أجد مجموع النقاط الكلي للنقاط في الترتيب الآتي:

$x > 0$ $x = 6$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x < 3$

3 أعيد ترتيب البطاقات بحيث يكون المجموع الكلي للنقاط 4

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأمثلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 27 كتاب التمارين: 17, (11 - 13), (5 - 7), (1 - 3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (26 - 28) كتاب التمارين: 19, 20, (14 - 16), (8 - 10), (2 - 4)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (27 - 30) كتاب التمارين: 10, 14, 16, 19, 20, 21

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تحديد المتباينة من تمثيلها على خط الأعداد.

✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-4) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي:

1 عُمر ليلي أقل من 13 سنة. $x < 13$

2 عُمر أحمد 6 سنوات على الأقل. $y > 6$

3 طول رنيم لا يزيد على 160 cm $z \leq 160$

معلومة

يمكن للعين البشرية رؤية الضوء الذي يتراوح طوله الموجي بين 380 و700 نانومتر، ويسمى هذا النطاق الطيف المرئي، وللحيوانات طيف مرئي آخر.



أعوذ إلى فترة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

$$y \leq 90$$

مهارات التفكير العليا

26 **فيزياء:** وفقًا لقوانين الفيزياء لا يمكن لأي جسم السير بسرعة أكبر من سرعة الضوء البالغة 300000 km/s تقريبًا. أكتب متباينة تعبر عن سرعة الأجسام مقارنة بسرعة الضوء، وأمثلها على خط الأعداد.

27 **اكتشف الخطأ:** تقول سارة: إن أكبر عدد كلي يحقق المتباينة $x < -4$ هو العدد -4. أكتشف الخطأ في ما تقوله سارة، وأصححه.

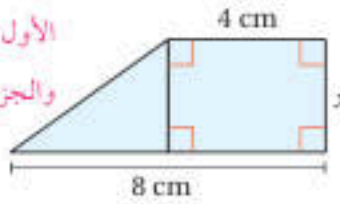
28 **العدد (-4) ليس عددًا كليًا، والصواب أن العدد (-4) أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة.**

29 **تبرير:** أكتب متباينة تعبر عن الجملة الآتية، وأبرز إجابتي:

“مساحة الشكل الآتي لا تزيد على 18 cm^2 .”

الشكل مكون من جزأين: الجزء الأول مستطيل مساحته $4x \text{ cm}^2$

والجزء الثاني مثلث مساحته $2x \text{ cm}^2$



المتباينة التي تعبر عن الجملة هي: $4x + 2x \leq 18$ أو $6x \leq 18$

30 **مسألة مفتوحة:** أكتب موقفًا حياتيًا يمثل المتباينة الممثلة على خط الأعداد الآتي:



أنظر إجابات الطلبة.

31 **اكتشف:** كيف أحدد ما إذا كان العدد يمثل أحد حلول المتباينة أم لا؟

أنظر إجابات الطلبة.

نتائج الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أصف للطلبة عددًا في متباينة بالكلمات، ثمّ أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثّل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأنّهم من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(مثال: أنا أفكر في العدد n الذي إذا طرّخت منه 4، كان الناتج أكبر من 10، ما المتباينة الدالة على العدد n ؟)

الإجابة: $n - 4 > 10$

- أكرّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أخرى.

✓ **إرشاد:** أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أعطيها للطلبة في نشاط التهيئة على عمليتي الجمع والطرح.

الدرس 2 حلّ المتباينات بالجمع والطرح

أستكشف



قرص صلب سعة تخزينه 180 جيجابايت، استعمل منها 112 جيجابايت. أكتب متباينة وأحلّها؛ لأجد الحدّ الأقصى لحجم البيانات التي يمكن تخزينها على ما تبقى من سعة القرص.

فكرة الدرس

أحلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وأمثل الحلّ على خطّ الأعداد.

المصطلحات

متباينة مكافئة

تعلّمت سابقًا استعمال خصائص المساواة لحلّ المعادلات، ويمكنني أيضًا حلّ المتباينة باستعمال خصائص المتباينات التي يمكن تطبيقها لإيجاد متباينة مكافئة (equivalent inequality) للمتباينة الأصلية. والمتباينات المتكافئة هي متباينات لها الحلّ نفسه.

مفهوم أساسي

خاصية الجمع للمتباينات

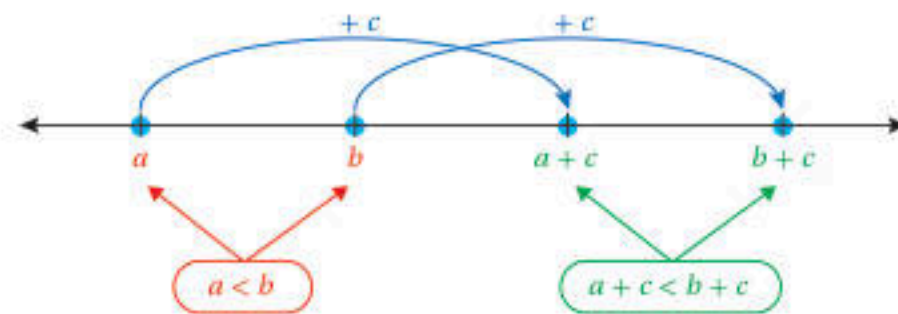
- بالكلمات:** إذا أضفنا العدد نفسه إلى كلّ من طرفي متباينة صحيحة، فإنّ المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأيّ أعداد حقيقية a و b و c :

$$\text{إذا كانت } a > b, \text{ فإن } a + c > b + c$$

$$\text{إذا كانت } a < b, \text{ فإن } a + c < b + c$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي $\geq$ و $\leq$

يوضّح المخطط أدناه طريقة واحدة لاختبار خاصية الجمع للمتباينات عندما $c > 0$



مثال 1

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم انتحق من صحته:

1 $x - 12 < -10$

$x - 12 < -10$

المتباينة الأصلية

$x - 12 + 12 < -10 + 12$

أضف 12 إلى طرفي المتباينة

$x < 2$

أبسط

إذن، الحل هو $x < 2$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



انتحق من صحة الحل:

لانتحق من صحة الحل، أعوض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أصغر من 2، مثلاً (-1) .

$x - 12 < -10$

المتباينة الأصلية

$(-1) - 12 < -10$

أعوض عن x بـ -1

$-13 < -10$ ✓

أبسط

2 $7 \leq y - 4$

$7 \leq y - 4$

المتباينة الأصلية

$7 + 4 \leq y - 4 + 4$

أجمع 4 إلى طرفي المتباينة

$11 \leq y$

أبسط

إذن، الحل هو $y \geq 11$ أو $y \geq 11$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:

« فيم تستعمل الأقراص الصلبة؟ تستعمل في تخزين البيانات.

« ما سعة تخزين القرص الصلب السارد في المسألة؟ 180 جيجابايت.

« كم جيجابايتاً استعمل من القرص؟ 112 جيجابايتاً.

« ما الحد الأقصى لحجم البيانات التي يمكن تخزينها على ما تبقى من سعة القرص؟ الحد الأقصى لحجم البيانات 68 جيجابايتاً.

« كيف أوجدتم ذلك؟ بطرح 112 من 180

« ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $x \leq 68$ ، حيث x سعة التخزين المتبقية في القرص.

« هل يمكن التعبير عن المسألة بمتباينة أخرى؟ ما هي؟ نعم، $x + 112 \leq 180$ ، حيث x سعة التخزين المتبقية من القرص.

« كيف يمكن حل هذه المتباينة؟

- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بخصائص المساواة التي تعلموها سابقًا والتي يمكن استعمالها لحل المعادلات، ثم أيقن لهم وجود خصائص للمتباينات أيضًا يمكن استعمالها لحل المتباينات.
- أوضح للطلبة أنه يمكن حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات، ثم أقدم لهم الخاصية بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أيقن للطلبة أن المتباينة الناتجة من جمع العدد نفسه لكلا طرفي المتباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، وأن لهما الحل نفسه.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات.

إرشادات:

- يمكن توضيح خاصية الجمع للمتباينات باستعمال مخطط مشابه للمخطط الوارد في كتاب الطالب والذي يلي صندوق (مفهوم أساسي) مدعّمًا بأمثلة عددية.
- أؤكد للطلبة دائمًا أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضًا حلًا للمتباينة الأصلية.
- ألقت انتباه الطلبة عند التحقق من صحة الحل إلى تجنب تعويض نقطة بداية القيم عند التحقق من صحة الحل؛ لأن تعويضها لا يعطي حكمًا صحيحًا.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

الوحدة 5

التحقق من صحة الحل:

للتحقق من صحة الحل، أعوّض بدلًا من y في المتباينة الأصلية عددًا أكبر من 11، مثلًا (20).

$$7 \leq y - 4$$

$$7 \leq 20 - 4$$

$$7 \leq 16 \quad \checkmark$$

المتباينة الأصلية

أعوّض عن y 20

أبسط

التحقق من فهمي:



$$x - 4 < 1$$

$$y - 6 \geq -10$$

تعلّمت في المثال السابق حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات التي يمكن بها إيجاد متباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، ويمكن أيضًا حل المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

خاصية الطرح للمتباينات

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

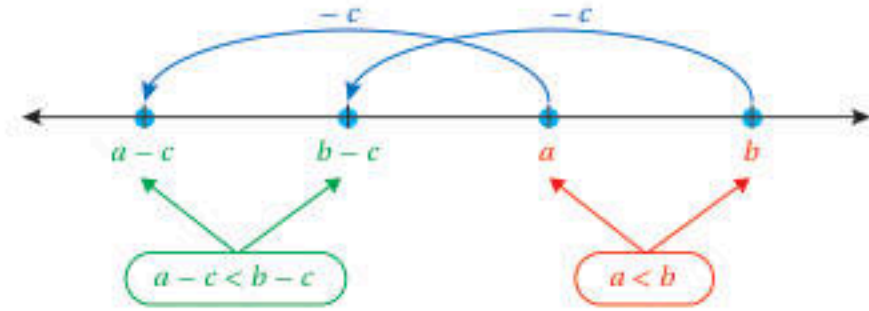
• **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي أعداد حقيقية a و b و c :

$$\text{إذا كانت } a > b \text{، فإن } a - c > b - c$$

$$\text{إذا كانت } a < b \text{، فإن } a - c < b - c$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتَي $\geq$ و $\leq$

يوضح المخطط أدناه طريقة واحدة لاختبار خاصية الطرح للمتباينات عندما $c > 0$



أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة بظنهم مثلاً أن المتباينتين $x \leq 2$ و $x \geq 2$ مختلفتين؛ ولعلاج ذلك أطلب إلى الطلبة إعطاء أعداد صحيحة تمثل حلاً للمتباينة الأولى، ثم تعويضها في المتباينة الثانية والتحقق من أن هذه الأعداد تمثل حلاً للمتباينة الثانية أيضاً، وبذلك يتوصل الطلبة إلى أن المتباينتين متكافئتان.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (تحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة أنه يمكن حلّ المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات، ثم أقدم لهم الخاصية بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أيسن للطلبة أن المتباينة الناتجة من طرح العدد نفسه من كلا طرفي المتباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، وأن لهما الحل نفسه.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

إرشادات:

- يمكن توضيح خاصية الطرح للمتباينات باستعمال مخطط مشابه للمخطط الوارد في كتاب الطالب والذي يلي صندوق (مفهوم أساسي) مدعماً بأمثلة عددية.
- أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.

مثال 2

أحلّ كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

1 $m + 5 \geq 10$

$$m + 5 \geq 10$$

المتباينة الأصلية

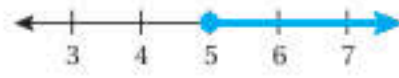
$$m + 5 - 5 \geq 10 - 5$$

أطرح 5 من طرفي المتباينة

$$m \geq 5$$

أبسط

إذن، الحل هو $m \geq 5$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من m في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 5، مثلاً (10).

$$m + 5 \geq 10$$

المتباينة الأصلية

$$10 + 5 \geq 10$$

أعوض عن m بـ 10

$$15 \geq 10 \quad \checkmark$$

أبسط

2 $a + \frac{1}{2} < 2$

$$a + \frac{1}{2} < 2$$

المتباينة الأصلية

$$a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} < 2 - \frac{1}{2}$$

أطرح $\frac{1}{2}$ من طرفي المتباينة

$$a < \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$$

أبسط

$$a < \frac{3}{2}$$

إذن، الحل هو $a < \frac{3}{2}$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من a في المتباينة الأصلية عدداً أصغر من $\frac{3}{2}$ ، مثلاً (0).

$$a + \frac{1}{2} < 2 \quad \text{المتباينة الأصلية}$$

$$0 + \frac{1}{2} < 2 \quad \text{أعوض عن } a \text{ بـ } 0$$

$$\frac{1}{2} < 2 \quad \text{أبسط} \quad \checkmark$$

أتحقق من فهمي:

$$3 \quad 2 + x \geq 6 \quad x \geq 4 \quad 4 \quad 5 > y + 12 \quad y < -7$$

يمكن استعمال المتباينات وحلها في كثير من التطبيقات الحياتية.

مثال 3: من الحياة



كرة قدم: لعب أحد نوادي كرة القدم ثلاث مباريات في ثلاثة ملاعب مختلفة، وجمهور يزيد على 25000 شخص. إذا كان عدد الجمهور في الملعب الأول 9500 شخص، وفي الملعب الثاني 7000 شخص. أكتب متباينة وأحلها، لأجد عدد الجمهور في الملعب الثالث.

بالكلمات عدد الجمهور في الملعب الأول وعدد الجمهور في الملعب الثاني وعدد الجمهور في الملعب الثالث يزيد على 25000

المتغير x يمثل عدد الجمهور في الملعب الثالث.

$$9500 + 7000 + x > 25000 \quad \text{المتباينة}$$

$$9500 + 7000 + x > 25000$$

$$16500 + x > 25000$$

$$16500 - 16500 + x > 25000 - 16500$$

$$x > 8500$$

المتباينة الأصلية

أبسط

أطرح 16500 من طرفي المتباينة

أبسط

إذن، عدد الجمهور في الملعب الثالث أكثر من 8500 شخص.

مثال 3: من الحياة

• أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثم أجد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: عدد الجمهور في الملعب الثالث، وأفترض أنه x .

• أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عالياً؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

• أناقش حل المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

4 التدريب

أدرب وأحل المسائل:

• أوجه الطلبة إلى بند (أدرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 16) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.

• إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثل كسرًا أو عددًا كسريًا أو كسرًا عشريًا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين 21 و 22.
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 22 (اكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأنه عند استعمال خاصية الجمع للمتباينات، يجب إضافة العدد نفسه إلى كلا طرفي المتباينة.

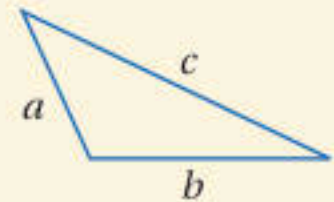
5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

مثلث أطوال أضلاعه a, b, c ، أيّن إمكانية رسم هذا المثلث في كل من الحالات الآتية:

- » $a + b = c$
- » $a + b < c$
- » $a + b > c$



- أطلب إلى الطلبة تبرير إمكانية رسم المثلث في كل من الحالات السابقة.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

$$x + 13500 \geq 15000$$

$$x + 13500 - 13500 \geq 15000 - 13500$$

$$x \geq 1500$$



تحقق من فهمي:

سيارات: تريد مَلِكُ شراء سيارة لا يقل ثمنها عن JD 15000، وقد وقّرت JD 13500. أكتب متباينة وأحلّها، لأجد المبلغ المتبقي عليها لشراء السيارة.

(1-6) أنظر الهامش.

أحلّ كل متباينة مما يأتي، وأمثلّ الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته:

1) $v - 6 < -3$

2) $y - 11 \geq 0$

3) $h - 7.8 > -2.8$

4) $0 \leq n - 8$

5) $k - 4 \geq -5$

6) $s - \frac{2}{3} < 4$

أحلّ كل متباينة مما يأتي، وأمثلّ الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته:

(7-12) أنظر ملحق الإجابات.

7) $y + 5 < 11$

8) $-1 \geq 3 + b$

9) $8.1 < y + 6.1$

10) $2.4 \leq 6.4 + n$

11) $-8 \leq 8 + x$

12) $1\frac{1}{4} + w > 3$

أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي، ثمّ أحلّها:

13) عدد مضاف إليه 7 أكبر من 20 $b + 7 > 20, b > 13$

14) عدد مطروح منه 9 أكبر من -5 $c - 9 > -5, c > 4$

15) العدد 6 أقل من أو يساوي مجموع عددي 15 و $6 \leq 15 + r, r \geq -9$



تسويق: يخطط مندوب مبيعات إحدى شركات

تصنيع الأدوية لتسويق 200 عبوة دواء على

الأقل في أسبوع. إذا تمكّن من تسويق 30 عبوة

في اليوم الأول من الأسبوع، فأكتب متباينة وأحلّها، لأجد عدد العبوات التي يحتاج

المندوب إلى تسويقها في الأيام المتبقية من الأسبوع ليصل إلى هدفه.

$$y + 30 \geq 200, y \geq 170$$

أدرب وأحل المسائل

معلومة

مندوب المبيعات هو الشخص الذي يروج منتجات الشركات، وعادة يتقاضى أجره كنسبة من مبيعاته لتشجيعه على زيادة المبيعات، فكلما زادت مبيعاته زادت أجرته.

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

1) $v < 3$



4) $n \geq 8$



2) $y \geq 11$



5) $k \geq -1$



3) $h > 5$



6) $s < \frac{14}{3}$



نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح.

✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

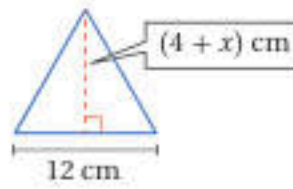
- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:

1 $x + 13 > 5$ $x > -8$

2 $y - 23 \leq 5$ $y \leq 28$

الوحدة 5



17 **هندسة:** إذا كان طول قاعدة المثلث المجاور أقل من ارتفاعه، فما القيم الممكنة للمتغير x ؟

$$12 < 4 + x, x > 8$$

18 **ميزانية شهرية:** يتقاضى موظف راتباً شهرياً مقداره JD 560، يوفر منه JD 100 شهرياً، ويدفع JD 20 اشتراكاً شهرياً في أحد مراكز اللياقة البدنية ويصرف باقي الراتب. أكتب متباينة وأحلّها لأجد الحد الأعلى للمبلغ الذي يمكن للموظف صرفه شهرياً.

$$y + 100 + 20 \leq 560, y \leq 440$$



19 **زواحف:** يحتاج حيوان أبو بريص الفهد إلى أن تكون درجة الحرارة في منطقة تعرضه للشمس 28°C على الأقل. إذا كانت درجة الحرارة

الحالية 24°C ، فأكتب متباينة وأحلّها لأجد كم يجب أن ترتفع درجة الحرارة لتلبي حاجة ذلك الحيوان.

$$b + 24 \geq 28, b \geq 4$$

20 أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحلّ المسألة.

$$d + 112 \leq 180, d \leq 68$$

مهارات التفكير العليا

21 **مسألة مفتوحة:** أكتب ثلاث متباينات مكافئة للمتباينة $y < -2$. أنظر إجابات الطلبة.

22 **اكتشف الخطأ:** أنظر الحلّ الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصحّحه:

$$\begin{aligned} -10 + x &\geq -9 \\ -10 + 10 + x &\geq -9 \\ x &\geq -9 \end{aligned}$$

22 الخطأ: إضافة 10 إلى الطرف الأيسر من المتباينة فقط من دون إضافة 10 إلى الطرف الأيمن.
الصواب: إضافة 10 إلى الطرف الأيمن أيضاً لتصبح الإجابة $x \geq 1$

23 **اكتب:** كيف استعمل خاصيتي الجمع والطرح للمتباينات في حلّ متباينة؟ أنظر إجابات الطلبة.

21

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 22 كتاب التمارين: (1-9)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 22, (17-19) كتاب التمارين: 14, (7-11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 22, 17, 19, 21 كتاب التمارين: (12-15)

الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة

استكشف



حصل كمال على علامتي 93، 90 في الاختبارين: الأول، والثاني، من مادة العلوم. أكتب متباينة واحلها؛ لأجد الحد الأدنى للعلامة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الثالث ليكون معدل علاماته 90 على الأقل.

فكرة الدرس

أحل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وأمثل الحل على خط الأعداد.

نتائج الدرس:

- حل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خط الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.
- حل المتباينات بالجمع أو الطرح.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أصف للطلبة بالكلمات عددًا في متباينة، ثم أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(مثال: أنا أفكر في العدد n الذي إذا ضاعفته كان الناتج أقل من 8، ما المتباينة الدالة على العدد n ؟)

الإجابة: $2n < 8$

- أكرّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أخرى.

✓ **إرشاد:** أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أعطيها للطلبة في نشاط التهيئة عمليتي الضرب أو القسمة.

خاصية الضرب للمتباينات

مفهوم أساسي

الضرب في عدد موجب

- **بالكلمات:** إذا ضربت كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c > 0$:

$$\text{• إذا كانت } a > b, \text{ فإن } ac > bc$$

$$\text{• إذا كانت } a < b, \text{ فإن } ac < bc$$

الضرب في عدد سالب

- **بالكلمات:** إذا ضربت كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب، فإنّه يتغيّر اتجاه رمز المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.

- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c < 0$:

$$\text{• إذا كانت } a > b, \text{ فإن } ac < bc$$

$$\text{• إذا كانت } a < b, \text{ فإن } ac > bc$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي $\leq$ و $\geq$

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم اتحقق من صحته:

1 $\frac{x}{8} > -5$

المتباينة الأصلية $\frac{x}{8} > -5$

أضرب طرفي المتباينة في 8 $8\left(\frac{x}{8}\right) > 8(-5)$

أبسط $x > -40$

إذن، الحل هو $x > -40$ وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



اتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من -40 ، مثلاً (0).

المتباينة الأصلية $\frac{x}{8} > -5$

أعوض عن x بـ 0 $\frac{0}{8} > -5$

أبسط $0 > -5$ ✓

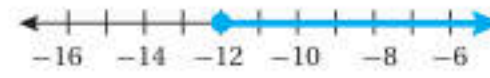
2 $\frac{y}{-3} \leq 4$

المتباينة الأصلية $\frac{y}{-3} \leq 4$

أضرب طرفي المتباينة في -3 ، وأغير اتجاه رمز المتباينة $-3\left(\frac{y}{-3}\right) \geq -3(4)$

أبسط $y \geq -12$

إذن، الحل هو $x \geq -12$ وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:

« ما علامة كمال في الاختبار الأول من مادة العلوم؟ 93 »

« ما علامة كمال في الاختبار الثاني من مادة العلوم؟ 90 »

« كيف يمكن إيجاد الحد الأدنى للعلامة التي يجب أن يحصل عليها كمال في الاختبار الثالث ليكون معدل علاماته 90 على الأقل؟ بكتابة متباينة يكون فيها معدل القيم الثلاث أكبر من أو يساوي 90، وحلها.

« ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $\frac{90 + 93 + x}{3} \geq 90$ ، حيث x علامة الاختبار الثالث.

« كيف يمكن حل هذه المتباينة؟

- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

- ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أذكر الطلبة بخاصيتي الجمع والطرح لحل للمتباينات التي تعلموها في الدرس السابق، وأهميتها في حل المتباينات.

- أوضح للطلبة أنه يمكن حل المتباينات باستعمال خاصية الضرب للمتباينات، ثم أكتب المتباينة $(5 < 9)$ على اللوح، وأسألهم:

« إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد موجب، مثلاً (2)، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟

أبرر إجابتي. نعم؛ لأن المتباينة تصبح $10 < 18$ وهي متباينة صحيحة.

« إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد سالب مثلاً (-2) ، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟ أبرر

إجابتي. لا؛ لأن المتباينة تصبح $-10 < -18$ ، وهي غير صحيحة لأن -10 أكبر من -18 .

« كيف يمكن جعل المتباينة $(-18 < -10)$ صحيحة؟ بتغيير اتجاه رمز المتباينة.

- أوضح للطلبة أنه إذا ضرب كل من طرفي متباينة في عدد موجب فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة محافظة على اتجاه رمز المتباينة، أما إذا ضرب كل من طرفي متباينة في عدد سالب، فإن المتباينة الناتجة تكون غير صحيحة، ويلزم حينئذ تغيير اتجاه رمز المتباينة لجعلها صحيحة.

- أقدم للطلبة خاصية الضرب للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

- ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل المتباينات باستعمال خاصية الضرب للمتباينات.

إرشادات:

- أكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- أذكر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن خاصية الضرب لا تتحقق عند ضرب طرفي المتباينة في صفر.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أنتحق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

أنتحق من صحة الحل:

لاتحق من صحة الحل، أعرض بدلاً من y في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من -12 ، مثلاً (0) .

$$\frac{y}{-3} \leq 4$$

المتباينة الأصلية

$$\frac{0}{-3} \leq 4$$

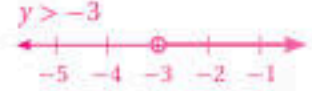
أعوض عن y بـ 0

$$0 \leq 4 \quad \checkmark$$

إنط

أنتحق من فهمي:

$$3 \quad \frac{y}{3} > -1$$



$$4 \quad -\frac{4}{7}m < 8$$



إن حل المتباينات باستعمال خاصية القسمة مشابه لحلها باستعمال خاصية الضرب، حيث إن عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب يبقى اتجاه رمز المتباينة كما هو، أما عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب، فإنه يتعين تغيير اتجاه رمز المتباينة.

خاصية القسمة للمتباينات

مفهوم أساسي

القسمة على عدد موجب

- **بالكلمات:** إذا قسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c > 0$:

$$a > b \text{ فإن } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$a < b \text{ فإن } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

القسمة على عدد سالب

- **بالكلمات:** إذا قسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، فإنه يتعين تغيير اتجاه رمز المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.

- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c < 0$:

$$a > b \text{ فإن } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

$$a < b \text{ فإن } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتين $\leq$ و $\geq$

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم اتحقق من صحته:

1 $3m \leq -24$

$$3m \leq -24$$

المتباينة الأصلية

$$\frac{3m}{3} \leq \frac{-24}{3}$$

أقسم طرفي المتباينة على 3

$$m \leq -8$$

أبسط

إذن، الحل هو $m \leq -8$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



اتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من m في المتباينة الأصلية عدداً أقل من -8 ، مثلاً (-10) .

$$3m \leq -24$$

المتباينة الأصلية

$$3(-10) \leq -24$$

أعوض عن m بـ -10

$$-30 \leq -24 \quad \checkmark$$

أبسط

2 $-7k > -56$

$$-7k > -56$$

المتباينة الأصلية

$$\frac{-7k}{-7} < \frac{-56}{-7}$$

أقسم طرفي المتباينة على -7 ، وأغير اتجاه رمز المتباينة

$$k < 8$$

أبسط

إذن، الحل هو $k < 8$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



- أوضح للطلبة أنه يمكن حل المتباينات باستعمال خاصية القسمة للمتباينات بطريقة مشابهة لحل المتباينات باستعمال خاصية الضرب، ثم أقدم لهم خاصية القسمة للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

- ناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

إرشادات:

- أكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- أذكر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.
- أذكر الطلبة بأنه لا يمكن القسمة على الصفر؛ لأن هذا يعطي قيمة غير معروفة.
- ألقت انتباه الطلبة إلى استعمال القسمة عند حل المتباينة التي تتضمن أعداداً صحيحة، واستعمال الضرب عندما تتضمن كسوراً.



- أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثم أحدد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: ثمن المتر المربع الواحد من السجاد، وأفترض أنه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش حل المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خاصية القسمة للمتباينات.

أنحقق من صحة الحل:

لأنحقق من صحة الحل، أعوض بدلًا من k في المتباينة الأصلية عددًا أصغر من 8، مثلاً (1).

$$-7k > -56$$

المتباينة الأصلية

$$-7(1) > -56$$

أعوض عن k بـ 1

$$-7 > -56 \quad \checkmark$$

أبسط

أنحقق من فهمي:



يمكن استعمال المتباينات في كثير من التطبيقات الحياتية.

مثال 3: من الحياة



سجاد: تملك سارة JD 100، وترغب بشراء سجادة جديدة تغطي أرضية غرفتها المربعة أبعادها في الشكل المجاور. أكتب متباينة وأحلها لتمثل ثمن المتر المربع الواحد من السجاد الذي يمكن لسارة أن تشتريه.

بما أن أرضية الغرفة مربعة الشكل، فإنه يمكن إيجاد مساحتها على النحو الآتي:

$$A = s^2 = 4^2 = 16$$

إذن، مساحة أرضية الغرفة 16 m^2

وبما أن سارة ترغب بشراء سجادة تغطي أرضية الغرفة، فإن مساحة هذه السجادة يجب أن تكون 16 m^2 ولإيجاد ثمن السجادة أضرب مساحتها في ثمن المتر المربع الواحد من السجاد.

سعر السجادة أقل من أو يساوي JD100

بالكلمات

ليكن x ثمن المتر المربع الواحد من السجاد، إذن سعر السجادة $16x$

المتغير

$$16x \leq 100$$

المتباينة

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشاد:** أناقش مع الطلبة حل سؤال (أفكر) الذي في هامش السؤال 18

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20-22).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ إرشادات:

- في السؤال 21 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الرجوع إلى صندوق (أندكر) الوارد في هامش السؤال.
- في السؤال 22 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأنه عند استعمال خاصية الضرب للمتباينات، يجب تغيير اتجاه المتباينة عند ضرب كل من طرفي المتباينة في عدد سالب.

الوحدة 5

المتباينة الأصلية

أقسم طرفي المتباينة على 16
أبسط

$$16x \leq 100$$

$$\frac{16x}{16} \leq \frac{100}{16}$$

$$x \leq 6.25$$

إذن، يمكن لسارة شراء سجادة ثمن المتر المربع الواحد منها على الأكثر JD 6.25.

✓ أتحقق من فهمي:

عمل: يتقاضى أحمد JD 2.5 عن كل ساعة عمل، أكتب متباينة وأحلها؛ لإيجاد عدد الساعات التي يجب أن يعمل فيها حتى يتقاضى JD 400 على الأقل. $2.5y \geq 400, y \geq 160$

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

1) $\frac{u}{3} > -2$

2) $-4x \leq 12$

3) $\frac{1}{6}t < -\frac{1}{3}$

4) $-\frac{2}{5}w \geq 4$

5) $\frac{n}{5} \leq 0.8$

6) $-5 > \frac{e}{-4.5}$

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

7) $-13x \geq 26$

8) $-20 \leq 10n$

9) $5b > -15$

10) $144 < 12d$

11) $-3m > -33$

12) $-3.9c \leq 43.68$

أكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي، ثم أحلها:

13) عدد مقسوم على 4 لا يزيد على 8

14) خمسة أمثال عدد أقل من 45

15) عدد مقسوم على 2 لا يقل عن 5

16) ثلاثة أمثال عدد أكبر من -18

13) $5y < 45, y < 9$

14) $b \div 4 \leq 8, b \leq 32$

15) $3d > -18, d > -6$

16) $c \div 2 \geq 5, c \geq 10$

إجابات (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ):

1) $u > -6$



4) $w \leq -10$



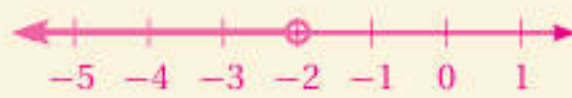
2) $x \geq -3$



5) $n \leq 4$



3) $t < -2$



6) $c > 22.5$



البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
- أبين ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم غير صحيحة أبداً، مع توضيح ذلك بأمثلة مناسبة:
- "إذا كان $a < b$ ، فإن: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ، حيث $a \neq 0, b \neq 0$ "

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة.

✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 6 و 7 من خطوات تنفيذ المشروع.

الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنّ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- «أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:

$$1 \quad -5x \geq -0.25 \quad x \leq 0.05$$

$$2 \quad \frac{y}{3} > \frac{5}{9} \quad y > \frac{5}{3}$$

- 17 **مدارس:** لا يقلّ ثلاثة أخصائيّ عدد الطالبات في مدرسة فاطمة عن 165 طالبة. أكتب متباينة وأحلّها؛ لأجد أقلّ عدد ممكن لطالبات المدرسة. $\frac{3}{5}x \geq 165, x \geq 275$
- إذن، أقلّ عدد ممكن لطلبة المدرسة هو 275



$$15x \leq 75, x \leq 5$$

18 **حديقة:** يريد طارق تبليط منطقة مستطيلة الشكل في حديقة منزله ومساحتها 15 m^2 ، ويملك فقط JD 75، أكتب متباينة وأحلّها؛ لتمثّل ثمن المتر المربع الواحد من البلاط الذي يمكن لطارق أن يشتريه.

أفكر

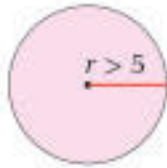
بعض أنواع البلاط مربع الشكل أو سداسيّ منظم، فهل يمكن أن يكون البلاط خماسياً منظمًا؟

19 أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحلّ المسألة.

$$\frac{90 + 93 + x}{3} \geq 90, x \geq 87$$

مهارات التفكير العليا

- 20 **مسألة مفتوحة:** أكتب متباينة يمكن حلّها بالقسمة على عدد سالب وحلّها $x \geq \frac{1}{4}$. أنظر إجابات الطلبة.



21 **تبرير:** أكتب متباينة وأحلّها؛ لتمثّل المحيط الممكن للدائرة المجاورة، وأبرّر إجابتي.

$$r > 5, 2\pi r > 10\pi, c > 10\pi$$

22 **اكتشف الخطأ:** أنظر الحلّ الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه، ثمّ أصحّحه.

الخطأ: الضرب في عدد موجب وتغيير اتجاه رمز المتباينة.
الصواب: عدم تغيير اتجاه رمز المتباينة، أما الإجابة الصحيحة فهي: $x < -9$.



$$\begin{aligned} -6 &> \frac{2}{3}x \\ \frac{3}{2}(-6) &< \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}x\right) \\ -\frac{18}{2} &< x \\ -9 &< x \end{aligned}$$

- 23 **اكتب:** كيف استعملت خاصيتي الضرب والقسمة للمتباينات في حلّ متباينة؟ أنظر إجابات الطلبة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 22 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 19, 22 كتاب التمارين: (3 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 - 22) كتاب التمارين: (12 - 15)

نتائج الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- حلّ المتباينات بالجمع أو الطرح.
- حلّ المتباينات بالضرب أو القسمة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوّزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة ببطاقات المعادلات من ورقة المصادر 5: بطاقات المعادلات والحلول.
- أطلب إلى أفراد المجموعات حلّ المعادلات على البطاقات، ثمّ التوفيق بين المعادلة وحلّها، بوضع ضلع المربع الذي تقع عليه المعادلة بجوار ضلع المربع الذي يقع عليه حلّها.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيّدًا.

⚠ **تنبيه:** ألّفت انتباه الطلبة إلى وجود عدّة بطاقات تحتوي الإجابة نفسها، وضرورة التوفيق بين البطاقات بصورة صحيحة.

الدرس 4 حلّ المتباينات متعددة الخطوات

استكشف



تبلغ كتلة جهاز 95 kg، ويريد إنقاصها إلى أقلّ من 80 kg، ويمكنه أن يفقد ما معدّله 1.5 kg من كتلته أسبوعيًا باتّباع حمية غذائية معيّنة. اكتب متباينة واحلّها؛ لأجد عدد الأسابيع التي تدرّم جهازًا حتى يصل إلى هدفه.

فكرة الدرس

أحلّ متباينات باستعمال أكثر من خطوة، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد.

يمكن حلّ المتباينات التي تحتوي أكثر من عملية بنفس طريقة حلّ المتباينات التي تحتوي عملية واحدة، وذلك باستعمال خصائص المتباينات لتحويل المتباينة الأصلية إلى متباينة أبسط مكافئة لها مرورًا بسلسلة من المتباينات المكافئة.

مثال 1

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته:

$$1 \quad 5y - 8 < 12$$

$$5y - 8 < 12$$

المتباينة الأصلية

$$5y - 8 + 8 < 12 + 8$$

أجمع 8 لطرفي المتباينة

$$\frac{5y}{5} < \frac{20}{5}$$

أقسم طرفي المتباينة على 5

$$y < 4$$

أبسط

إذن، الحلّ هو $y < 4$ ، وتمثّلته على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتحقّق من صحّة الحلّ:

لأنّ الحلّ من صحّة الحلّ، أعوّض بدلًا من y في المتباينة الأصلية عددًا أقلّ من 4، مثلاً (0).

$$5y - 8 < 12$$

المتباينة الأصلية

$$5(0) - 8 < 12$$

أعوّض عن y بـ 0

$$-8 < 12 \quad \checkmark$$

أبسط

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « كم تبلغ كتلة جهاد؟ 95 kg »
 - « كم يرغب جهاد أن تصبح كتلته؟ أقل من 80 kg »
 - « ما المعدل الأسبوعي الذي يفقده جهاد من كتلته باتباع الحمية الغذائية؟ 1.5 kg أسبوعياً. »
 - « كيف يمكن إيجاد عدد الأسابيع التي تلزم جهاداً ليصل إلى هدفه؟ بكتابة متباينة وحلها. »
 - « ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $95 - 1.5x < 80$ ، حيث x عدد أسابيع اتباع جهاد للحمية. »
 - « كيف يمكن حل هذه المتباينة؟ »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟ »
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أوضح للطلبة أنه مثلما أن بعض المعادلات تحتاج إلى أكثر من خطوة لحلها (مثل المعادلات في نشاط التهيئة)، فإن حل بعض المتباينات أيضاً يحتاج إلى أكثر من خطوة، وأبين لهم الهدف من هذه الخطوات وهو: الوصول إلى أبسط متباينة.
- أذكر الطلبة بترتيب أولويات العمليات الحسابية، وأوضح لهم أن ترتيب خطوات حل المتباينات بأكثر من خطوة هو عكس ترتيب أولويات العمليات، فنبداً بالجمع أو الطرح، ثم ننتقل إلى الضرب أو القسمة.
- ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل متباينات بأكثر من خطوة.

2 $-7b + 19 < -16$

$$-7b + 19 < -16$$

المتباينة الأصلية

$$-7b + 19 - 19 < -16 - 19$$

أطرح 19 من طرفي المتباينة

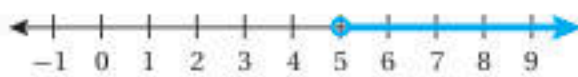
$$\frac{-7b}{-7} > \frac{-35}{-7}$$

أقسم طرفي المتباينة على -7، وأغير اتجاه رمز المتباينة

$$b > 5$$

أبسط

إذن، الحل هو $b > 5$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



التحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعرض بدلاً من b في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 5، مثلاً (10).

$$-7b + 19 < -16$$

المتباينة الأصلية

$$-7(10) + 19 < -16$$

أعوض عن b بـ 10

$$-51 < -16 \quad \checkmark$$

أبسط

التحقق من فهمي:

3 $2x + 6 \leq 14$



4 $-3x + 7 > -5$



تحتوي بعض المتباينات متغيرات في طرفيها، وفي هذه الحالة نحتاج أولاً إلى تجميع الحدود التي تحتوي متغيرات في طرف واحد من المتباينة، والحدود الثابتة في الطرف الآخر، ثم حل المتباينة.

مثال 2

أحل المتباينة: $6x - 5 \geq 2x + 11$. وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

$$6x - 5 \geq 2x + 11$$

المتباينة الأصلية

$$6x - 5 + 5 \geq 2x + 11 + 5$$

أجمع 5 لطرفي المتباينة

$$6x - 2x \geq 2x - 2x + 16$$

أطرح $2x$ من طرفي المتباينة

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{16}{4}$$

أقسم طرفي المتباينة على 4

$$x \geq 4$$

أبسط

إرشادات:

- أكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكر الطلبة بضرورة تغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

مثال 2

- أوضّح للطلبة أن بعض المتباينات تحتوي متغيرات في طرفيها؛ لذا يلزم قبل حلّها تجميع الحدود التي تحتوي متغيرات في أحد طرفي المتباينة، والثوابت في الطرف الآخر، ثمّ حلّ المتباينة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: ✓ أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.

مثال 3

- أوضّح للطلبة أن بعض المتباينات تحتاج إلى استعمال خاصيّة توزيع الضرب على الجمع أولاً، ثمّ حلّ المتباينة.
- أذكر الطلبة بخاصيّة التوزيع لتبسيط المقادير الجبرية عن طريق مناقشة أمثلة على ذلك.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

الوحدة 5

إذن، الحلّ هو $x \geq 4$ ، وتمثله على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتحقّق من صحة الحلّ:

لأتحقّق من صحة الحلّ، أعوّض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 4، مثلاً (5).

$$6x - 5 \geq 2x + 11$$

المتباينة الأصلية

$$6(5) - 5 \geq 2(5) + 11$$

أعوّض عن x بـ 5

$$25 \geq 21 \quad \checkmark$$

إنّص



أتحقّق من فهمي: ✓

أحلّ المتباينة: $5w - 7 > 3w + 2$ ، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته.

عند حلّ متباينات تحتوي أقواساً، يمكنني استعمال خاصيّة التوزيع للتخلّص من الأقواس أولاً، ثمّ أحلّ المتباينة.

مثال 3

$$3(t + 1) > 4t - 5$$

المتباينة الأصلية

$$3(t + 1) > 4t - 5$$

$$3t + 3 > 4t - 5$$

خاصيّة التوزيع

$$3t + 3 - 3 > 4t - 5 - 3$$

أطرح 3 من طرفي المتباينة

$$3t - 4t > 4t - 4t - 8$$

أطرح 4t من طرفي المتباينة

$$\frac{-t}{-1} < \frac{-8}{-1}$$

أقسم طرفي المتباينة على -1، وأغيّر اتجاه رمز المتباينة

$$t < 8$$

إنّص

إذن، الحلّ هو $t < 8$

أتحقّق من فهمي: ✓

$$m \leq -3$$

$$15 \leq 5 - 2(4m + 7)$$

في بعض الأحيان، يعطي حل المتباينة جملة رياضية صحيحة دائمًا، مثل $5 < 8$ ، وفي هذه الحالة فإن الحل هو جميع الأعداد الحقيقية، وفي أحيان أخرى يعطي حل المتباينة جملة رياضية غير صحيحة أبدًا مثل $7 < 1$ ، وهذا يعني أنه لا يوجد حل للمتباينة.

مثال 4

أحل كلًا من المتباينات الآتية:

1 $14 + 6b > 2(5 + 3b)$

$$14 + 6b > 2(5 + 3b)$$

المتباينة الأصلية

$$14 + 6b > 10 + 6b$$

خاصية التوزيع

$$14 + 6b - 6b > 10 + 6b - 6b$$

أطرح $6b$ من طرفي المتباينة

$$14 > 10$$

أبسط

بما أن المتباينة $14 > 10$ صحيحة دائمًا مهما كانت قيمة b ، فإن حل المتباينة $(14 + 6b > 2(5 + 3b))$ هو جميع الأعداد الحقيقية.

2 $5 - 7m < m + 3 - 8m$

$$5 - 7m < m + 3 - 8m$$

المتباينة الأصلية

$$5 - 7m < 3 - 7m$$

أبسط

$$5 - 7m + 7m < 3 - 7m + 7m$$

أجمع $7m$ إلى طرفي المتباينة

$$5 < 3$$

أبسط

بما أن المتباينة $5 < 3$ غير صحيحة أبدًا مهما كانت قيمة m ، فإن المتباينة $(5 - 7m < m + 3 - 8m)$ ليس لها حل.

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 $12 - 8h \leq 2(6 - 4h)$

4 $3(2 + m) > 5m + 9 - 2m$

المتباينة $12 \leq 12$ صحيحة دائمًا، إذن، حل المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

المتباينة $6 > 9$ غير صحيحة أبدًا، إذن، لا يوجد حل للمتباينة الأصلية.

- أوضح للطلبة أنه عند إيجاد حل بعض المتباينات لا يظهر المتغير في المتباينة المكافئة، وفي هذه الحالة إذا كانت الجملة الرياضية الناتجة صحيحة فهذا يعني أن حل هذه المتباينة جميع الأعداد الحقيقية، أما إذا كانت المتباينة المكافئة الناتجة غير صحيحة أبدًا، عندها فإنه لا يوجد حل لهذه المتباينة.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد حل المتباينات المماثلة للمتباينات في المثال 4؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم الدعم اللازم.

مثال 5: من الحياة



- أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثم أحدّد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: عدد الصناديق، وأفترض أنه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خصائص المتباينات.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي سؤال (أتحقّق من فهمي) الذي يلي المثال 5، أوضح للطلبة أهمية المشاريع التي تواكب لغة العصر، مثل: المتاجر الإلكترونية التي تحدّ من البطالة وتوفّر الدخل الكافي لأصحابها.

التدريب

4

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (20 - 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

الوحدة 5

يمكن استعمال المتباينات التي يحتاج حلّها إلى أكثر من خطوة في حلّ مسائل حياتية.



مثال 5: من الحياة

مساعد: يبلغ الحد الأقصى لحمولة مصعد في البناية التي يسكن فيها هشام 400 kg. إذا أراد هشام تحميل مجموعة من الصناديق كتلة الواحد منها 20 kg، فأكتب متباينة واحلّها؛ لأجد الحد الأقصى لعدد الصناديق التي يمكن لهشام تحميلها في المصعد بأمان، علمًا بأن كتلة هشام 80 kg.

بالكلمات: كتلة هشام وكتلة الصناديق أقل من أو يساوي 400

المتغير: ليكن x عدد الصناديق، إذن كتلة الصناديق $20x$

المتباينة: $80 + 20x \leq 400$

$$80 + 20x \leq 400$$

المتباينة الأصلية

$$80 - 80 + 20x \leq 400 - 80$$

أطرح 80 من طرفي المتباينة

$$\frac{20x}{20} \leq \frac{320}{20}$$

أقسم طرفي المتباينة على 20

$$x \leq 16$$

أبسط

إذن، يمكن لهشام تحميل 16 صندوقًا كحدّ أقصى في المصعد.

أتحقّق من فهمي:



نسيب: ترغب ريم في الإعلان عن منتجات شركتها على موقع إلكتروني مقابل 10 JD شهريًا، إضافة إلى 0.05 JD عن كلّ من يزور موقع الإعلان. أكتب متباينة واحلّها؛ لأجد أقل عدد من الزيارات الشهرية لموقع الإعلان ليكون المبلغ الشهري الذي يتقاضاه الموقع الإلكتروني من شركة ريم 100 JD على الأقل.

$$0.05x + 10 \geq 100$$

$$x \geq 1800$$

إذن أقل عدد من الزيارات الشهرية للموقع يجب أن يكون 1800 زيارة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لما لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.
- في السؤال 23، ألفت انتباه الطلبة إلى أنه لتحقيق الربح يجب أن يكون الإيراد أعلى من التكلفة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (25 - 28).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤالين (25، 26) (تحد)، أوجه الطلبة إلى توحيد مقامات معاملات المتغيرات بعد تجميعها في أحد طرفي المتباينة.
- في السؤال 27 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الاستعانة بالمعلومة في صندوق الإرشاد الوارد في هامش المسألة.

أدرب وأحل المسائل

(1-6) أنظر الهامش.

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

- $3x - 2 < 13$
- $-6 > 3 - 3x$
- $-5 \geq 4x + 7$
- $5 - 2x < 17$
- $7b - 4 \leq 10$
- $-6g + 2 > 20$

أحل كلًا من المتباينات الآتية، وأتحقق من صحته الحل:

- $3y + 6 < 2y - 8$
 $y < -14$
- $6x + 10 \leq 2(7 - x)$
 $x \leq \frac{1}{2}$
- $3(x + 1) > 10 + 2x$
 $x > 7$
- $2(7 - 3a) \leq 14 - 6a$
أنظر ملحق الإجابات.
- $x - 4 - 7x > 1 - 6x$
أنظر ملحق الإجابات.
- $8.1x + 1 > 8.1x - 10$
أنظر ملحق الإجابات.
- $\frac{x}{2} + 4 < 7$
 $x < 6$
- $5w - 7 \leq 3w + 4$
 $w \leq 5\frac{1}{2}$
- $2(4x - 1) \leq 3(x + 4)$
 $x \leq \frac{14}{5}$
- $\frac{2t - 2}{7} > 4$
 $t > 15$
- $3(x - 2) < 15$
 $x < 7$
- $2(4t - 3) \geq 36$
 $t \geq \frac{21}{4}$
- $9h + 8 - 3h \geq 2(3h + 1) + 6$
أنظر ملحق الإجابات.
- $n - 1 > 3n + 4 - 2n$
أنظر ملحق الإجابات.

أندكر

استعمل أولاً خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس في طرفي المتباينة، ثم أحل المتباينة.

اكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي، ثم أحلها:

- ثلثا عدد مطروحا منه 5 لا يزيد على 15 $\frac{2}{3}x - 5 \leq 15, x \leq 30$
- أربعة أمثال مجموع عدد مع 5 أكبر من 2 $4(x + 5) > 2, x > -\frac{9}{2}$

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
- اكتب أكبر عدد صحيح x يحقق كل متباينة مما يأتي:

1 $x + 2 < 9$ ، حيث x عدد زوجي. 6

2 $3x - 11 < 40$ ، حيث x مربع كامل. 16

3 $2x + 1 < 19$ ، حيث x عدد أولي. 7

4 $5x - 8 \leq 15$ ، حيث x عدد فردي. 3

ملحوظة: يُفضل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبا منزليا.

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

1) $x < 5$



4) $x > -6$



2) $x > 3$



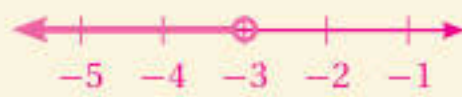
5) $b \leq 2$



3) $x \leq -3$



6) $g < -3$



الوحدة 5

نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حل متباينات بأكثر من خطوة.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحسوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 8 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعين عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أن جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

1 $2x - 11 \geq 19 \quad x \geq 15$

2 $5t - 3 < 2t + 5 \quad t < \frac{8}{3}$

تجارة: يمتلك كرم معملًا لإنتاج الطاولة تكلفته تشغيله الأسبوعية JD 270، إضافة إلى JD 60 لإنتاج الطاولة الواحدة. يبيع كرم الطاولة الواحدة بمبلغ JD 150. أكتب متباينة يمكن استخدامها لتحديد عدد الطاولة التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق ربح أسبوعي، وأحل المتباينة.



علم: إذا كانت C تمثل درجة الحرارة بالسليسيوس و F تمثل درجة الحرارة بالفهرنهايت و $C = \frac{5(F - 32)}{9}$ ، فأكتب متباينة يمكن استعمالها لأجد درجات الحرارة بالفهرنهايت التي يكون عندها الذهب صلبًا، ثم أحلها، علمًا بأن درجة انصهار الذهب 1064°C 1947.2°F $\frac{5(F - 32)}{9} < 1064$.

أتعلم

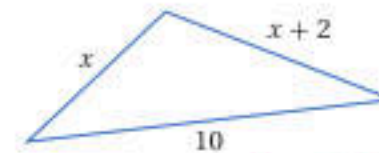
درجة الانصهار هي الدرجة التي تغير عندها المادة من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة.

مهارات التفكير العليا

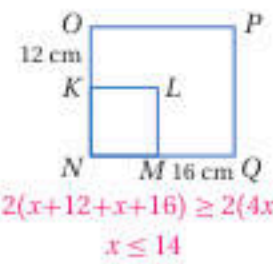
تحذ: أحل كلا من المتباينات الآتية:

25 $25 + \frac{2x}{3} > 35 - x \quad x > 6$

26 $\frac{3x}{4} + 5 \leq \frac{1}{2} - 6x \quad x \leq -\frac{2}{3}$



تبرير: اعتمادًا على الشكلي المجاور، أكتب متباينة وأحلها، لأجد أقل قيمة لـ x، علمًا بأن x عدد كلي. $x + x + 2 > 10$ $x > 4$ بما أن x عدد كلي، إذن أقل قيمة لـ x تحقق المتباينة هي 5.



تحذ: تمسدت أضلاع المربع KLMN فتشكل المستطيل NOPQ كما في الشكلي المجاور، إذا كان محيط المستطيل لا يقل عن مثلي محيط المربع، فأكتب متباينة وأحلها؛ لأجد أكبر طول ممكن لضلع المربع. $2(x + 12 + x + 16) \geq 2(4x)$ $x \leq 14$ إذن أكبر طول ممكن لضلع المربع 14 cm.

أكتب: كيف أحل متباينة تحتوي متغيرات في طرفيها؟
انظر إجابات الطلبة.

35

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 21, 22 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (21 - 24) كتاب التمارين: (4 - 10), 14, 15
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24 - 28) كتاب التمارين: (11 - 15)

اختبار نهاية الوحدة

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة (1 - 7) فرديًا، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعًا في حل بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (8 - 30)، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجهوا صعوبة في حلها؛ لمناقشتها على اللوح.

6 حل المتباينة $5n - 12 > 2(n + 9)$ هو:

- a) $n > 6$ b) $n > 3$
 c) $n > 10$ d) $n < 10$

7 حل المتباينة $12 < 18 - 2x$ هو:

- a) $x < 6$ b) $x < 15$
 c) $x > 3$ d) $x < 3$

اكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي، ثم أحلها:

8 عددًا مطروح منه 15 أقل من 7

9 جمع اثنين إلى ناتج قسمة عدد على 6 يساوي 8 على الأكثر. (8-13) أنظر الهامش.

10 مجموع عدد و 9 أقل من -1

11 خمس عدد أقل من 10

12 أربعة أمثال عدد مضافًا إلى 8 أقل من 20

13 خمسة أمثال مجموع عدد مع 6 أكبر من 20

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته: (14-23) أنظر الهامش.

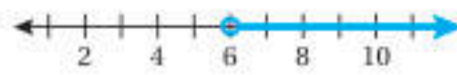
- 14 $x - 5 < 6$ 15 $3x > 21$
 16 $x + 4 \leq 7$ 17 $t + 5 > 3$
 18 $p + 12 \geq 2$ 19 $2x - 3 < 7$
 20 $\frac{x}{2} + 4 > 5$ 21 $\frac{y}{5} + 6 \leq 3$
 22 $6 \geq 9 - x$ 23 $10 - 2x \leq 3$

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المتباينة التي تمثل الجملة (مثلاً x مضافًا إليه 4 أقل من 7) هي:

- a) $2(x + 4) < 7$ b) $2x + 4 > 7$
 c) $2x + 4 < 7$ d) $2x + 4 \leq 7$

2 التمثيل البياني الآتي يمثل حل المتباينة:



- a) $x > 6$ b) $x < 6$
 c) $x \leq 6$ d) $x \geq 6$

3 أي الأعداد الآتية يعد أحد حلول المتباينة $15 - 6y \leq 9$ ؟

- a) -1 b) 1
 c) 0 d) -2

4 حل المتباينة $(-\frac{3}{4} < 6y)$ هو:

- a) $y < -\frac{1}{8}$ b) $y > -\frac{1}{8}$
 c) $y > -\frac{9}{2}$ d) $y > -\frac{2}{9}$

5 المتباينة $(-\frac{1}{2}y \geq -\frac{3}{2})$ تكافئ:

- a) $y \leq \frac{3}{4}$ b) $y \leq \frac{4}{3}$
 c) $y \leq -3$ d) $y \leq 3$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

8) $x - 15 < 7, x < 22$

9) $\frac{b}{-6} + 2 \leq 8, b \geq -36$

10) $y + 9 < -1, y < -10$

11) $\frac{y}{5} < 10, y < 50$

12) $4d + 8 < 20, d < 3$

13) $5(w + 6) > 20, w > -2$

تدريب على الاختبارات الدولية

- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها بالاستعانة بالمعلومة أدناه، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فرديًا، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- يتقدم طلبة الصفين الرابع والثامن في المدارس الأردنية إلى اختبار (TIMSS) كل أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم، ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأخرى التي يتقدم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

32 ما أصغر عدد كلي يحقق المتباينة $-5 < n$ ؟

- a) -1 b) 0
c) 1 d) 2

33 أي المتباينات تكافئ المتباينة $w > 4$ ؟

- a) $w < 4$ b) $-4 < w$
c) $w < -4$ d) $-w < -4$

34 قررت إدارة أحد المطارات صيانة أحد مدارجها البالغ طوله 456 m، إذا أُنجز أقل من ثلث العمل في المرحلة الأولى، فإن المتباينة التي تمثل عدد الأمتار التي ما زالت تحتاج للصيانة هي:

- a) $d > 304$ b) $d \leq 304$
c) $d \geq 304$ d) $d < 304$



35 تكلف الدقيقة الواحدة من المكالمات الدولية على الهاتف النقال لسعر 8 قروش. إذا كان الحد الأعلى للمبلغ الذي يمكن أن يصرفه سميح على مكالمات دولية JD 2.4 فما المتباينة التي تُستعمل لإيجاد مدة المكالمات؟

- a) $0.08x \leq 2.4$ b) $0.08x \geq 2.4$
c) $0.08 \leq 2.4x$ d) $0.08 \geq 2.4x$

24 يتقاضى موظف مبيعات في أحد المراكز التجارية

مبلغ JD 75 أسبوعيًا، إضافة إلى 4% من قيمة مبيعاته. يخطط هذا الموظف ألا يقل دخله هذا الأسبوع عن JD 95، أجد الحد الأدنى للمبيعات التي تحقق هدفه.

$$x \geq 500$$

أحل كلاً من المتباينات الآتية، واثبت من صحة الحل:

25 $3 + \frac{r}{-4} \geq 6$ $r \leq -12$

26 $2 > -3t - 10$ $t > -4$

27 $5x - 12 < 3x - 4$ $x < 4$

28 المتباينة $-10 < 5$ صحيحة دائماً، إذن، حل المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

29 $2(5z - 20) < -3(4 - z)$ $z < 4$

30 مساعدات: تخطط جمعية خيرية لإقامة بازار تبيع فيه

أطباقاً من الطعام وتوزيع ريع مبيعاته على عائلات فقيرة. إذا كان سعر الطبق الواحد JD 1.25 وتخطط الجمعية لجمع ما لا يقل عن JD 400، فأكتب متباينة وأحلها؛ لأجد أقل عدد من الأطباق التي يجب بيعها في البازار لتحقيق الجمعية هدفها.

$$x \geq 320$$

يجب على الجمعية بيع ما لا يقل عن 320 طبقاً لتحقيق هدفها.

تدريب على الاختبارات الدولية

31 حل المتباينة $-13 < -18$ هو:

- a) $u < -5$ b) $u > 5$
c) $u > -5$ d) $u < 5$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

14) $x < 11$



15) $x > 7$



16) $x \leq 3$



17) $t > -2$



18) $p \geq -10$



19) $x < 5$



20) $x > 2$



21) $y \leq -15$



22) $x \geq 3$



23) $x \geq 3.5$



كتاب التمارين

الوحدة 5
المتباينات الخطية

أسعد لدراسة الوحدة

حل معادلات الجمع والطرح (الدرس 2)

أحل كلًا من المعادلات الآتية، ثم اتحقق من صحة الحل:

1 $y + 3 = 7$ $y = 4$

4 $-2 + z = 8$ $z = 10$

7 $x - 4 = 1$ $x = 5$

2 $5 = y + 2$ $y = 3$

5 $-2 + x = 20$ $x = 22$

8 $x + 8 = 15$ $x = 7$

3 $3 = x - 3$ $x = 6$

6 $m - 4 = -4$ $m = 0$

9 $3 = n - 1$ $n = 4$

مثال: أ حل المعادلة: $y + 5 = 18$ ، ثم اتحقق من صحة الحل:

$y + 5 = 18$

$y + 5 = 18$

$-5 \quad -5$

$y = 13$

أكتب المعادلة

أطرح 5 من الطرفين

أعوض عن المتغير (المعادلة)

أحل المعادلة

y	5
18	
y	5
13	-5
y	
13	

أتحقق من صحة الحل:

أعوض $y = 13$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

$13 + 5 = 18$

$18 = 18 \checkmark$

الوحدة 5
المتباينات الخطية

أسعد لدراسة الوحدة

أخير معلوماتي لحل التمارين أولاً، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، أستعمل بالمثل المتطابق.

تحديد إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلاً للمعادلة (الدرس 3)

أبين إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثل حلاً للمعادلة أم لا في كل مما يأتي:

1 $a + 6 = 17, (a = 9)$ لا تمثل حلاً

3 $\frac{a}{2} = -14, (a = -28)$ تمثل حلاً

5 $5s + 8 = 19, (s = 2)$ لا تمثل حلاً

2 $4y = 56, (y = 14)$ تمثل حلاً

4 $35 = -7n, (n = -3)$ لا تمثل حلاً

6 $-2x + 10 = 14, (x = -2)$ تمثل حلاً

مثال: أبين إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثل حلاً للمعادلة أم لا:

a) $2x + 1 = 11, (x = 6)$

$2x + 1 = 11$

$2(6) + 1 = 11$

$12 + 1 = 11$

$13 \neq 11$

المعادلة المعطاة

أعوض عن x بالعدد 6

أبقي أولويات العمليات وأضرب أولاً

أجمع

العبارة غير صحيحة، إذن $(x = 6)$ ليست حلاً للمعادلة.

b) $3 + 2m = 1, (m = -1)$

$3 + 2m = 1$

$3 + 2(-1) = 1$

$3 + (-2) = 1$

$1 = 1 \checkmark$

أكتب المعادلة

أعوض عن m بالعدد -1

أبقي أولويات العمليات وأضرب أولاً

أجمع

العبارة صحيحة، إذن تمثل $(m = -1)$ حلاً للمعادلة.

الوحدة 5
المتباينات الخطية

أسعد لدراسة الوحدة

حل معادلات الضرب والقسمة (الدرس 4)

أحل كلًا من المعادلات الآتية، ثم اتحقق من صحة الحل:

13 $3x + 8 = 14$ $x = 2$

16 $5x - 8 = 12$ $x = 4$

19 $2 - 3x = -4$ $x = 2$

22 $2(4x + 1) = 16$ $x = \frac{7}{4}$

14 $20 - 3x = 11$ $x = 3$

17 $5x - 2 = 23$ $x = 5$

20 $3k + 4 = -11$ $k = -5$

23 $3 - 26 = -5(b + 2) - 1$ $b = -\frac{18}{3}$

15 $1 - m = 3$ $m = -2$

18 $11 - 2x = 7$ $x = 2$

21 $2m + 3 = -5$ $m = -4$

24 $20 = 5n$ $n = 4$

مثال: أ حل المعادلة: $2x + 3 = 17$ ، ثم اتحقق من صحة الحل:

$2x + 3 = 17$

$2x + 3 = 17$

$-3 \quad -3$

$2x = 14$

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$

$x = 7$

أكتب المعادلة

أطرح 3 من الطرفين

أقسم الطرفين على 2

أحل المعادلة

x	3
17	
x	3
14	-3
x	
7	

أتحقق من صحة الحل:

أعوض $x = 7$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

$2(7) + 3 = 17$

$17 = 17 \checkmark$

الوحدة 5
المتباينات الخطية

أسعد لدراسة الوحدة

حل معادلات الضرب والقسمة (الدرس 5)

أحل كلًا من المعادلات الآتية، ثم اتحقق من صحة الحل:

5 $6n = 18$ $n = 3$

8 $-2n = 16$ $n = -8$

11 $20 = 5n$ $n = 4$

6 $\frac{b}{-2} = 3$ $b = -6$

9 $21 = 3x$ $x = 7$

12 $2k = 24$ $k = 12$

7 $\frac{q}{-9} = 4$ $q = -36$

10 $4y = 44$ $y = 11$

13 $\frac{x}{2} = 1$ $x = 2$

مثال: أ حل المعادلة: $3x = 12$ ، ثم اتحقق من صحة الحل:

$3x = 12$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

$x = 4$

أكتب المعادلة

أقسم الطرفين على 3

أعوض عن المتغير (المعادلة)

أحل المعادلة

x	3
12	
x	3
12 ÷ 3	12 ÷ 3
x	
4	

أتحقق من صحة الحل:

أعوض $x = 4$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

$3(4) = 12$

$12 = 12 \checkmark$

كتاب التمارين

الدرس 1 كتابة المتباينات وتمثيلها

اكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي:

- 1 تعليم جامعي: الحد الأدنى لمتوسط العادة اللازم لتطبيق طلب الالتحاق بكلية الطب البيطري في المملكة الأردنية الهاشمية 85% $y \geq 85\%$
- 2 كرة قدم: يجب أن يكون عمر اللاعب في فريق الناشئين لكرة القدم أقل من 17 سنة، $b < 17$
- 3 عدد مطروح من 1 أكبر من 13 $x - 1 > 13$
- 4 ثلاثة أمثال عدد أقل من 20 $3x < 20$

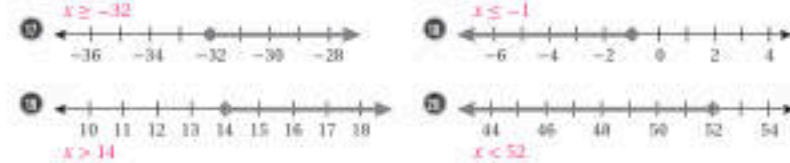
أبني ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل ما يأتي: (9-16) أنظر ملحق الإجابات.

- 1 $9 - s > 4, s = 3$
- 2 $k + 6 < -5, k = -4$
- 3 $7n + 1 \geq 15, n = 2$
- 4 $5 - x < 11, x = -7$
- 5 $\frac{n+z}{2} \leq -2, z = -4$
- 6 $r + 4 > 8, r = 2$

أمثل كل متباينة مما يأتي على خط الأعداد:

- 1 $y > -5$
- 2 $x < 0$
- 3 $w \geq 6$
- 4 $h \leq 5$
- 5 $w < 8$
- 6 $z \geq -1$

اكتب المتباينة الممثلة على خط الأعداد في كل ما يأتي:



- 1 اكتشف الخطأ: يقول عاصم: إن العدد 8 لا يمثل حلاً للمتباينة $\frac{1}{2}x + 2 \leq 6$.
اكتشف الخطأ في ما يؤوله عاصم، واستخدم المتباينة $8 \leq 6$ عبارة صحيحة لأن $8 = 6$ ، وعليه يكون 8 أحد الحلول.

10

الدرس 2 حل المتباينات بالجمع والطرح

أحل كل متباينة، وأمثلها على خط الأعداد، وأتحقق من صحة الحل: (1-8) أنظر ملحق الإجابات.

- 1 $m - 3 < 1$
- 2 $5 < m + 3$
- 3 $y + 1.5 \geq 9.5$
- 4 $-7.6 \leq -0.6 + r$
- 5 $-1 \geq x - 9$
- 6 $3 \leq \frac{1}{2} + n$

إذا كان $x + 6 \geq 20$ فأكمل كل متباينة:

- 1 $x \geq 14$
- 2 $x + 10 \geq 24$
- 3 $x - 6 \geq 8$

اكتب أصغر عدد صحيح y يحقق كل متباينة مما يأتي:

- 1 $y - 3 > 5$
- 2 $y - 7 \geq 6$

اكتب أكبر عدد صحيح d يحقق كل متباينة:

- 1 $d + 3 < -2$
- 2 $d - 4 \leq -2$

- 3 ييلقة: حاتي صغر في نادي البيعة، وطمع إلى مع 15 شقة على الأقل خلال ثلاثة أيام في معرض «الأرض» الذي يقام في ليعق زرعها في المحافظة على البيئة. إذا بلغ حاتي 6 شقات يوم الأحد، و 9 شقات يوم الإثنين، فأكتب متباينة وأحلها لتحديد عدد الشقات التي ينبغي لها أن يسبقها يوم الثلاثاء.
 $x + 9 \geq 15, x \geq 6$
إذاً على حاتي مع ما لا يقل عن 6 شقات يوم الثلاثاء.

- 4 بين الشكل المجاور شكلًا رباعيًا محيطه أقل من 18.7 cm. أكتب متباينة وأحلها لإيجاد قيم x المحتملة.
 $15.4 + x \leq 18.7, x \leq 3.3$

11

الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة

اكتب $>$ أو $<$ أو $\geq$ أو $\leq$ في ☐ لتكون عبارة صحيحة في ما يأتي:

- 1 إذا كان $b > 7$ فإن $3b > 21$
- 2 إذا كان $m > 0$ فإن $-m < 0$
- 3 إذا كان $y \geq -5$ فإن $\frac{1}{2}y \geq -10$
- 4 إذا كان $-3t \leq 18$ فإن $t \geq -6$

أحل كل من المتباينات الآتية، وأمثلها على خط الأعداد، وأتحقق من صحة الحل: (5-10) أنظر ملحق الإجابات.

- 1 $0.5 \leq \frac{1}{4}y$
- 2 $-12 > 3x$
- 3 $\frac{2}{3}h < 10$
- 4 $-3.5 > 7b$
- 5 $-\frac{3}{5} \geq \frac{8}{5}$
- 6 $-\frac{9}{4} < -\frac{3}{8}b$

- 7 صناعات غذائية: بلغ معدل إنتاج مصنع من الآليات 120 وحدة في الساعة، ويحفظ قسم الإنتاج في المصنع لإنتاج ما لا يقل عن 600 وحدة يوميًا. أكتب متباينة وأحلها لأجد الحد الأدنى من الساعات اليومية التي يجب أن يعمل بها المصنع لإنتاج الكمية المطلوبة.
 $120y \geq 600, y \geq 5$

- 8 هندسة: مسطح مساحة أقل من 85 cm^2 وطوله 20 cm . أكتب متباينة تمثل العرض الممكن للمسطح ثم أحلها.
 $30h < 85, h < 4.25$

أبني ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا، مع توضيح ذلك بأمثلة مناسبة: (13-16) أنظر ملحق الإجابات.

- 1 إذا كان $a < 1$ فإن $a > 4$
- 2 إذا كان $b < 0$ فإن $bx > 0$
- 3 إذا كان $c \geq 0$ فإن $-c > 1$
- 4 إذا كان $d \geq 1$ فإن $dx > 0$

12

الدرس 4 حل المتباينات متعددة الخطوات

أحل كل من المتباينات الآتية، وأتحقق من صحة الحل:

- 1 $2x - 6 \leq 10, x \leq 8$
- 2 $20 - 2x \geq 5, x \leq 7.5$
- 3 $3 - 4x > 11, x < -2$
- 4 $25 - 3x < 7, x > 6$
- 5 $2(6 - x) < 9, x > \frac{1}{2}$
- 6 $\frac{10 - 2x}{3} \geq 4, x \leq -5$
- 7 $3n + 14 > 8n - 13, n < 5.4$
- 8 $\frac{6n - 2}{7} < 9, n < \frac{65}{4}$
- 9 $7x + 1 > 3x - 7, x > -2$

- 10 يخطط أعضاء اللجنة الإدارية في أحد النوادي الرياضية لبيع قمصان تحمل اسم النادي ببيع لا يقل عن 500 JD خلال الأسبوع. إذا كان سعر القميص الواحد JD 2.5 ونسح نهاية اليوم الخامس كان إيرادات النادي من هذه المبيعات 375 JD، فأكتب متباينة وأحلها لأجد أقل عدد من القمصان يجب بيعه خلال اليومين الباقيين ليصل النادي إلى هدفه.
 $375 + 2.5b \geq 500, b \geq 50$
إذاً يجب على النادي أن يبيع ما لا يقل عن 50 قميصًا خلال اليومين الباقيين.

اكتب قيم x التي تحقق كل متباينة مما يأتي:

- 1 $x < 26, x = 0, 1, 4, 9, 16, 25$
- 2 $4x - 6 \leq 15$ حيث x عدد صحيح فردي موجب.

- 3 لدى فاري 4 JD إذا اشترى 8 علب عصير وأعطى أحدًا دينارا واحدًا، وبقي معه 60 قرشًا. أكتب متباينة وأحلها لأجد الحد الأعلى لسعر علبة العصير الواحدة.
 $8x + 1 + 0.6 \leq 4, x \leq 0.5$
إذاً الحد الأعلى لسعر علبة العصير الواحدة 30 قرشًا.

- 4 في الشكل المجاور مسطح محيطه أقل من 40 cm . أكتب متباينة بدلالة x تدل على محيط المسطح.
 $2(x + 2x - 1) < 40, 6x - 2 < 40$
- 5 أجد المتباينة في السؤال السابق: $x < 7$

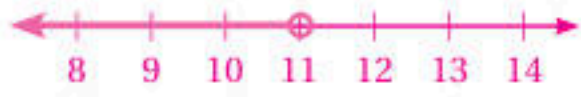
13

الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

10) $d > 12$



11) $m < 11$



12) $c \geq 11.2$



الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

10) المتباينة $14 \leq 14$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

11) المتباينة $-4 > 1$ غير صحيحة أبداً، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

12) المتباينة $-10 > 1$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

19) المتباينة $8 \geq 8$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

20) المتباينة $-1 > 4$ غير صحيحة أبداً، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

كتاب التمارين - الدرس 1:

5) تمثّل أحد حلول المتباينة.

6) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

7) تمثّل أحد حلول المتباينة.

8) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

9) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

10) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

7) $y < 6$



8) $b \leq -4$



9) $y > 2$



10) $n \geq -4$



11) $x \geq -16$



12) $w > 1\frac{3}{4}$



الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

7) $x \leq -2$



8) $n \geq -2$



9) $b > -3$



5) $y \geq 2$



6) $x < -4$



7) $h < 25$



8) $b < -\frac{1}{2}$



9) $w \leq -3$



10) $b < 6$

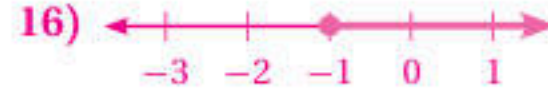
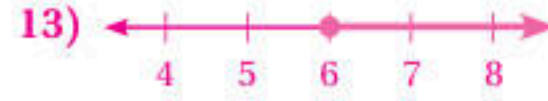
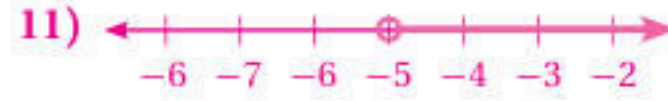


13) صحيحة أحياناً؛ فإذا كانت $a = \frac{1}{4}$ (مثلاً) تتحقق المتباينة، أما إذا كانت $a = -1$ (مثلاً) لا تتحقق المتباينة.

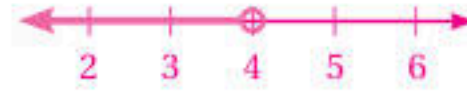
14) صحيحة دائماً؛ لأن حاصل ضرب عدد سالب في عدد سالب يعطي دائماً عدداً موجباً، والأعداد الموجبة أكبر من الصفر.

15) صحيحة أحياناً؛ فإذا كانت $x = 10$ (مثلاً) تتحقق المتباينة، أما إذا كانت $x = 0$ (مثلاً) لا تتحقق المتباينة.

16) صحيحة دائماً؛ لأن إشارة x موجبة، وإشارة d موجبة، فيكون ناتج الضرب موجب دائماً.



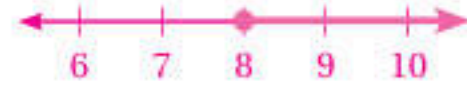
1) $m < 4$



2) $m > 2$



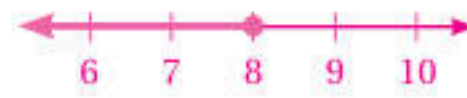
3) $y \geq 8$



4) $r \geq -7$



5) $x \leq 8$

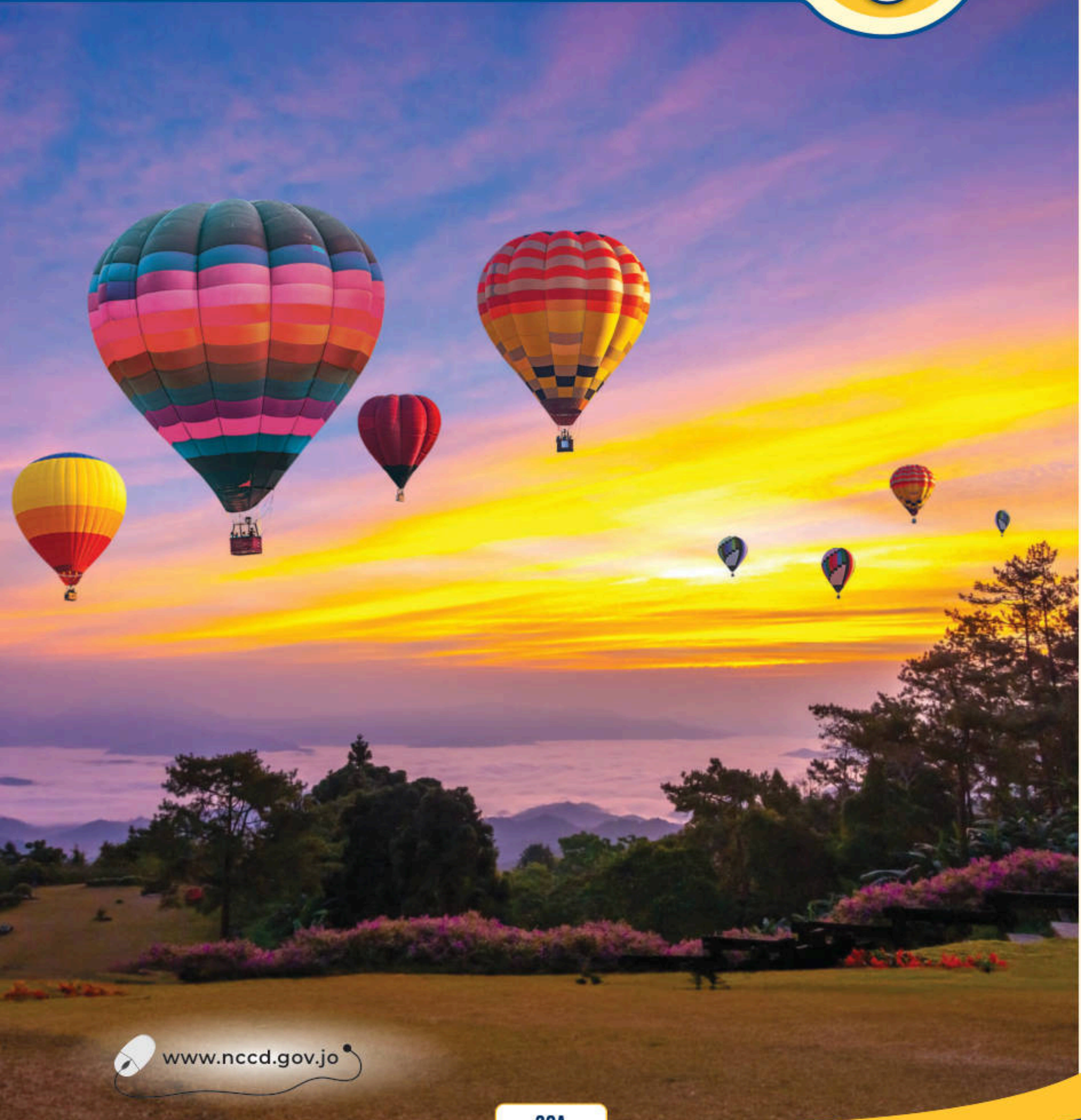


6) $a \geq 2\frac{1}{2}$



أنظمة المعادلات الخطية

الوحدة
6



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			- أحجار نرد. - ألواح صغيرة.	1
الدرس 1: حلّ نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا	- تعرف نظام المعادلات الخطية بمتغيرين. - التحقق من أن الزوج المرتب يمثل حلًا للنظام. - حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانيًا. - نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين، وحله بيانيًا.	نظام المعادلات الخطية. حلّ نظام المعادلات الخطية.	- ألواح صغيرة. - ورقة المصادر 6	3
معمل برمجة جيو جبرا: تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا	استعمال برمجة جيو جبرا في حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانيًا.		برمجة جيو جبرا.	1
الدرس 2: حلّ نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض	- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض. - نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين، وحله بالتعويض.	التعويض.	ألواح صغيرة.	3
الدرس 3: حلّ نظام من معادلتين خطيتين بالحذف	- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف. - نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين، وحله بالحذف.	الحذف.	- ألواح صغيرة. - ورقة المصادر 7	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			- جهاز حاسوب. - شبكة الإنترنت.	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصة

تهيئة الوحدة

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

ما أهمية هذه الوحدة؟

يمكن نمذجة مواقف حياتية عديدة باستعمال معادلتين خطيتين بمتغيرين، مثل تغير الطول، وتغير درجات الحرارة في أثناء اليوم، وتغير ارتفاع ماء، فمثلاً يساعد حل نظام المعادلات على تحديد الوقت الذي يصبح فيه منطادان على الارتفاع نفسه إذا كان معدل التغير في ارتفاعهما مختلفاً.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلموه في الصف السابع الأساسي حول حل المعادلات الخطية بمتغير واحد بيانياً وجبرياً، لتعرف حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً وجبرياً، وسيتعلمون أيضاً كيفية استعمال برمجة جيو جيرا في حل مثل هذه الأنظمة بيانياً.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرف الطلبة كيفية نمذجة مواقف هندسية وحياتية باستعمال أنظمة من المعادلات الخطية، وحلها.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- حل نظام معادلات خطية بمتغيرين بيانياً.
- حل نظام معادلات خطية بمتغيرين بالتعويض.
- حل نظام معادلات خطية بمتغيرين بالحذف.

تعلمت سابقاً:

- ✓ تعيين إحداثي نقطة في المستوى الإحداثي.
- ✓ حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- ✓ كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

الترباط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حل معادلات خطية من خطوتين على الأقل تحتوي على متغيرات في طرفيها ضمن الأعداد الصحيحة والنسبة باستخدام النماذج وبيانياً وجبرياً.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلب حلها خطوتين، وحلها بأكثر من طريقة.
- تعرف الاقتران الخطي، والتعبير عنه بطرائق مختلفة.
- تمثيل الاقتران الخطي بيانياً.

الصف الثامن

- تعرف نظام المعادلات الخطية بمتغيرين.
- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً، والتحقق من صحة الحل.
- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالتعويض، والتحقق من صحة الحل.
- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالحذف، والتحقق من صحة الحل.

الصف التاسع

- حل المعادلة على صورة $ax^2+bx+c=0$ بيانياً، وبالتحليل، وبإكمال المربع، وباستعمال القانون العام.
- حل معادلات تحتوي على مقادير جذرية ونسبية.
- حل معادلات تحتوي على مقادير نسبية.
- حل معادلات من الدرجة الثالثة على صورة فرق بين مكعبين ومجموع مكعبين.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة حول حل أنظمة المعادلات الخطية؛ لتكوين نظام معادلات خطية يمثل نمو أشجار سريعة النمو، وحل هذه الأنظمة بطرائق مختلفة.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المخطوطة، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: الأشجار سريعة النمو

4 أجد متى يصبح طول الشجرتين في كل نظام معادلات كنوّس في الخطوة (2) متساوياً، وذلك بحل النظام بيانياً وجبرياً باستعمال طريقتي التعويض والحذف، وأبزر إجابتي.

5 استعمل برمجية جوجيرا لحل أنظمة المعادلات الخطية والتحقّق من صحة الحل.

6 أعد مطوية من 4 صفحات، أدرج في كل صفحة منها صورة لإحدى الأشجار الأربع ومعلومات عنها.

استعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص لكتابة معادلات خطية تمثل نمو أشجار سريعة النمو، وتكوين أنظمة معادلات منها، وحلّها.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحث في شبكة الإنترنت عن 4 أشجار سريعة النمو وأجد معدّل نمو كل منها، مع ضرورة الانتباه لتوحيد وحدات الزمن، ووحدات الطول للأشجار جميعها.

2 أكتب أربع معادلات خطية لأطوال الأشجار الأربع بالنسبة للزمن معتمداً على معدّل النمو وفق الشروط الآتية:

- افترض طولاً أولياً للشجرتين ذواتي معدّل النمو الأقل على أن يكون أكثر من 2 m
- افترض طولاً أولياً للشجرتين ذواتي معدّل النمو الأعلى على أن يكون أقل من 1 m

3 استعمل المعادلات الأربع الناتجة في الخطوة (2) لأكون 4 أنظمة معادلات خطية، كل نظام منها مكون من معادلتين خطيتين، إحداهما من الشجرتين ذواتي معدّل النمو الأعلى والأخرى من الشجرتين ذواتي معدّل النمو الأقل.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	اختيار أشجار سريعة النمو، وإيجاد معدّل نمو كل منها.			
2	تكوين نظام معادلات خطية لمعدلات نمو أشجار سريعة النمو.			
3	حل نظام المعادلات بيانياً، والتحقّق من صحة الحل.			
4	حل نظام المعادلات بالتعويض، والتحقّق من صحة الحل.			
5	حل نظام المعادلات بالحذف، والتحقّق من صحة الحل.			
6	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
7	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

- 1 تقديم نتائج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتائج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتائج صحيح كامل.

هدف النشاط:

- التمهيد لمفهوم حلّ نظام مكوّن من معادلتين.

خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة بحجري نرد، ولوح صغير.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة رمي حجري النرد، وأطلب إلى الفرد الآخر تغطية عينيه.
- يخبر الفرد الأول زميله/ زميلته بمجموع العددين الظاهرين على وجهي حجري النرد.
- يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهي حجري النرد، فإذا كان تخمينه صحيحًا يحصل على 3 نقاط، أما إذا كان تخمينه غير صحيح فعلى الفرد الأول إخبار الفرد الثاني بالفرق بين العددين، وعندها يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهي حجري النرد مرة أخرى، فإذا كان تخمينه صحيحًا هذه المرة يحصل على نقطة واحدة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يستمرّ فردا المجموعة بتبادل الأدوار حتى يلعب كلّ منهما 5 جولات.
- يسجّل الفوز لمن يحصل على أكبر عدد من النقاط بعد انتهاء النشاط.
- أخبر الطلبة أنني رميت حجري نرد وكان مجموع العددين الظاهرين على الحجرين 7، ثم أفترض العدد الذي يعبر عن العدد الظاهر على الحجر الأول هو x ، وأنّ العدد الظاهر على الحجر الثاني هو y ، ثم أطلب إلى الطلبة كتابة المعادلة التي تعبر عن مجموع العددين الظاهرين على وجهي حجري النرد على ألواحهم الصغيرة ثم رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثم أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y .
- أخبر الطلبة أن الفرق بين العددين الظاهرين على حجري النرد 3، ثم أطلب إليهم كتابة المعادلة التي تعبر عن الفرق بين العددين الظاهرين على وجهي حجري النرد على ألواحهم الصغيرة ثم رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثم أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y التي تحقّق المعادلتين، لأتوصّل معهم إلى أن العددين اللذين يحققان المعادلتين معًا هما: 5 و 2.

✓ إرشادات:

- يُعَدُّ هذا النشاط تمهيداً لمفهوم حلّ نظام معادلات بمتغيرين، فمثلاً إذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجري النرد 7، والفرق بينهما 3 فإن تحديد العددين الظاهرين على حجري النرد يُعَدُّ حلاً للمعادلتين.
- عند معرفة الطلبة بالفرق بين العددين، فمن المتوقع تمكّنهم من تحديد العددين بسرعة، ولكن حينها لا يحصلون إلا على نقطة واحدة.

التكليف: يمكن استعمال حجري نرد الأعداد عليهما أكبر من العدد 6، لتعزيز الطلبة على إدراك أن المعادلة الأولى وحدها غير كافية لإيجاد الحل.

توسعة: يمكن للطلبة إعادة اللعبة مرة أخرى واستعمال المعادلات لإيجاد الحل.

نتائج الدرس:

- تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيرين.
- التحقق من أن الزوج المرتب يمثل حلاً للنظام.
- حلّ نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بيانيًا.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بيانيًا.

نتائج التعلم القبلي:

- تحديد إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً للمعادلة الخطية بمتغيرين.
- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلات الخطية بمتغيرين بيانيًا في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 6: مطابقة التمثيلات البيانية، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات مطابقة جدول القيم مع التمثيل البياني المرتبط به، ثمّ ربطهما بمشبك ورقي.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

حلّ نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

1

الدرس

استكشف



شجرة طولها 0.6 m ويزداد طولها بمعدّل ثابت مقداره 0.3 m في السنة، وشجرة أخرى طولها 1.8 m ويزداد طولها بمعدّل ثابت مقداره 0.15 m لكل سنة. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه؟

فكرة الدرس

أحلّ نظام معادلات مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المصطلحات:

نظام المعادلات الخطية، حلّ نظام المعادلات الخطية.

يتكوّن نظام المعادلات الخطية (system of linear equations) من معادلتين خطيتين أو أكثر لها المتغيرات نفسها، وفي ما يأتي مثال على نظام مكون من معادلتين خطيتين:

$$y = 2x + 1$$

المعادلة 1

$$y = x - 3$$

المعادلة 2

حلّ نظام المعادلات الخطية (solution of a system of linear equations) بمتغيرين هو زوج مرتب يحقق كلّ معادلة في النظام.

مثال 1

أحدّد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى في كلّ مما يأتي:

① $(4, 1); \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$

أعوّض الزوج المرتب $(4, 1)$ في كلا المعادلتين حيث $x = 4$ و $y = 1$

المعادلة 2

$$x - y = 3$$

$$4 - 1 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 = 3 \quad \checkmark$$

المعادلة 1

$$x + 2y = 6$$

$$(4) + 2(1) \stackrel{?}{=} 6$$

$$6 = 6 \quad \checkmark$$

بما أنّ الزوج المرتب $(4, 1)$ يمثل حلاً لكلا المعادلتين، إذن $(4, 1)$ يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية.

- أبين للطلبة أن الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات؛ لأنه يمثل حلاً لكلا المعادلتين.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض النقطة في المعادلة الأولى، ثم أطلب إلى آخر تعويض النقطة في المعادلة الثانية، ثم أسأل الطلبة:
 - « هل مثل الزوج المرتب حلاً للمعادلة الأولى؟ لا.
 - « هل مثل الزوج المرتب حلاً للمعادلة الثانية؟ نعم.
 - « هل يمثل الزوج المرتب حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمثل حلاً لكلا المعادلتين.
- أبين للطلبة أن الزوج المرتب لا يمثل حلاً لنظام المعادلات؛ لأنه لا يمثل حلاً لكلا المعادلتين، بالرغم من أنه يمثل حلاً لإحدى المعادلتين.

⚠️ أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم على أن زوجاً مرتباً يمثل حلاً لنظام معادلات خطية إذا حقق إحدى المعادلتين؛ لذا أؤكد وبشكل مستمر ضرورة تعويض الزوج المرتب في كلتا المعادلتين؛ للتحقق من تمثيله حلاً لكل منهما.

✓ **إرشاد:** أوضح للطلبة أنه إذا لم تحقق النقطة المعادلة الأولى، فلا داعي لتعويضها في المعادلة الثانية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب السوار في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « ما العوامل التي تساعد على نمو الأشجار؟ أشعة الشمس، وخصوبة التربة، ...
 - « كم يبلغ طول كل من الشجرتين بعد عام؟ 0.9 m , 1.95 m
 - « كم يبلغ طول كل من الشجرتين بعد عامين؟ 1.2 m , 2.1 m
 - « بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال مرةً أخرى، وأعزّزه / أعزّزها كما عزّزت من قديم الإجابة الصحيحة.

- أذكر الطلبة بما تعلّموه سابقاً حول المعادلة الخطية بمتغيرين وصورها المختلفة وحلّها، ثم أوضح لهم مفهوم كل من نظام المعادلات الخطية، وحلّ نظام المعادلات الخطية.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض الزوج المرتب في المعادلة الأولى، ثم أطلب إلى آخر تعويض الزوج المرتب في المعادلة الثانية، ثم أسأل الطلبة:
 - « هل مثل الزوج المرتب حلاً للمعادلة الأولى؟ نعم.
 - « هل مثل الزوج المرتب حلاً للمعادلة الثانية؟ نعم.
 - « هل يمثل الزوج المرتب حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمثل حلاً لكلا المعادلتين.

- أوضح للطلبة أنهم سيتعلمون في هذه الوحدة طرائق مختلفة لحلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين، وإحدى هذه الطرائق هي: التمثيل البياني، ثمّ أبين لهم أن ذلك يتمّ عن طريق تمثيل كلّ من معادلتين النظام في المستوى الإحداثي نفسه، وتحديد نقطة تقاطع المستقيمين التي تمثل حلّاً للنظام.

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 2 على اللوح، ثمّ أسأل الطلبة:

« ما الصيغة التي كتبتُ بها معادلتين النظام؟ صيغة الميل والمقطع.

- أطلب إلى أحد الطلبة تمثيل المعادلة الأولى في المستوى الإحداثي باستعمال الميل والمقطع، ثمّ أطلب إلى طالب آخر / طالبة أخرى تمثيل المعادلة الثانية في المستوى الإحداثي نفسه باستعمال الميل والمقطع أيضاً، ثمّ أسأل الطلبة:

« ما نقطة تقاطع المستقيمين؟ $(1, -2)$

- « هل تمثل هذه النقطة حلّاً لنظام المعادلات؟ لماذا؟ نعم؛ لأنها تقع على كلّ من المستقيمين اللّذين يمثلان معادلتين النظام، وهذا يعني أنها تحقق كلّاً من المعادلتين.

- « كيف يمكن التحقق من صحة الحلّ؟ بتعويض الزوج المرتّب في كلا المعادلتين، والتحقق من أنه يمثل حلّاً لكلّ منهما.

- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليّاً؛ لأنّهم من تقديم التغذية الراجعة لهم.

- إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

الوحدة 6

2 $(1, -2)$; $2x + y = 0$
 $-x + 2y = 5$

أعوّض الزوج المرتّب في كلا المعادلتين حيث $x = 1$ و $y = -2$

المعادلة 2

$$\begin{aligned} -x + 2y &= 5 \\ -(1) + 2(-2) &\stackrel{?}{=} 5 \\ -5 &\neq 5 \quad \times \end{aligned}$$

المعادلة 1

$$\begin{aligned} 2x + y &= 0 \\ 2(1) + (-2) &\stackrel{?}{=} 0 \\ 0 &= 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

الاحظ أنّ الزوج المرتّب $(1, -2)$ يمثل حلّاً للمعادلة الأولى، ولكنّه لا يمثل حلّاً للمعادلة الثانية، إذن $(1, -2)$ لا يمثل حلّاً لنظام المعادلات الخطية.

✓ **أتحقّق من فهمي:**

$(-1, 2)$ لا يمثل حلّاً للنظام.

3 $(1, 3)$; $2x + y = 5$
 $-2x + y = 1$

4 $(-1, 2)$; $2x + 5y = 8$
 $3x - 2y = 5$

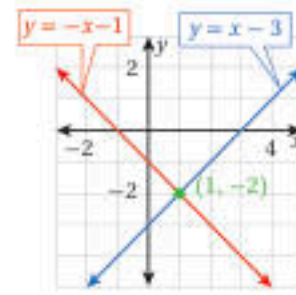
إحدى طرائق حلّ نظام معادلات مكوّن من معادلتين خطيتين هي تمثيلهما في المستوى الإحداثي نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان والتي تمثل حلّاً للنظام.

مثال 2

أحلّ نظام المعادلات الخطية الآتي بيانياً:

$$y = x - 3$$

$$y = -x - 1$$



الخطوة 1 أمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسه.

الاحظ أنّ كلا المعادلتين مكتوبتان بصيغة الميل والمقطع؛ لذا يمكن تمثيلهما باستعمال المقطع y والميل.

الخطوة 2 أجدُ نقطة تقاطع المستقيمين.

الاحظ من التمثيل البياني أنّ المستقيمين يتقاطعان في النقطة $(1, -2)$

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن التمثيل البياني للمعادلة الخطية هو مستقيم يمرّ في النقاط جميعها التي تمثل حلولاً للمعادلة، وأن أي نقطة تقع على هذا المستقيم تمثل حلاً للمعادلة.
- يساعد استعمال لوح متنقل خاص بالمستوى الإحداثي على تمثيل المعادلات بسهولة، ويوفر الوقت المستفاد في رسم المحاورين الإحداثيين وتقسيمهما، ويمكن إعداده بسهولة برسم المستوى الإحداثي على طبق من الكرتون المقوى، ثم تغطيته بلاصق شفاف.

الخطوة 3 التحقق من صحة الحل.

التحقق من أن الزوج المرتب $(1, -2)$ يمثل حلاً لكلتا المعادلتين:

المعادلة 2

$$\begin{aligned} y &= -x - 1 \\ -2 &\stackrel{?}{=} -(1) - 1 \\ -2 &= -2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

المعادلة 1

$$\begin{aligned} y &= x - 3 \\ -2 &\stackrel{?}{=} 1 - 3 \\ -2 &= -2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

إذن، حل النظام $(1, -2)$.

التحقق من فهمي: أنظر الهامش.

$$\begin{aligned} 1 \quad y &= -4 - x \\ y &= 2x + 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad y &= -x + 5 \\ y &= x - 3 \end{aligned}$$

إرشاد: أستمّل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إن التمثيل البياني لنظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين يكون إما مستقيمتين متقاطعتين وهذا يعني وجود حل واحد فقط للنظام هو نقطة التقاطع، أو مستقيمتين متوازيتين مما يعني أنه لا يوجد حل للنظام، أو المستقيم نفسه وهذا يعني وجود عدد لا نهائي من الحلول.

الحلول الممكنة لنظام المعادلات الخطية

مفهوم أساسي

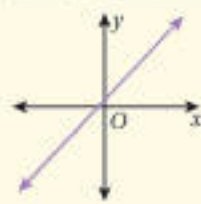
يمكن أن يكون لنظام المعادلات المكون من معادلتين خطيتين حل واحد فقط، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو أنه لا يوجد له حل.

لا يوجد حل



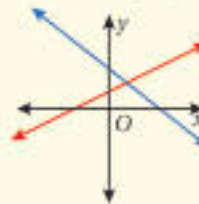
مستقيمان متوازيان

عدد لا نهائي من الحلول



المستقيم نفسه

حل واحد



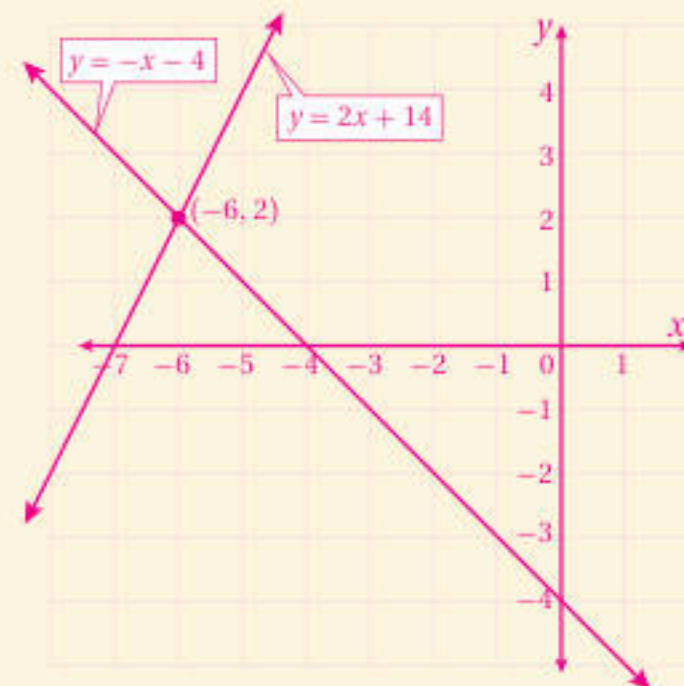
مستقيمان متقاطعان

أخطاء شائعة:

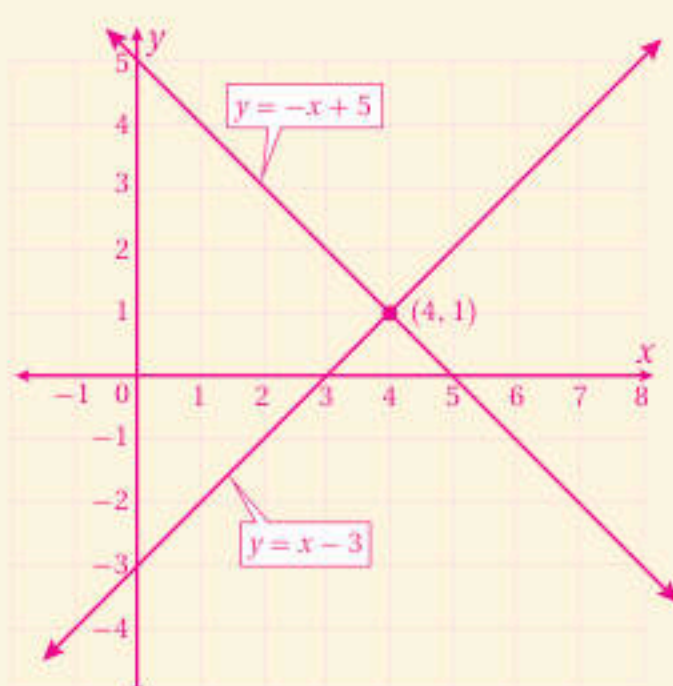
قد يخطئ بعض الطلبة في تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي، ويتج من ذلك نقطة تقاطع لا تمثل حلاً لنظام المعادلات؛ لذا أؤكد وبشكل مستمر ضرورة التحقق من صحة الحل.

إجابات (التحقق من فهمي 2):

(1) $(-6, 2)$ يُمثل حلاً للنظام.



(2) $(4, 1)$ يُمثل حلاً للنظام.



• أَوْضَحْ للطلبة أن أيّ مستقيمين في المستوى الإحداثي يكونان إما متقاطعين، أو منطبقين على بعضهما (المستقيم نفسه)، أو متوازيين، ثم أرسم لهم مثالاً على كل حالة.

• أطلب إلى الطلبة تأمل الحالة الأولى (المستقيمين المتقاطعين)، ثم أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين، فكم حلاً لهذا النظام؟ حل واحد.

« لماذا؟ لأن المستقيمين يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، وهذه النقطة تمثل الحل الوحيد للنظام.

• أطلب إلى الطلبة تأمل الحالة الثانية (المستقيمين المنطبقين على بعضهما)، ثم أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين، فكم حلاً لهذا النظام؟ عدد لانهايتي من الحلول.

« لماذا؟ لأن المستقيمين يتقاطعان في عدد لانهايتي من النقاط - يمثلان المستقيم نفسه - وكل من هذه النقاط تمثل حلاً للنظام.

• أطلب إلى الطلبة تأمل الحالة الثالثة (المستقيمين المتوازيين)، ثم أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين، فكم حلاً لهذا النظام؟ لا يوجد حل للنظام.

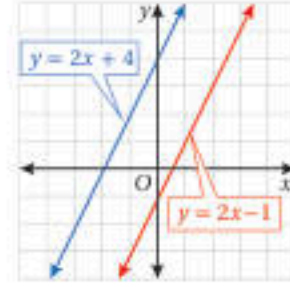
« لماذا؟ لأن المستقيمين متوازيان؛ أي أنهما لا يتقاطعان.

• أتوصل عن طريق مناقشة الحالات السابقة مع الطلبة إلى أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين إما أن يكون لها حل واحد، أو عدد لانهايتي من الحلول، أو لا يوجد لها حل.

• أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح.

مثال 3 أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا:

1 $y = 2x + 4$
 $y = 2x - 1$

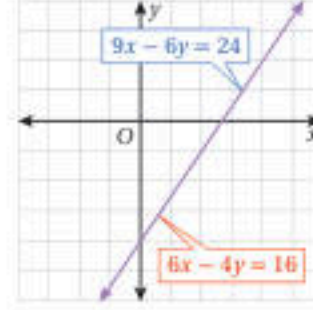


الخطوة 1 أمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسيهما.

الخطوة 2 أجد نقطة تقاطع المستقيمين.

الاحظ من التمثيل البياني أن المستقيمين متوازيان، وهذا يعني أنه لا توجد نقطة مشتركة بين المعادلتين. إذن، لا يوجد حل لهذا النظام.

2 $9x - 6y = 24$
 $6x - 4y = 16$



الخطوة 1 أمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسيهما.

الاحظ أن المعادلتين على الصورة القياسية للمعادلة الخطية، ولتمثيلهما بيانيًا يمكنني أولاً كتابتهما على صورة الميل والمقطع، أو اختيار قيمتين لـ x ، ثم تعويضهما في المعادلة لأجد قيم y المقابلة لهما.

الخطوة 2 أجد نقطة تقاطع المستقيمين.

الاحظ أن كلا المعادلتين لهما التمثيل البياني نفسه، وأن أي زوج مرتب يحقق المعادلة الأولى سيققق بالضرورة المعادلة الثانية. إذن، يوجد للنظام عدد لانهايتي من الحلول.

أنا أعلم

إذا كان للمعادلتين في نظام المعادلات الخطية التمثيل نفسه والمقطع y نفسه، فإن للنظام عددًا لانهايتي من الحلول، أما إذا كان للنظام التمثيل نفسه والمقطع y مختلف فلا يوجد حل للنظام.

3 $y = 2x + 1$
 $y = 2x - 5$

4 $-2x + y = 3$
 $-4x + 2y = 6$

إرشاد: استعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

تحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

إرشادات:

• ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (أنا أعلم) الوارد في كتاب الطالب، وأهمية تحديد ما إذا كان لنظام المعادلات عدد لانهايتي من الحلول أم ليس له حل.

• أذكر الطلبة بأنه يمكن تحديد ميل معادلة خطية بمتغيرين والمقطع y لها بسهولة عند كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

يُمكنُ نمذجة مواقف حياتية عديدة باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بيانياً.

مثال 4: من الحياة



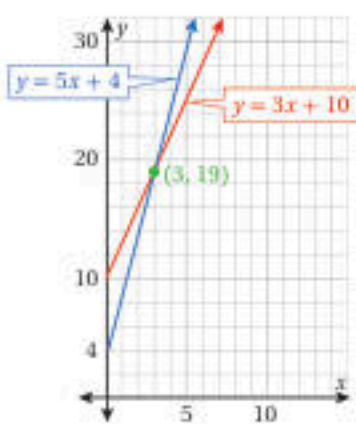
منطاد: منطادان ارتفاع أحدهما 4 m عن سطح الأرض، ويزداد ارتفاعه بمعدل ثابت مقداره 5 m لكل دقيقة، والمنطاد الآخر ارتفاعه 10 m عن سطح الأرض، ويزداد ارتفاعه بمعدل ثابت مقداره 3 m لكل دقيقة. بعد كم دقيقة يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه؟

بالكلمات ارتفاع المنطاد يساوي معدل ارتفاعه مضروباً بعدد الدقائق مضافاً إليه ارتفاعه الأصلي.

المتغير ليكن x عدد الدقائق، و y ارتفاع المنطاد.

المعادلات معادلة ارتفاع المنطاد الأول: $y = 5x + 4$

معادلة ارتفاع المنطاد الثاني: $y = 3x + 10$



لايجاد متى يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه، أمثل المعادلتين $y = 5x + 4$ و $y = 3x + 10$ بيانياً، لأجد نقطة تقاطع المستقيمين وهي (3, 19).

التحقق من صحة الحل:

التحقق من أن الزوج المرتب (3, 19) يمثل حلاً لكلا المعادلتين:

المعادلة 2

$$y = 3x + 10$$

$$19 \stackrel{?}{=} 3(3) + 10$$

$$19 = 19 \quad \checkmark$$

المعادلة 1

$$y = 5x + 4$$

$$19 \stackrel{?}{=} 5(3) + 4$$

$$19 = 19 \quad \checkmark$$

إذن، يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه بعد 3 دقائق، ويكون ارتفاعهما عن سطح الأرض 19 m

• أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات قراءة المثال 4، وتحديد المعطيات والمطلوب في المسألة.

• أناقش إجابات المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

• أوجه الطلبة إلى أننا في هذه المسألة سنفترض بأن عدد الدقائق هو x ، وارتفاع المنطاد بعد x دقيقة هو y .

• أطلب إلى المجموعات التعبير عن ارتفاع كل من المنطادين بمعادلة.

• أناقش إجابات المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، وأدوّن نظام المعادلات على اللوح، ثم أسأل الطلبة:

« ماذا نعني جبرياً بأن للمنطادين الارتفاع نفسه؟ أي أن قيمة y في كل من المعادلتين متساوية؛ لأن y تمثل ارتفاع كل منطاد.

« كيف يمكن إيجاد عدد الدقائق اللازمة ليصبح المنطادان على الارتفاع نفسه؟ بحلّ نظام المعادلات الخطية بيانياً، وتحديد نقطة تقاطع المعادلتين.

• أطلب إلى المجموعات تمثيل نظام المعادلات بيانياً، وإيجاد حلّ النظام، ثم التحقق من صحة الحلّ.

• أوضح للطلبة أن دلالة الزوج المرتب الذي نتج من حلّ نظام المعادلات، هو أن المنطادين سيصلان إلى الارتفاع نفسه خلال 3 دقائق، وسيكون ارتفاعهما 19 m

تنبيه:

ألفت انتباه الطلبة إلى أن التمثيل البياني للمعادلات التي تمثل موقفاً حياتياً تقتصر على الربع الأول فقط؛ لعدم وجود قيم سالبة للمتغيرين.

تنويع التعليم

• أسأل الطلبة المتميزين السؤال الآتي: هل يمكن أن يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه مرة أخرى؟ لماذا؟ لا، إجابة محتملة: لأن المستقيمين إذا تقاطعا، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

أَتَدْرَبْ وَأَحْلُ الْمَسَائِل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أَتَدْرَبْ وَأَحْلُ الْمَسَائِل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: في السؤال 17 أوضّح للطلبة أنّه يمكن التعبير عن المليون بالعدد 1، وعن نصف المليون بالعدد 0.5، وهكذا... وذلك لتسهيل التمثيل البياني وإيجاد قيمة x التي تمثّل عدد السنوات.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التعبير عن المسائل الحياتية بمعادلات؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أسئلة سهلة عند اللزوم.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 16 و 17، أعزز وعي الطلبة بأهمية الحصول على المعلومات من المواقع الموثوقة، والابتعاد عن المواقع غير المرغوب بها.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (20 - 22).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:



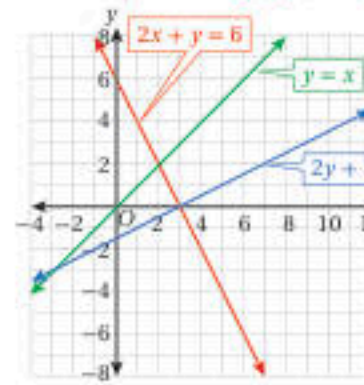
لعبة إلكترونية: تريدُ الأختان هُدى وتُدي شراء لعبة إلكترونية، وتوفّران من مصروفيهما من أجل ذلك. إذا كان مع هُدى JD 14 وتوفّر أسبوعيًا JD 3، ومع ندى JD 6 وتوفّر أسبوعيًا JD 5 فبعد كم أسبوع يكون مع الأختين المبلغ نفسه؟ **أنظر ملحق الإجابات.**

أَتَدْرَبْ وَأَحْلُ الْمَسَائِل

أحدّد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلًّا لنظام المعادلات الخطيّة المُعطى في كلّ ممّا يأتي:

1 $(2, -2); 3x + y = 4$
 $x - 3y = 8$

$(2, -2)$ يُمثّل حلًّا للنظام.



2 $(-1, 3); y = -7x - 4$
 $y = 8x + 5$

$(-1, 3)$ لا يُمثّل حلًّا للنظام.

أستعمل التمثيل البياني المجاوز لأجد حلّ كلّ نظام معادلات ممّا يأتي:

3 $y = x$ $(2, 2)$
 $2x + y = 6$

4 $2y + 3 = x$ $(3, 0)$
 $2x + y = 6$

5 $2y + 3 = x$ $(-3, -3)$
 $y = x$

أحلّ كلّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا:

6 $y = 4x + 2$
 $y = -2x - 4$
 $(-1, -2)$

لنظام عدد لا نهائي من الحلول.

12 $8x - 4y = 16$
 $-5x - 5y = 5$
 $(1, -2)$

7 $y = x - 6$
 $y = x + 2$
لا يوجد حل للنظام.

10 $2x + 3y = 12$
 $2x - y = 4$
 $(3, 2)$

لنظام عدد لا نهائي من الحلول.

8 $y = -3$
 $y = x - 3$
 $(0, -3)$

11 $y = 6x + 3$
 $y = 2x + 3$
 $(0, 3)$

14 $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$
 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$
 $(1, -1)$

إرشاد

يسهل التخلّص من الكسور حلّ أنظمة المعادلات، ويتمّ ذلك بضرب معادلات الحدود في كلّ معادلة بالمضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور.

إرشاد: في السؤال 21 (أكتشف الخطأ)، ألقت انتباه الطلبة إلى تعويض الزوج المرتب في النظام للتحقق من صحة الحلّ.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 21 كتاب التمارين: (1 - 7)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 16 - 19, 21 كتاب التمارين: (8 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, (20 - 22) كتاب التمارين: (11 - 13)

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

« أكتب نظام معادلات حلّه الزوج المرتب (1, 2).
(أجد حلّين مختلفين).

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا

أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتمثيل نظام المعادلات الخطية بيانياً، ويتلقون التغذية الراجعة المباشرة.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-3) من خطوات تنفيذ المشروع.
- أطلب إلى الطلبة حلّ أنظمة المعادلات التي تمّ الحصول عليها من الخطوة 3 بيانياً.

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنّ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

معلومة

ازدادت أعداد مستخدمي المواقع التعليمية على الإنترنت في أثناء جائحة كورونا.



مهارات التفكير العليا

أنظر ملحق الإجابات.

15 **أعمار:** يقلّ عمر نوال عن عمر والدتها بمقدار 26 عاماً، ومجموع عُمرَيهما 50 عاماً. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثّل عمر نوال وعمر والدتها، ثمّ أجد عُمر كلّ منهما.

16 **مواقع إنترنت:** موقعان تعليميان على شبكة الإنترنت، سجّل الأول مليون زيارة عام 2018م، وفي كلّ عام لاحق ازداد عدد زيارتيه بمعدّل ثابت مقداره نصف مليون زيارة. وسجّل الموقع الثاني عشرة ملايين زيارة عام 2018م، ولكنّ هذا العدد تناقص في كلّ عام لاحق بمعدّل ثابت يُساوي مليون زيارة.

17 أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثّل أعداد زيارات الموقعين. أنظر ملحق الإجابات.

18 في أي عام سيصبح عدد زيارات كلّ من الموقعين متساوياً؟

في العام 2024 م

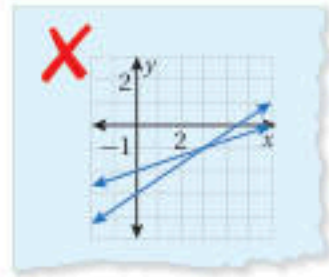
19 **هندسة:** أجد قيمتي x و y للمستطيل المجاور.

$x = 2, y = 3$

20 أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحلّ المسألة.

بعد 8 سنوات.

21 **تبرير:** هل يمكن أن يكون لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين حلّان مختلفان؟ أبرّر إجابتي. أنظر ملحق الإجابات.



22 **اكتشف الخطأ:** يبيّن الشكل المجاور أنّ حلّ نظام المعادلات الآتي هو النقطة $(3, -1)$:

$$x - 3y = 6$$

$$2x - 3y = 3$$

اكتشف الخطأ في الحلّ، وأصحّحه.

أنظر ملحق الإجابات.

23 **مسألة مفتوحة:** أكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين ليس له حلّ، ونظاماً آخر له عدد لا نهائي من الحلول. أنظر ملحق الإجابات.

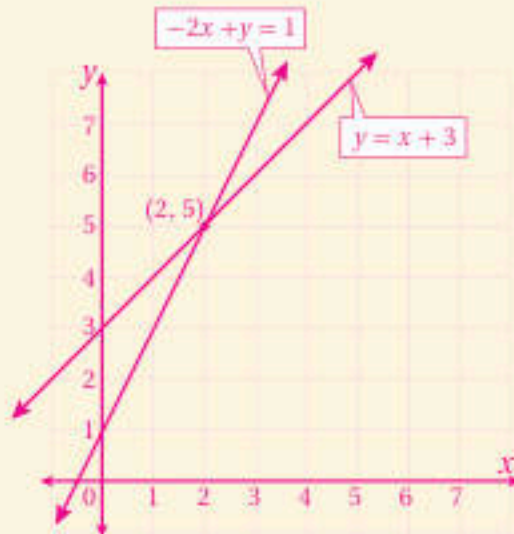
24 **اكتب:** كيف أجد حلّ نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بيانياً؟

أنظر إجابات الطلبة.

« أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الخطية الآتية بيانياً:

1 $y = x + 3$

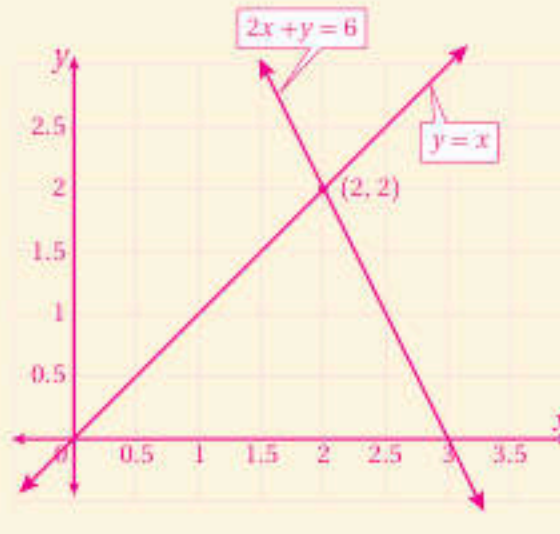
$y = 2x + 1$



(2, 5)

2 $y = x$

$y = 6 - 2x$



(2, 2)

تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

يمكن استعمال برمجية جيو جبرا لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً في المستوى الإحداثي.

نشاط

أحلّ نظام المعادلات الآتي بيانياً باستعمال برمجية جيو جبرا.

$$4x + 3y = 18$$

$$2x - 3y = 0$$

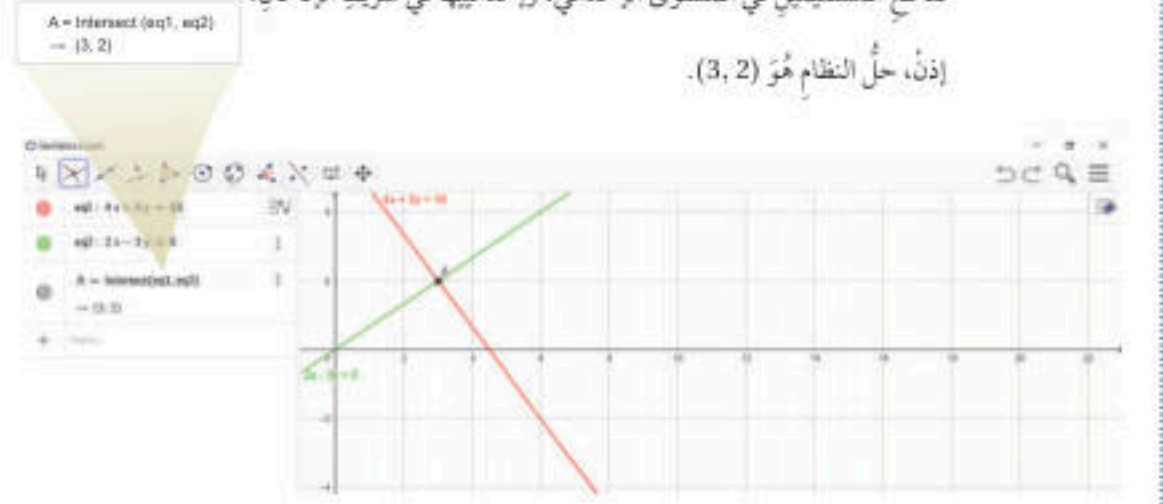
الخطوة 1 أدخل في شريط الإدخال المعادلة الأولى: $4x + 3y = 18$ ، ثم اضغط

الخطوة 2 أدخل في شريط الإدخال المعادلة الثانية: $2x - 3y = 0$ ، ثم اضغط

الخطوة 3 اختار أيقونة

تقاطع المستقيمين في المستوى الإحداثي، وإحداثيتها في شريط الإدخال.

(إذن، حلّ النظام هو $(3, 2)$).



(1 - 4) أنظر ملحق الإجابات.

أحلّ كل نظام معادلات مما يأتي بيانياً باستعمال برمجية جيو جبرا:

1 $x + y = 8$
 $x - 2y = 2$

2 $y = 2x - 6$
 $y = 2x + 2$

3 $y = 4x + 2$
 $y = -2x - 5$

4 $2x + 3y = 12$
 $2x - y = 4$



هدف النشاط:

استعمال برمجية جيو جبرا في حلّ نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً.

المصادر والأدوات:

برمجية جيو جبرا.

خطوات العمل:

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب، ثم أجلسهم في مجموعات صغيرة أمام أجهزة الحاسوب.
- أطلب إلى الطلبة فتح برمجية جيو جبرا من شبكة الإنترنت باستعمال الرابط الآتي:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=ar>

- أراجع الطلبة في أبرز أوامر البرمجية، مثل: تمثيل النقاط، وتمثيل المعادلات.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ خطوات النشاط معاً، ثم أتجول بينهم، وأقدم المساعدة لمن يحتاج إليها.
- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الوارد في بند (أندرب)، وأؤكد لهم ضرورة استعمال خاصية طباعة الشاشة لحفظ أعمالهم، ثم عرضها عليّ إلكترونياً أو مطبوعة.

✓ **إرشاد:** توفيراً للوقت، يُمكنني تثبيت نسخة من هذه البرمجية المجانية على أجهزة الحاسوب قبل بدء الحصة.

سؤال إضافي:

« أحلّ نظام المعادلات الآتي بيانياً باستعمال برمجية جيو جبرا:

$$y + 3x = 3$$

$$2y + 6x = 6$$

للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

الدرس 2 حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

استكشف



قاسست حينئذ درجة الحرارة في أحد أيام الشتاء في منتصف النهار، ثم قاسستها مرة ثانية في منتصف الليل، لتجد أن مجموع درجتي الحرارة 5°C والفرق بينهما 11°C . ما درجة الحرارة في منتصف النهار؟ وما درجة الحرارة في منتصف الليل؟

فكرة الدرس

أحل نظام معادلات مكوناً من معادلتين خطيتين بالتعويض.

المصطلحات

التعويض.

نتائج الدرس:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالتعويض.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بالتعويض.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف خصائص العمليات على المقادير الجبرية.
- حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقدة التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

لعبة: الشخص الأخير الواقف!!

- أكتب معادلة خطية بمتغيرين على اللوح (مثل: $3x + y = 17$)، ثم أطلب إلى الطلبة إيجاد زوج مرتب يمثل حلاً لهذه المعادلة (مثل: $(5, 2)$)، وكتابته على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة الوقوف، ثم يأخذ كل منهم دوره في قراءة الزوج المرتب الذي كتبه على لوحه الصغير بصوت مسموع، فإذا كان على اللوح الصغير لطالب آخر/ لطلبة أخرى الزوج المرتب نفسه، أطلب إلى كليهما الجلوس.
- أطلب إلى الطلبة الذين بقوا واقفين بعد الجولة السابقة كتابة زوج مرتب آخر يمثل حلاً للمعادلة، ثم أكرر ما فعلته سابقاً.
- يفوز من يبقى واقفاً حتى النهاية.
- يمكن تكرار النشاط أكثر من مرة باختيار معادلات أخرى.

إرشادات:

- قبل البدء بتنفيذ اللعبة، يمكن أن ألفت انتباه الطلبة إلى أن استعمالهم أعداداً سالبة أو كسوراً يضمن لهم حلاً فريداً، ويساعدهم على البقاء واقفين حتى النهاية.
- يمكنني سؤال الطلبة بعد تنفيذ النشاط عن الاستراتيجية التي استعمالها كل منهم لإيجاد الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للمعادلة.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « متى تكون درجة الحرارة أعلى؛ في منتصف الليل أم في منتصف النهار؟ لماذا؟ في منتصف النهار؛ لأن الشمس تكون عمودية على الأرض. »
 - « ما مجموع درجتَي الحرارة اللتين سجلتهما حين؟ 5°C »
 - « ما الفرق بين درجتَي الحرارة اللتين سجلتهما حين؟ 11°C »
 - « ما درجة الحرارة التي سجلتها حين في منتصف النهار؟ وما درجة الحرارة التي سجلتها في منتصف الليل؟ »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟ »
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أذكر الطلبة بما تعلموه في الدرس السابق حول حلّ نظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين بيانيًا، وأوضح لهم أنهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمى طريقة التعويض.
- أوضح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالتعويض بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عاليًا؛ لأنهم لا يمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

الخطوة 2 أعوض $(2x + 3)$ بدلًا من y في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned}
 & \text{المعادلة الثانية} \\
 & 3x + 4y = 1 \\
 & 3x + 4(2x + 3) = 1 \\
 & 3x + 8x + 12 = 1 \\
 & 11x + 12 = 1 \\
 & 11x + 12 - 12 = 1 - 12 \\
 & \frac{11x}{11} = \frac{-11}{11} \\
 & x = -1
 \end{aligned}$$

أعوض عن y بـ $(2x + 3)$

خاصية التوزيع

أجمع الحدود المشابهة

أطرح 12 من طرفي المعادلة

أقسم طرفي المعادلة على 11

أبسط

الخطوة 3 أعوض -1 بدلًا من x في أيٍّ من المعادلتين لإيجاد قيمة y .

$$\begin{aligned}
 & \text{المعادلة الأولى} \\
 & y = 2x + 3 \\
 & = 2(-1) + 3 \\
 & = 1
 \end{aligned}$$

أعوض عن x بـ -1

أبسط

إذن، حلّ النظام هو $(-1, 1)$.

التحقق: نتحقق من صحة الحلّ بتعويض الزوج المرتب في كلٍّ من معادلتَي النظام.

تحقق من فهمي:

أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $y = 17 - 4x$
 $2x + y = 9$ هو حلّ النظام. $(4, 1)$

2 $y - 5x = 1$
 $x = y + 3$ هو حلّ النظام. $(-1, -4)$

لاحظت في المثال السابق أن إحدى المعادلتين كانت مكتوبة بالنسبة إلى أحد المتغيرين، أما إذا لم يكن الأمر كذلك، فأحلّ إحدى المعادلتين أولًا بالنسبة إلى أحد المتغيرين، ثم أحلّ النظام بالتعويض.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتب.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتب بكتابه على الصورة (y, x) ؛ لذا أنبه الطلبة بشكل مستمر على هذا الخطأ.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أنحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

ألفت انتباه الطلبة إلى أن إحدى المعادلات في المثال 1 كانت مكتوبة بدلالة المتغير y ؛ لذا بدأنا الحلّ مباشرة بتعويض هذه المعادلة في المعادلة الأخرى، ولكنّ ذلك لا ينطبق على أنظمة المعادلات كلّها، إذ نحتاج في كثير من الأنظمة إلى حلّ إحدى المعادلات أولاً بالنسبة إلى أحد المتغيّرين، ثمّ حلّ النظام بالتعويض.

أكتب نظام المعادلات الوارد في المثال 2 على اللوح ثمّ أسأل الطلبة:

« أيّ متغير يسهل التعويض بدلاً منه في نظام المعادلات؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أناقش إجابات الطلبة وأتوصّل معهم إلى أن أسهل متغير هو المتغير y ؛ لأنّ معامل y في المعادلة الأولى؛ لذا سيكون حلّ المعادلة الأولى بالنسبة إليه سهلاً، ومن ثمّ التعويض بدلاً منه في المعادلة الثانية.

أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليّاً؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 2

استعمل التعويض لحلّ نظام المعادلات الآتي:

$$3x + y = 5$$

$$5x - 2y = 12$$

الخطوة 1 أحلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير y ؛ لأنّ معامل y 1

$$\begin{aligned} 3x + y &= 5 && \text{المعادلة الأولى} \\ 3x - 3x + y &= 5 - 3x && \text{أطرح } 3x \text{ من طرفي المعادلة} \\ y &= 5 - 3x && \text{أبسط} \end{aligned}$$

الخطوة 2 أعوّض $(5 - 3x)$ بدلاً من y في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= 12 && \text{المعادلة الثانية} \\ 5x - 2(5 - 3x) &= 12 && \text{أعوّض عن } y \text{ بـ } (5 - 3x) \\ 5x - 10 + 6x &= 12 && \text{خاصية التوزيع} \\ 11x - 10 &= 12 && \text{أجمع الحدود المشابهة} \\ 11x - 10 + 10 &= 12 + 10 && \text{أجمع 10 إلى طرفي المعادلة} \\ \frac{11x}{11} &= \frac{22}{11} && \text{أقسم طرفي المعادلة على 11} \\ x &= 2 && \text{أبسط} \end{aligned}$$

الخطوة 3 أعوّض 2 بدلاً من x في أيّ من المعادلتين لإيجاد قيمة y .

$$\begin{aligned} 3x + y &= 5 && \text{المعادلة الأولى} \\ 3(2) + y &= 5 && \text{أعوّض عن } x \text{ بـ } 2 \\ 6 + y &= 5 && \text{أبسط} \\ y &= -1 && \text{أطرح 6 من طرفي المعادلة} \end{aligned}$$

إذن، حلّ النظام هو $(2, -1)$.

التحقّق: أنحقّق من صحة الحلّ بتعويض الزوج المرتّب في كلّ من معادلي النظام.

• أسأل الطلبة:

« أيّ متغير يُعدّ التعويض بدلاً منه أكثر سهولة في كلّ من أنظمة المعادلات الخطية الآتية:

1 $6x + y = 25$

$3x - y = 11$

3 $10x + 3y = 46$

$7x + y = 30$

2 $2x + 5y = 24$

$2x + 3y = 20$

4 $x - y = 2$

$2y - x = 2$

• أناقش الطلبة في إجاباتهم عن السؤال السابق، وأطلب إليهم تبريرها.

الوحدة 6

تحقق من فهمي:

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $4x + 3y = 37$
 $2x + y = 17$

2 $x + 3y = 7$
 $2x - y = 7$

(4, 1) هو حل النظام.

(7, 3) هو حل النظام.

بشكل عام، إذا كان ناتج حلّ نظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين جملةً صحيحةً مثل $(-2 = -2)$ ، فإنّ للنظام عددًا لا نهائيًا من الحلول، أما إذا كان الناتج جملةً خطأً مثل $(-2 = 5)$ ، فلا يوجد حلّ للنظام.

مثال 3

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $x - 4y = 12$
 $8y - 2x = 20$

الخطوة 1: أحلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير x ؛ لأنّ معاملته 1

$$x - 4y = 12$$

المعادلة الأولى

$$x - 4y + 4y = 12 + 4y$$

أجمع $4y$ إلى طرفي المعادلة

$$x = 12 + 4y$$

أبسط

الخطوة 2: أعوّض $(12 + 4y)$ بدلاً من x في المعادلة الثانية.

$$8y - 2x = 20$$

المعادلة الثانية

$$8y - 2(12 + 4y) = 20$$

أعوّض عن x بـ $(12 + 4y)$

$$8y - 24 - 8y = 20$$

خاصية التوزيع

$$-24 = 20$$

أجمع الحدود المتشابهة

بما أنّ الجملة الناتجة خطأ، إذن، لا يوجد حلّ للنظام.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة حلّ المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير y ، ومقارنة الحلّ الجديد بالحلّ السابق، وتحديد الأسهل منهما، ثمّ أناقش معهم سبب الفرق بين الحلين، لأتوصّل معهم عن طريق المناقشة إلى تأثير اختيار المتغير الذي سيُعوّض بدلاً منه على الحلّ.

مثال 3

أذكر الطلبة بما تعلّموه في الدرس السابق حول أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين إمّا أن يكون لها حلّ واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو أن لا يكون هناك حلّ للنظام، ثمّ أسألهم:

« كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أن لنظام المعادلات حلًّا واحدًا؟ سيستج من الحلّ الجبري زوج مرتّب وحيد يحقق كلتا معادلتَي النظام.

« كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أن لنظام المعادلات عددًا لا نهائيًا من الحلول؟ ستختلف إجابات الطلبة.

« كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أنه لا يوجد حلّ لنظام المعادلات؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أبيّن للطلبة أن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين له عدد لا نهائي من الحلول هو جملة رياضية صحيحة دائمًا، وأعطي لهم أمثلة على ذلك، وأن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين ليس له حلّ هو جملة رياضية غير صحيحة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.

أناقش الطلبة في حلّ الفرع 1 من المثال 3، وأبيّن لهم أن الجملة $(-24 = 20)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحلّ غير صحيحة؛ لذا فإنه لا يوجد حلّ للنظام.

أناقش الطلبة في حلّ الفرع 2 من المثال 3، وأبيّن لهم أن الجملة $(10 = 10)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحلّ صحيحة؛ لذا فإنّ للنظام عددًا لا نهائيًا من الحلول.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى تمثيل كلّ من أنظمة المعادلات الخطية في المثال 3 بيانيًّا؛ للتحقق من أن المستقيمين في الفرع 1 من المثال متوازيان؛ لذا لا يوجد حلّ للنظام، وأن المستقيمين في الفرع 2 من المثال منطبقان؛ لذا يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.



• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم ناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.

• أسأل الطلبة: ما القيم المجهولة في المسألة؟ عدد الأسئلة التي إجاباتها صحيحة، وعدد الأسئلة التي إجاباتها خطأ.

• اتفق مع الطلبة على افتراض أن عدد الأسئلة التي إجاباتها صحيحة هو x ، وأن عدد الأسئلة التي إجاباتها خطأ هو y .

• أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

"تقدّمت أمانى لاختبار مكون من 50 سؤالاً"

• أسأل الطلبة:

« ما مجموع الأسئلة التي إجاباتها صحيحة والتي إجاباتها غير صحيحة؟ 50 »

« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟ »

$$x + y = 50$$

• أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

"تحصل فيه على علامتين عن كلّ سؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كلّ سؤال إجابته غير صحيحة. فإذا أجابت أمانى على أسئلة الاختبار جميعها وحصلت على 67 علامة."

• أسأل الطلبة:

« كيف أعبر عن العلامات التي حصلت عليها أمانى من الأسئلة التي كانت إجابتها عنها صحيحة؟ $2x$ »

« كيف أعبر عن العلامات التي حصلت عليها أمانى من الأسئلة التي كانت إجابتها عليها غير صحيحة؟ $-y$ »

« كيف أعبر عن حصول أمانى على 67 بمعادلة؟ $2x - y = 67$ »

• أناقش حلّ نظام المعادلات الذي كوّن مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

$$\begin{aligned} 2 & x - y = 5 \\ & 2x = 2y + 10 \end{aligned}$$

الخطوة 1 أحلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير x ؛ لأنّ معاملته 1

$$\begin{aligned} & x - y = 5 && \text{المعادلة الأولى} \\ & x - y + y = 5 + y && \text{أضف } y \text{ إلى طرفي المعادلة} \\ & x = 5 + y && \text{أبسط} \end{aligned}$$

الخطوة 2 أعوّض $(5 + y)$ بدلاً من x في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned} & 2x = 2y + 10 && \text{المعادلة الثانية} \\ & 2(5 + y) = 2y + 10 && \text{أعوّض عن } x \text{ بـ } (5 + y) \\ & 10 + 2y = 2y + 10 && \text{خاصية التوزيع} \\ & 10 + 2y - 2y = 2y - 2y + 10 && \text{أطرح } 2y \text{ من طرفي المعادلة} \\ & 10 = 10 && \text{أبسط} \end{aligned}$$

بما أنّ الجملة الناتجة صحيحة، إذن، يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

تحقق من فهمي:

$$\begin{aligned} 3 & x - 2y = 4 \\ & 8y - 4x = 8 \end{aligned}$$

لا يوجد حلّ للنظام.

$$\begin{aligned} 4 & x - 5y = 15 \\ & 10y - 2x = -30 \end{aligned}$$

يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

يمكن استعمال التعويض لحلّ مسائل من واقع الحياة تتضمن نظاماً من معادلتين خطيتين بمتغيرين.

مثال 4: من الحياة



اختبار: تقدّمت أمانى لاختبار مكون من 50 سؤالاً تحصل فيه على علامتين عن كلّ سؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كلّ سؤال إجابته خطأ. فإذا أجابت أمانى عن أسئلة الاختبار جميعها وحصلت على 67 علامة، فكّمْ سؤالاً أجابت عنه إجابة صحيحة؟

لنكن x عدد الأسئلة التي أجابها صحيحة، و y عدد الأسئلة التي أجابها خطأ.
إذن، نظام المعادلات الذي يعبر عن المسألة هو:

$$x + y = 50$$

$$2x - y = 67$$

الخطوة 1 أحل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير y ؛ لأن معامل y 1

$$x + y = 50$$

المعادلة الأولى

$$x - x + y = 50 - x$$

أطرح x من طرفي المعادلة

$$y = 50 - x$$

أبسط

الخطوة 2 أعوض $(50 - x)$ بدلاً من y في المعادلة الثانية.

$$2x - y = 67$$

المعادلة الثانية

$$2x - (50 - x) = 67$$

أعوض عن y بـ $(50 - x)$

$$2x - 50 + x = 67$$

خاصية التوزيع

$$3x - 50 = 67$$

أجمع الحدود المتشابهة

$$3x - 50 + 50 = 67 + 50$$

أجمع 50 إلى طرفي المعادلة

$$3x = 117$$

أقسم طرفي المعادلة على 3

$$x = 39$$

أبسط

إذن، أجابت أماني في الاختبار عن 39 سؤالاً إجابة صحيحة.

تحقق من فهمي:

نشاط: اشترى خالد كتاباً وناقلة بيانات بـ JD 14، إذا كان مثلاً ثمن الكتاب يزيد عن ثمن ناقلات البيانات بمقدار JD 10، فما سعر كل من ناقلات البيانات والكتاب؟ **أنظر الهامش.**

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبر عن مسألة حياتية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

التدريب

4

أدرب وأحل المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (10 - 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المقدمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لئلا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

إجابة (أتحقق من فهمي 4):

$$x + y = 14$$

$$2x - y = 10$$

حل النظام هو (6، 8)، أي أن سعر الكتاب JD 8، وسعر الناقلة JD 6

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (15 - 17).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 15 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة بما أن الزوج المرتب (1, -9) يمثل حلاً للنظام، فإن هذا يعني أن قيمة كل من x و y في المعادلتين معلومة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12 كتاب التمارين: 4, 5, 6, 8, 9, 13
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 13, 14 كتاب التمارين: 1, 2, 3, 7, (10 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 17) كتاب التمارين: (13 - 16)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
« أكتب ثلاث معادلات خطية تشكّل مع المعادلة $6x - 9y = 18$ ثلاثة أنظمة معادلات، كلّ نظام مكوّن من معادلتين، بحيث لا يكون للنظام الأول حل، ويكون للنظام الثاني عدد لا نهائي من الحلول، ويكون للنظام الثالث حل واحد.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

أتحرب وأحل المسائل

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

- | | | |
|--|--|---|
| 1 $y = 4x + 2$
$2x + y = 8$
(1, 6) | 2 $y = x + 5$
$y = -2x - 4$
(-3, 2) | 3 $x = 3 - \frac{1}{2}y$
$5x - y = 1$
(1, 4) |
| 4 $\frac{1}{2}x - y = 2$
$y = 9 - 5x$
(2, -1) | 5 $x - 4y = 20$
$y - 3x = 6$
(-4, -6) | 6 $y - 6x = 3$
$y - 2x = 3$
(0, 3) |
| 7 $8x - y = 16$
$\frac{1}{4}y - 2x = 3$
لا يوجد حل للنظام. | 8 $6x - 9y = 18$
$-2x + 3y = -6$
لنظام عدد لا نهائي من الحلول. | 9 $y + 3x + 6 = 0$
$y + 6x + 24 = 0$
(-6, 12) |

أتذكر

يمكنني أيضاً استعمال استراتيجية التخمين والتحقني لإيجاد عدد الدجاج والأرانب.

- 10 **مزرعة:** مزرعة حيوانات فيها دجاج وأرانب، إذا عددت رؤوسها ساجدها 18 رأساً، وإذا عددت أرجلها ساجدها 50 رجلاً، كم دجاجة وكم أرنباً في هذه المزرعة؟
11 دجاجة، و 7 أرانب.



فاكهة: اشترى مراد وفؤاد برتقالاً وتفاحاً من النوع نفسه، فدفع مراد JD 3.25 عند شرائه 5 kg برتقالاً و 1 kg تفاحاً، ودفع فؤاد JD 3.75 عند شرائه 3 kg تفاحاً و 3 kg برتقالاً.

- 11 أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثّل المسألة، ثمّ أحلّها لأجد سعر الكيلوغرام الواحد من كلّ من التفاح والبرتقال.
12 إذا اشترت منال 2 kg من نوع التفاح نفسه و 2 kg من نوع البرتقال نفسه، فما المبلغ الذي دفعته؟
JD 2.5

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 17، أعزز الوعي الوطني لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية البرامج التدريبية التي تعدها مديرية الدفاع المدني.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حل أنظمة المعادلات التي تم الحصول عليها من الخطوة 3 جبرياً باستعمال طريقة التعويض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
 - إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- « أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $2x = 6 - y$ (1, 4)

$5x - y = 1$

2 $3x + 2y = 26$ (6, 4)

$x + 4y = 22$

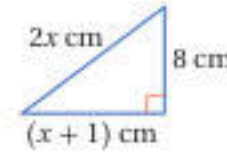
3 $9x + 3y = 36$ يوجد عدد لا نهائي من الحلول.
 $3x + y = 12$

الوحدة 6

ساحة: يُبين الجدول الآتي أعداد السياح في موقعين أثريين في أحد الأعوام، ومعدل الزيادة السنوية في أعداد السياح (بالآلاف) بعد ذلك العام:

	أعداد السياح (بالآلاف)	معدل الزيادة في أعداد السياح (بالآلاف لكل عام)
الموقع (أ)	57	1.1
الموقع (ب)	61	0.7

إذا استمرت الزيادة في أعداد السياح وفق هذه المعدلات، فبعد كم عام يمكن أن تساوي أعداد السياح في الموقعين؟ وكم يبلغ عددهم حينئذ؟
10 أعوام، وعندها يكون العدد 68000 مائتين.



هندسة: إذا كانت القيمة العددية لمحيط المثلث المجاور تساوي القيمة العددية لمساحته، فما قيمة x ؟
 $x = 5$

تبرير: أجد قيمتي الثابتين a و b في نظام المعادلات الخطية الآتي، حيث الزوج المرتب $(-9, 1)$ هو حل النظام، وأبزر إجابتي:

$ax + by = -31$

$ax - by = -41$

أنظر الهامش.

مسألة مفتوحة: أكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين حيث يمثل الزوج المرتب $(-5, 3)$ حلاً لإحدى المعادلتين فقط، ويمثل الزوج المرتب $(-1, 7)$ حلاً للنظام. أنظر الهامش.



نجد: تتألف دفعة من خريجي دورة للدفاع المدني من 240 شخصاً، نسبة الذكور فيها إلى الإناث 7 : 5، أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحلّها لأجد عدد الذكور وعدد الإناث في هذه الدفعة من الخريجين.

أنظر الهامش.

أكتب: كيف أحلّ نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين بالتعويض؟
يعتمد على إجابات الطلبة.

معلومة

توجد في الأردن مواقع أثرية عدة تعود لحضارات وحقب تاريخية مختلفة.



مهارات التفكير العليا

معلومة

تسمى مديرية الدفاع المدني إلى تعميم مفهوم الوعي الوقائي، ونشره في المجتمع، عن طريق برامج تدريبية تنمي مهارات إطفاء الحرائق والإنقاذ والإسعاف.

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

(15) بما أن $(-9, 1)$ هو حل للنظام، فإنه يحقق كلّاً من معادلاته، وبالتعويض ينتج:

$-9a + b = -31$

$-9a - b = -41$

وبحلّ هذا النظام من المعادلات الخطية، ينتج أن:

$a = 4, b = 5$

(16) إجابة محتملة:

$y = -3x + 4$

$5y - x = 36$

(17) $x + y = 240$

$5y - 7x = 0$

$x = 100, y = 140$

عدد الذكور: 140 وعدد الإناث: 100

الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف

استكشف



تمارس سميكة الرياضة كل صباح لمدة 40 دقيقة، بحيث تلعب أولاً تمارين الإطالة التي تحرق بها 4 سعرات حرارية في الدقيقة، ثم تلعب مجموعة من التمارين الهوائية؛ لتساعد على حرق 11 سعرة حرارية في الدقيقة. كم دقيقة على سميكة أن تلعب من كل نشاط لتحرق 335 سعرة حرارية؟

فكرة الدرس

أحل نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين بالحذف.

المصطلحات

الحذف.

في بعض الأحيان يؤدي جمع معادلتين أو طرحهما إلى حذف أحد المتغيرات، وتسمى هذه الطريقة الجبرية في حل نظام المعادلات الخطية طريقة الحذف (elimination).

حل نظام معادلات خطية بالحذف

مفهوم أساسي

- 1 الخطوة: أضرب - إن لزم الأمر - إحدى المعادلتين أو كليهما في عدد ثابت بحيث يكون هناك على الأقل حدان متشابهان معاملهما متساويان أو معاكس أحدهما معكوس للآخر.
- 2 الخطوة: اكتب النظام بحيث تكون الحدود المتشابهة فوق بعضها بعضاً.
- 3 الخطوة: أجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرات، ثم أ حل المعادلة الناتجة.
- 4 الخطوة: أعرض القيمة الناتجة في الخطوة 3 في إحدى المعادلتين، ثم أ حلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، ثم أكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال 1

استعمل الحذف لحل نظام المعادلات الآتي:

$$5x + y = 22$$

$$2x - y = 6$$

- 1 الخطوة: بما أن معاملتي y في المعادلتين كل منهما معكوس للآخر، فهذا يعني أنني لست بحاجة إلى ضرب أي من المعادلتين بثابت؛ إذن أنقل مباشرة إلى الخطوة الثانية.

✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى استعمال الجمع والطرح والضرب والقسمة لكتابة معادلات مكافئة.

نتائج الدرس:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالحذف.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بالحذف.

نتائج التعلم القبلي:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بيانياً.
- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالتعويض.
- إيجاد معكوس العدد النسبي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

لعبة: في دقيقة

- أكتب معادلة بسيطة على اللوح، مثل: $3x = 9$.
- أطلب إلى الطلبة كتابة أكبر عدد من المعادلات المكافئة للمعادلة المكتوبة على اللوح خلال دقيقة على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة بعد انتهاء الدقيقة رفع ألواحهم عاليًا، لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أعزز الطلبة الذين كتبوا أكبر عدد من المعادلات المميزة.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « ما المقصود بتمارين الإطالة؟ هي التمارين التي يتم فيها تحديد عضلة أو وتر وتمديدتها؛ من أجل تحسين مرونتها.
 - « ما المقصود بالتمارين الهوائية؟ هي التمارين التي يتم فيها ضخ الدم المؤكسج من القلب؛ لتوصيل الأكسجين إلى العضلات التي تمارس جهداً حركياً.
 - « إذا لعبت سميرة 10 دقائق من تمارين إطالة، و30 دقيقة من التمارين الهوائية، فما مجموع السرعات الحرارية التي تحرقها؟ 370 سرعة حرارية.
 - « كم دقيقة على سميرة أن تلعب من كل تمرين لتحرق 335 سرعة حرارية؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (استكشف)، أعزز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية ممارسة الرياضة وعلاقتها بصحة الجسم، وأبين لهم مخاطر السمّة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بما تعلموه في الدرسين السابقين حول حلّ نظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين بيانياً وجبرياً باستعمال طريقة التعويض، وأوضح لهم أنهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية أخرى لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمى طريقة الحذف.
- أقدم المصطلح الجديد (الحذف)، وأربطه بمفهوم المعكوس عن طريق تقديم أمثلة على ذلك.
- أوضح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالحذف بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 1 على اللوح، ثم أسأل الطلبة:
 - « أي المتغيرين يمكن التخلص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير y ؛ لأن كلاً من معاملي y في المعادلتين معكوس للآخر.
 - « هل يمكن حلّ النظام بالجمع؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلص من المتغير y عند جمع المعادلتين.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عالياً؛ لأنهم يمكنهم تقديم التغذية الراجعة لهم.

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$\begin{array}{r} 5x + y = 22 \\ (+) \quad 2x - y = 6 \\ \hline 7x = 28 \\ \frac{7x}{7} = \frac{28}{7} \\ x = 4 \end{array}$$

أحذف المتغير y
أقسم طرفي المعادلة على 7
أبسط

الخطوة 3 أعوض 4 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$\begin{array}{r} 5x + y = 22 \\ 5(4) + y = 22 \\ 20 + y = 22 \\ 20 - 20 + y = 22 - 20 \\ y = 2 \end{array}$$

المعادلة الأولى
أعوض عن x بـ 4
أبسط
أطرح 20 من كلا الطرفين
أبسط

إذن، حل النظام هو $(4, 2)$.

التحقق: نتحقق من صحة الحل بتعويض الزوج المرتب في كل من معادلي النظام.

تحقق من فهمي:

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

- $2x + y = 7$
 $5x - y = 14$
- $3x + 2y = 16$
 $6y - 3x = -12$

(3, 1) هو حل النظام. (5, 0.5) هو حل النظام.

يمكنني استعمال الطرح لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وذلك عندما يكون في المعادلتين حدان متشابهان معاملهما متساويان.

إرشادات:

- في الخطوة 3 من الحل، ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية تعويض قيمة x في المعادلة الثانية، ثم أطلب إلى أحد الطلبة تعويضها على اللوح.
- ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة حل النظام في صورة زوج مرتب.
- في الفرع 2 من بند (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1، أذكر الطلبة بضرورة ترتيب الحدود المتشابهة بعضها فوق بعض؛ لذا فإن المعادلة الثانية في النظام تحتاج إلى إعادة ترتيب.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 2 على اللوح، ثم أسأل:
« أي المتغيرين يمكن التخلص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير y ؛ لأن معامل y في كلا المعادلتين متساوي.
« هل يمكن حل النظام بالجمع؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمكن التخلص من المتغير y بالجمع، إنما ستنتج معادلة جديدة بمتغيرين.
« هل يمكن حل النظام بالطرح؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلص من المتغير y عند طرح المعادلتين من بعضهما.
- أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحل على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

✓ **إرشاد:** أوضح للطلبة أنه يمكن حل النظام بضرب المعادلة الثانية بالعدد (-1) ثم جمع المعادلتين، وأعيد حل المثال باستعمال هذه الطريقة على اللوح.

مثال 2

استعمل الحذف لحل نظام المعادلات الآتي:

$$12x + 2y = 30$$

$$8x + 2y = 22$$

الخطوة 1 لاحظ أن كلا المعادلتين تحويان $2y$ ، وهذا يعني أنني لست بحاجة إلى ضرب أي من المعادلتين بثابت، وأنه يمكن حل النظام بطرح إحدى المعادلتين من الأخرى.

الخطوة 2 اطرح معادلة من الأخرى.

$$12x + 2y = 30$$

$$(-) \quad 8x + 2y = 22$$

$$4x = 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 4

أبسط

الخطوة 3 أعوض 2 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$12x + 2y = 30$$

$$12(2) + 2y = 30$$

$$24 + 2y = 30$$

$$24 - 24 + 2y = 30 - 24$$

$$2y = 6$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

المعادلة الأولى

أعوض عن x بـ 2

أبسط

أطرح 24 من كلا الطرفين

أبسط

أقسم طرفي المعادلة على 2

أبسط

إذن، حل النظام هو $(2, 3)$.

التحقق: نتحقق من صحة الحل بتعويض الزوج المرتب في كل من معادلي النظام.

تحقق من فهمي:

أحلّ كلا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $2x + 5y = 16$
 $2x + 3y = 18$

2 $3x - 4y = 17$
 $x - 4y = 3$

أحتاج في بعض حالات حل أنظمة المعادلات الخطية إلى ضرب إحدى المعادلتين في عدد ثابت؛ للحصول على معادلتين فيهما حدان متشابهان معامل أحدهما معكوس للآخر.

مثال 3

استعمل الحذف لحل نظام المعادلات الآتي:

$3x + 2y = 18$

$2x - y = 5$

الخطوة 1 أضرب المعادلة الثانية في 2

$3x + 2y = 18$

$2x - y = 5$

أضرب كل حد في 2

$3x + 2y = 18$

$4x - 2y = 10$

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$3x + 2y = 18$

(+) $4x - 2y = 10$

$7x = 28$

$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$

$x = 4$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 7

أبسط

مثال 3

أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 3 على اللوح، ثم أسأل:

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.

« كيف يمكن جعل معاملي حدين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسا للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أناقش إجابات الطلبة، وأتوصل معهم إلى أنه يمكن جعل معاملي حدين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسا للآخر باستعمال الضرب، وأن أسهل إجراء هو ضرب كل حد في المعادلة الثانية في 2؛ للتخلص من المتغير y بجمع المعادلتين.

أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحل على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها علنيا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند ضرب معادلة بعدد ثابت بضرب الحد المراد تغييره فقط، أو ضرب أحد طرفي المساواة فقط؛ لذا أؤكد وبشكل مستمر أنه عند ضرب معادلة بعدد، فإنه يلزم ضرب كل حد من حدود المعادلة بهذا العدد.

مثال إضافي

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $3x + y = 19$ (5, 4)

$2x + 3y = 22$

2 $7x + 4y = 53$ (3, 8)

$2x - 2y = -10$

3 $4x + 5y = 21$ (4, 1)

$10x + y = 41$

نشاط

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 7: حلّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف.
- أطلب إلى المجموعات تكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين باستعمال المعادلات في ورقة المصادر يمكن حلّها بسهولة باستعمال الطرح، وتكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين يمكن حلّها بسهولة باستعمال الجمع.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

الخطوة 3 أعوّض 4 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

المعادلة الثانية $2x - y = 5$

أعوّض عن x بـ 4 $2(4) - y = 5$

أبسّط $8 - y = 5$

أطرح 8 من كلا الطرفين $8 - 8 - y = 5 - 8$

أبسّط $-y = -3$

أقسم طرفي المعادلة على -1 $\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$

أبسّط $y = 3$

إذن، حلّ النظام هو (4, 3).

التحقّق: أتحقّق من صحّة الحلّ بتعويض الزوج المرتّب في كلّ من معادلي النظام.

✓ **أتدقّق من فهمي:**

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $5x + 2y = 4$
 $4x - y = 11$

(2, -3) هو حلّ النظام.

2 $3x + 5y = 15$
 $x + 3y = 7$

(2.5, 1.5) هو حلّ النظام.

أحتاج في بعض حالات حلّ أنظمة المعادلات الخطية إلى ضرب كلّ معادلة في عدد ثابت مختلف للحصول على معادلتين فيهما حدّان متشابهان معامّل أحدهما معكوس للآخر.

مثال 4

أستعمل الحذف لحلّ نظام المعادلات الآتي:

$4x + 3y = 27$

$5x - 2y = 5$

الخطوة 1: أضرب المعادلة الأولى في 2 والمعادلة الثانية في 3؛ لأحذف المتغير y

$$4x + 3y = 27 \quad \text{أضرب كل حد في 2} \quad 8x + 6y = 54$$

$$5x - 2y = 5 \quad \text{أضرب كل حد في 3} \quad 15x - 6y = 15$$

الخطوة 2: أجمع المعادلتين.

$$\begin{array}{r} 8x + 6y = 54 \\ (+) \quad 15x - 6y = 15 \\ \hline 23x = 69 \\ \frac{23x}{23} = \frac{69}{23} \\ x = 3 \end{array}$$

أحذف المتغير y
أقسم طرفي المعادلة على 23
أبسط

النتائج

يمكن أيضًا حل النظام بحذف المتغير x ، فمثلاً: يمكنني ضرب المعادلة الأولى في 5 وضرب المعادلة الثانية في -4

الخطوة 3: أعوض 3 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$\begin{array}{r} 5x - 2y = 5 \\ 5(3) - 2y = 5 \\ 15 - 2y = 5 \\ -15 - 2y = 5 - 15 \\ -2y = -10 \\ \frac{-2y}{-2} = \frac{-10}{-2} \\ y = 5 \end{array}$$

المعادلة الثانية
أعوض عن x بـ 3
أبسط
أطرح 15 من كلا الطرفين
أبسط
أقسم طرفي المعادلة على -2
أبسط

إذن، حل النظام هو (3, 5).

التحقق: أتأكد من صحة الحل بتعويض الزوج المرتب في كل من معادلتين النظام.

تحقق من فهمي:

أحلّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $2x + 5y = 15$
 $3x - 2y = 13$

(5, 1) هو حل النظام.

2 $5x - 3y = 14$
 $4x - 5y = 6$

(4, 2) هو حل النظام.

مثال إضافي

أحلّ نظامي المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $3x + 2y = 28$ (6, 5)
 $2x + 7y = 47$

2 $2x - 3y = 15$ (9, 1)
 $5x + 7y = 52$

• أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 4 على اللوح، ثم أسأل:

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.

« هل يمكن جعل معاملي حدين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوساً للآخر بضرب معادلة واحدة فقط بعدد ثابت؟ لا.

« كيف يمكن جعل معاملي حدين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوساً للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.

• أناقش إجابات الطلبة، وأتوصل معهم إلى أنه يمكن جعل معاملي حدين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوساً للآخر بضرب كلتا المعادلتين بعدد ثابت.

• أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى قراءة صندوق (أتعلم) الوارد في المثال 4، ثم أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

• أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحل على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

مثال 5: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.
- أسأل الطلبة: ما القيم المجهولة في المسألة؟ **الأجرة التي يتقاضها ماجد عن كل ساعة عمل، والأجرة التي يتقاضها حازم عن كل ساعة عمل.**
- اتفق مع الطلبة على افتراض أن الأجرة التي يتقاضها ماجد عن كل ساعة عمل هو x ، وأن الأجرة التي يتقاضها حازم عن كل ساعة عمل هو y .
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
"في أحد الأيام عمل ماجد 6 ساعات، وعمل حازم 7 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه معاً JD 36"
- أسأل الطلبة:
« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟
 $6x + 7y = 36$
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
"في اليوم التالي عمل ماجد 8 ساعات، وعمل حازم 6 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه معاً JD 36"
- أسأل الطلبة:
« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟
 $8x + 6y = 38$
- أناقش حلّ نظام المعادلات الذي كوّن مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى قراءة صندوق (أتعلّم) الوارد في المثال 5، ثم أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقّق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

يمكن استعمال الحذف لحلّ مسائل حياتية وعلمية تتضمن نظاماً من معادلتين خطيتين بمتغيرين.

مثال 5: من الحياة



وظيفة: يعمل ماجد وحازم أثناء عطلة الجامعة في محطتين مختلفتين لوقود السيارات، ويتقاضى كل منهما أجرته على عدد ساعات العمل. في أحد الأيام عمل ماجد 6 ساعات وعمل حازم 7 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه معاً JD 36، وفي اليوم التالي عمل ماجد 8 ساعات وعمل حازم 6 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه معاً JD 38. كم يتقاضى كل منهما عن كل ساعة عمل؟

ليكن x الأجرة التي يتقاضها ماجد عن كل ساعة عمل، و y الأجرة التي يتقاضها حازم عن كل ساعة عمل.
إذن، نظام المعادلات الذي يعبر عن المسألة هو:

$$6x + 7y = 36$$

$$8x + 6y = 38$$

الخطوة 1 أضرب المعادلة الأولى في 4 والمعادلة الثانية في -3؛ لأحذف المتغير x .

$$6x + 7y = 36 \quad \xrightarrow{\text{أضرب كل حد في 4}} \quad 24x + 28y = 144$$

$$8x + 6y = 38 \quad \xrightarrow{\text{أضرب كل حد في -3}} \quad -24x - 18y = -114$$

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$24x + 28y = 144$$

$$(-) -24x - 18y = -114$$

$$10y = 30$$

$$\frac{10y}{10} = \frac{30}{10}$$

$$y = 3$$

أحذف المتغير x

أقسم طرفي المعادلة على 10

أبسط

أتعلّم

يمكن أيضاً حلّ النظام بحذف المتغير y ، فمثلاً: يمكن ضرب المعادلة الأولى في 6 وضرب المعادلة الثانية في -7

الخطوة 3 أعوّض 3 بدلاً من y في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة x .

$$6x + 7y = 36$$

المعادلة الأولى

$$6x + 7(3) = 36$$

أعوّض عن y بـ 3

$$6x + 21 = 36$$

أبسط

$$6x + 21 - 21 = 36 - 21$$

أطرح 21 من كلا الطرفين

$$6x = 15$$

أبسط

$$\frac{6x}{6} = \frac{15}{6}$$

أقسم طرفي المعادلة على 6

$$x = 2.5$$

أبسط

أي إن ماجداً يتقاضى JD 2.5 عن كل ساعة عمل، أما حازم فيتقاضى JD 3 عن كل ساعة عمل.

تحقق من فهمي:



حافلة فيها ركاب من النساء والأطفال، إذا كان ثلاثة أمثال عدد النساء مضافاً إليه مثلاً عدد الأطفال يساوي 29، وكان مثلاً عدد النساء مضافاً إليه عدد الأطفال يساوي 17، فكم امرأة وكم طفلاً في الحافلة؟ **أنظر الهامش.**

أدرب وأحل المسائل

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $4x - y = -2$
 $2x + y = 8$
(1, 6)

2 $3x + y = 4$
 $5x + y = 6$
(1, 1)

3 $6x + 2y = 14$
 $3x - 5y = 10$
(2.5, -0.5)

4 $11x - 20y = 28$
 $3x + 4y = 36$
(8, 3)

5 $-2x - 5y = 9$
 $3x + 11y = 4$
(-17, 5)

6 $y + 2x = 4$
 $x - y = 5$
(3, -2)

7 $2x + 3y = 30$
 $5x + 7y = 71$
(3, 8)

8 $3x - 4y = 4.5$
 $x + y = 5$
(3.5, 1.5)

9 $0.5x - 9y = 28$
 $30.5x + 7y = 40$
(2, -3)

إرشاد

ترتيب الحدود المتشابهة في المعادلتين تحت بعضهما بعضاً يسهل حلّ نظام المعادلات.

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبر عن مسألة حياتية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

التدريب

4

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشاد:** أناقش مع الطلبة حلّ سؤال (أفكر) الوارد في هامش السؤال 13؛ لأهمية إجابته في حلّ المسألة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (19-21).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 19 (أكتشف الخطأ)، أسأل الطلبة: هل صرّبت جميع حدود المعادلة الثانية بالعدد (-4)؟

إجابة (أتحقق من فهمي 4):

$$3x + 2y = 29$$

$$2x + y = 17$$

حلّ النظام هو: (5, 7)، أي أن عدد النساء هو: 5، وعدد الأطفال هو: 7

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 16, 19 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 19) كتاب التمارين: (3 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (17 - 21) كتاب التمارين: (12 - 15)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
« أجد مساحة المثلث الناتج من تقاطع المستقيمات الآتية:

$$x - 2y = 2, x + 2y = 6, x + y = 3$$

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ أنظمة المعادلات الخطية باستعمال طريقة الحذف، ويحتوي الموقع على مستويات مختلفة من المسائل.

✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

⚠ **تنبيه:** يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

10 $8x + y = 1$
 $8x - y = 3$
(0.25, -1)



11 $12x - 7y = -2$
 $8x + 11y = 30$
(1, 2)

12 $9x + 2y = 39$
 $6x + 13y = -9$
(5, -3)

مفكّر: لاحظ راصدٌ جويّ أنّ عدد الأيام من شهر كانون الأول التي تساقطت فيها الأمطار يزيد 7 أيام عن تلك التي لم تساقط فيها الأمطار. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثّل المسألة، ثمّ أحلّه لأجد عدد الأيام التي تساقطت فيها الأمطار وعدد الأيام التي لم تساقط فيها الأمطار في هذا الشهر. **أنظر الهامش.**

أربط كل زوج مرتب مع نظام معادلات خطية مكون من معادلتين من المعادلات الأربع المُعطاة، بحيث يكون الزوج المرتب حلاً للمعادلتين:

المعادلات	الزوج المرتب
$5x + 2y = 1$	(1, -2)
$4x + y = 9$	(-1, 3)
$3x - y = 5$	(2, 1)
$3x + 2y = 3$	(3, -3)

أعداد: ثلاثة أمثال عدد مطروحا منها عدد آخر يساوي -3، إذا كان مجموع العددين يساوي 11، فما العددين؟ $x = 2, y = 9$



مادة غذائية: في مخزن أحد المطاعم مجموعة من أكياس الأرز وأكياس السكر. كتلة 3 أكياس من السكر و 4 أكياس من الأرز 12 kg، وكتلة 5 أكياس من السكر و 13 كغ من الأرز 13 kg. كيف يمكن مساعدة طباخ المطعم على إيجاد كتلة كيسين من السكر وخمسة أكياس من الأرز؟ **أنظر الهامش.**

أفكّر

كَمْ يوماً في شهر كانون الأول؟

الشهر	العدد
كانون الأول	31
كانون الثاني	28
مارس	31
أبريل	30
مايو	31
يونيو	30
يوليو	31
أغسطس	31
سبتمبر	30
أكتوبر	31
نوفمبر	30
ديسمبر	31

الحل	نظام المعادلات
(1, -2)	$5x + 2y = 1$ $3x - y = 5$
(-1, 3)	$5x + 2y = 1$ $3x + 2y = 3$
(2, 1)	$4x + y = 9$ $3x - y = 5$
(3, -3)	$4x + y = 9$ $3x + 2y = 3$

معلومة

يُفضّل تخزين الحبوب في مكان جاف بعيداً عن أشعة الشمس المباشرة؛ حفاظاً عليها من التلف.

إجابات (أندرب وأحل المسائل):

13) $x + y = 31$

$x - y = 7$

وبحلّ نظام المعادلات ينتج أن: $x = 19, y = 12$ ، أي أن الأمطار تساقطت في 19 يوماً، ولم تساقط في 12 يوماً من شهر كانون أول.

16) $3x + 4y = 12$

$5x + 2y = 13$

$x = 2, y = 1.5$

أي أن كتلة كيسين من السكر تساوي $2 \times 2 = 4$ kg، وكتلة خمسة أكياس من الأرز تساوي $5 \times 1.5 = 7.5$ kg

الوحدة 6



17 مبنى حكومي: يبلغ ارتفاع مبنى

حكومي مع سارية العلم الأردني

المنبثة على سطحه 21.6 m، إذا

كان ارتفاع المبنى مطروحاً منه ارتفاع

سارية العلم يساوي 10.4 m، فما

ارتفاع المبنى؟ وكم يبلغ طول سارية العلم؟

$$x + y = 21.6$$

$$x - y = 10.4$$

$$x = 16, y = 5.6$$

أي أن ارتفاع المبنى يساوي 16 m، وطول سارية العلم يساوي 5.6 m

أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

تمارين الإطالة لمدة 15 دقيقة، والتمارين الهوائية لمدة 25 دقيقة.

مهارات التفكير العليا

19 **اكتشف الخطأ:** أنظر الحل الآتي واكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصححه.

$4x + 3y = 8$		$4x + 3y = 8$
$x - 2y = -13$	أضرب في -4	$-4x + 8y = -52$
		$11y = -5$
		$y = \frac{-5}{11}$

19 عند ضرب المعادلة الثانية

في -4 ينتج النظام:

$$4x + 3y = 8$$

$$-4x + 8y = 52$$

والذي ينتج من حله أن: $y = \frac{60}{11}$

20 **مسألة مفتوحة:** أترشح قيمة لـ a تجعل لنظام المعادلات الآتي حلاً، وأبزر إجابتي:

$$x + y = 4$$

$$ax + 3y = 4$$

20 إجابة محتملة: $a = -1$

لحذف المتغير x عند جمع

المعادلتين، فينتج:

$$4y = 8$$

$$y = 2$$

$$x = 2$$

21 **تحذّر:** أجد عدداً من منزلتين مجموع رقميه 8، ورقم أحاده مضافاً إلى مثلي رقم

$$x + y = 8$$

$$x + 2y = 10$$

$$x = 6, y = 2$$

$$x = 6, y = 2$$

22 **اكتشف:** كيف أجد حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالحذف؟

أنظر إجابات الطلبة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حل أنظمة المعادلات التي تم الحصول عليها من الخطوة 3 جبرياً باستعمال طريقة الحذف.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 5 و 6 من خطوات المشروع.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعين عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أن جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
 - إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- « أحل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $4x + y = 17$ (4, 1)

$$2x + y = 9$$

2 $10x - y = 3$ (1, 7)

$$3x + 2y = 17$$

3 $2x + 5y = 15$ (5, 1)

$$3x - 2y = 13$$

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1 - 12) فرديًا، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (13 - 29)، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 27، أذكر الطلبة بقانون محيط المستطيل.
- في الأسئلة (27 - 29)، أراجع الطلبة بما يأتي:

$2x$	مثلاً x
$3x$	ثلاثة أمثال x
$x + 4$	يزيد على x بمقدار 4
$x - 3$	يقلّ عن x بمقدار 3

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكلّ مما يأتي:

1 حلّ نظام المعادلات الآتي هو:

$$x + y = 6$$

$$x - y = 8$$

a) (2, 4)

b) (4, 2)

c) (7, -1)

d) (-1, 7)

2 حلّ نظام المعادلات الآتي هو:

$$y = -4x$$

$$6x - y = 30$$

a) (3, 4)

b) (3, -4)

c) (3, 12)

d) (3, -12)

3 أيّ أنظمة المعادلات الآتية له عدد لا نهائي من الحلول؟

a) $x + y = 1$

b) $2y = 4x + 1$

$$x - y = 3$$

$$x - 2y = 7$$

c) $2x - y = 6$

d) $5x = y + 5$

$$-3y = -6x + 18$$

$$-x + 3y = 13$$

4 أيّ المعادلات الآتية لها التمثيل البياني نفسه للمعادلة $4x + 8y = 12$ ؟

a) $x + y = 3$

b) $2x + y = 3$

c) $x + 2y = 3$

d) $2x + 3y = 6$

أحلّ كلّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا:

5 $y = 2x - 5$ (3, 1)
 $y = -2x + 7$

6 $y = x + 4$ (3, 7)
 $y = 2x + 1$

7 $x + 2y = 3$ (1, 1)
 $y = 4x - 3$

8 $y = 4 - x$ (4, 0)
 $y = x - 4$

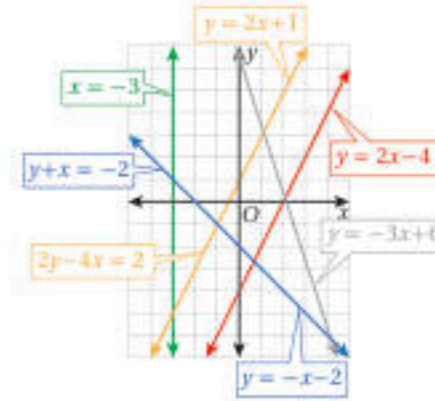
9 $y = 0.5x + 10$
 $y = 4x - 4$ (4, 12)

10 $y + x = 0$ (-3, 3)
 $3y + 6x = -9$

11 $7x + 2y = 13$
 $3y - 2x = -3$ (1.8, 0.2)

12 $y - x = 17$ (5, 22)
 $y = 4x + 2$

استعمل التمثيل البياني أدناه، لأحدد ما إذا كان لكلّ من أنظمة المعادلات الآتية حلّ واحد، أم لا يوجد له حلّ، أم أنّه عدد لا نهائي من الحلول: (13-18) انظر الهامش.



13 $x = -3$

$$y = 2x + 1$$

14 $y = 2x + 1$

$$y = 2x - 4$$

15 $y + x = -2$

$$y = -x - 2$$

16 $2y - 4x = 2$

$$y = 2x - 4$$

17 $y = -3x + 6$

$$y = 2x - 4$$

18 $2y - 4x = 2$

$$y = -3x + 6$$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

(13) له حلّ واحد.

(14) لا يوجد له حلّ.

(15) له عدد لا نهائي من الحلول.

(16) لا يوجد له حلّ.

(17) له حلّ واحد.

(18) له حلّ واحد.

تدريب على الاختبارات الدولية

- أعترف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

29 سجل أحد لاعبي كرة القدم في الدوري 10 أهداف. إذا كان مثلاً عدد ما سجله في مرحلة الذهاب يساوي ثلاثة أمثال عدد ما سجله في مرحلة الإياب، فأكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحله لأجد ما سجله اللاعب في كل من مرحلتَي الذهاب والإياب. **أنظر الهامش.**

تدريب على الاختبارات الدولية

30 أي المعادلات الآتية ينتج عن تمثيلها في المستوى الإحداثي مستقيم مواز للمستقيم $y - 3x = 6$ ؟

- a) $y = -3x + 4$ b) $y = 3x - 2$
c) $y = \frac{1}{3}x + 6$ d) $y = -\frac{1}{3}x + 6$

31 كم حللاً لنظام المعادلات الآتي؟

$$4x + y = 7$$

$$3x - y = 0$$

- a) لا يوجد حل b) حل واحد فقط
c) عدد لا نهائي من الحلول d) حلان

32 حل نظام المعادلات الآتي هو:

$$2x - 3y = -9$$

$$-x + 3y = 6$$

- a) (3, 3) b) (3, -1)
c) (-3, 1) d) (1, -3)

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

19 $y = x + 3$ (3, 6) 20 $x - 2y = 6$ (2, -2)
 $2x + y = 12$ $2x + y = 2$

21 $x = 2y + 7$ 22 $4x - 2y = 14$ (4, 1)
 $3x - 2y = 3$ $y = 0.5x - 1$ (-2, -4.5)

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

23 $3x + y = 20$ 24 $x - 6y = 4$ (-2, -1)
 $2x - y = 5$ (5, 5) $2x + y = -5$

25 $3x - 2y = 4$ 26 $5y = 15 - 5x$ (0, 3)
 $6x - 2y = -2$ (-2, -5) $y = -2x + 3$

27 بيّن الشكل أدناه مستطيلاً محيطه 40 m، إذا كان طول المستطيل يقل 1 m عن مثلثي عريضه، فأكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحله لأجد بعدي المستطيل. **أنظر الهامش.**



28 باع محل كمية من خليط مكشرات اللوز والفسنجان تبلغ قيمتها JD 27، وتبين الجدول الآتي سعر الأوقية الواحدة من كل نوع في الخليط:



النوع	سعر الأوقية
الفسنجان	JD 4
اللوز	JD 1.5

كمية اللوز المبيعة تساوي 2 أوقية، وكمية الفسنجان المبيعة تساوي 6 أوقية.

إذا كانت كمية الفسنجان تساوي ثلاثة أمثال كمية اللوز في الأوقية الواحدة في الخليط المبيع، فأجد كمية كل من اللوز والفسنجان المبيعة.

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

27) $2w - l = 1$

$w + l = 20$

بحل النظام ينتج أن: $l = 13, w = 7$

29) $x + y = 10$

$2x = 3y$

بحل النظام ينتج أن: $x = 6, y = 4$

كتاب التمارين

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعد لدراسة الوحدة

أعتبر معلوماتي لحل التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، أستعمل بالمثل التمثيل.

تحديد إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً للمعادلة الخطية بمتغيرين (الدرس 1)

أي الأزواج المرتبة الآتية يمثل حلاً للمعادلة $y = 2x - 3$ أيزر إجابتي.

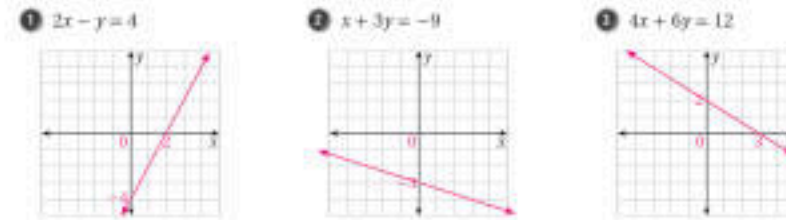
- 1 (2, 7) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- 2 (-1, -5) يمثل حلاً للمعادلة.
- 3 (15, 27) يمثل حلاً للمعادلة.
- 4 أي الأزواج المرتبة الآتية يمثل حلاً للمعادلة $y = 3 - \frac{1}{2}x$ أيزر إجابتي.
- 5 (-6, 3) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- 6 (6, -3) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- 7 (6, 3) لا يمثل حلاً للمعادلة.

مثال: هل يمثل الزوج المرتب (5, 3) حلاً للمعادلة $y = x - 2$ ؟

الكتب المعادلة:
 $y = x - 2$
أعزض قيمتي $x = 5$ و $y = 3$ في المعادلة:
الطرفان متساويان:
 $3 = 5 - 2$
 $3 = 3$ ✓
إذن، يمثل الزوج المرتب (5, 3) حلاً للمعادلة $y = x - 2$.

تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي باستعمال المقطع x والمقطع y (الدرس 1)

أمثل كل معادلة من الآتي باستعمال المقطع x والمقطع y .



14

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعد لدراسة الوحدة

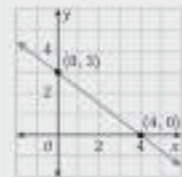
مثال: أمثل المعادلة $3x + 4y = 12$ بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y .

الخطوة 1: أجد المقطع x والمقطع y .

المعادلة الأصلية	المعادلة الأصلية	المعادلة الأصلية	المعادلة الأصلية
$3x + 4y = 12$	$3x + 4y = 12$	$3x + 4y = 12$	$3x + 4y = 12$
أعزض $y = 0$	أعزض $x = 0$	أعزض $y = 0$	أعزض $x = 0$
$3(0) + 4y = 12$	$3x + 2(0) = 12$	$3(0) + 4y = 12$	$3x + 2(0) = 12$
أقسم طرفي المعادلة على 4	أقسم طرفي المعادلة على 3	أقسم طرفي المعادلة على 4	أقسم طرفي المعادلة على 3
$\frac{4y}{4} = \frac{12}{4}$	$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$	$\frac{4y}{4} = \frac{12}{4}$	$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$
$y = 3$	$x = 4$	$y = 3$	$x = 4$

إذن، المقطع x هو 4 والمقطع y هو 3.

الخطوة 2: أرسم مستقيماً يصل بين المقطعين.



بدأت المقطع x هو 4، فإن المستقيم يقطع المحور x في النقطة (4, 0).

وبما أن المقطع y هو 3، فإن المستقيم يقطع المحور y في النقطة (0, 3).

أمثل المقطعين في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يصل بينهما.

15

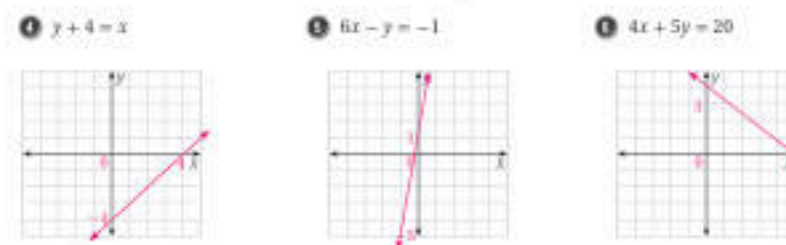
الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعد لدراسة الوحدة

تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي باستعمال المقطع x والمقطع y (الدرس 1)

أمثل كل معادلة من الآتي باستعمال المقطع x والمقطع y .



مثال: أمثل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y .



الخطوة 1: المقطع y هو -3، إذن أعزض النقطة (0, -3) في المستوى الإحداثي.

الخطوة 2: أستعمل القليل $\frac{1}{2}$ لتعين نقطة أخرى في المستوى.

أبدأ من النقطة (0, -3) وأتحرك واحدتين لليمين، ثم وحدة لأعلى.

الخطوة 3: أرسم مستقيماً يصل بين المقطعين.

إيجاد الميل من معادلة مستقيم (الدرس 1)

أجد ميل المستقيم المعطاة معادلة في كل من الآتي:

- 1 $y - x = 8$ 1
- 2 $3x + 2y = 15$ -1.5
- 3 $y - 1 = 4x$ 4
- 4 $4y = -8x + 1$ -2
- 5 $3y - 9x = 12$ 3
- 6 $2x - 7y + 1 = 0$ -2/7

16

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعد لدراسة الوحدة

مثال: أجد ميل المستقيم قدي معادلة $x = 4y - 6$.

المعادلة الأصلية
 $x = 4y - 6$
أضف 6 إلى طرفي المعادلة
 $x + 6 = 4y - 6 + 6$
أقسم طرفي المعادلة على 4
 $\frac{x + 6}{4} = \frac{4y}{4}$
بالتبسيط
 $y = \frac{1}{4}x + \frac{6}{4}$
الميل هو معامل x ويساوي $\frac{1}{4}$

حل المعادلة الخطية بمتغير واحد (الدرس 2)

أحل كلًا من المعادلات الآتية:

- 1 $2x + 10 = 22$ $x = 6$
- 2 $3x - 4 = 2x + 8$ $x = 12$
- 3 $5x + 9 = x - 7$ $x = -4$

مثال: أحل المعادلة $4x - 6 = 6 - 2x$.

المعادلة الأصلية
 $4x - 6 = 6 - 2x$
أضف $2x$ إلى طرفي المعادلة
 $4x - 6 + 2x = 6 - 2x + 2x$
أضف 6 إلى طرفي المعادلة
 $6x - 6 + 6 = 6 + 6$
أقسم طرفي المعادلة على 6
 $\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$
بالتبسيط
 $x = 2$

17

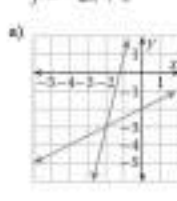
كتاب التمارين

الدرس 2 حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

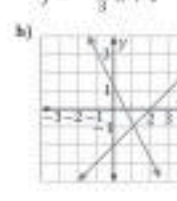
أكتب بجانب كل نظام معادلات متساويين ومن ثمّ الحلّ المناسب له، وأبرز إجابتك:

(1-3) أنظر ملحق الإجابات.

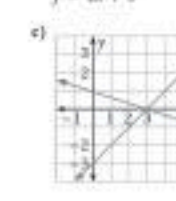
1 $y = x - 2$
 $y = -2x + 1$



2 $y = x - 3$
 $y = -\frac{1}{3}x + 1$



3 $y = \frac{1}{2}x - 2$
 $y = 4x + 5$



أحلّ كلّ من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

4 $y = x + 1$ (3, 4)
 $x + y = 7$

5 $y = x + 5$ (0, 5)
 $2x + 3y = 15$

6 $x = 5 - y$ (1, 2)
 $x - y = -1$

7 $\frac{1}{4}x - 2y = 0$ (8, 1)
 $y = 17 - 2x$

8 $3x - 4y = 2$ (2, 1)
 $y - 3x = -5$

9 $y - x = 8$ (2, 5)
 $y - 2x = 1$

10 $2x - y = 14$ (0, 2)
 $\frac{1}{2}y + x = 9$

11 $5x - 3y = 18$ (3, -1)
 $-2x + 2y = -8$

12 $y + 3x = -5$ (-2, 1)
 $y + 6x = -11$

13 ثلاث فائز وعدوى 75 ID، فإذا كان المبلغ الذي تملكه عدوى يتلّى المبلغ الذي تملكه فائز، فأكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثّل المسألة، ثمّ أسأله لأجد المبلغ الذي تملكه كلّ منهما. أنظر ملحق الإجابات.

14 أعصاف: عُمر طارق يساري ثلاثة أمثالي عُمر أخيه صفاء إذا كان مجموع عُمريهما يساري 36 سنة، فكم عُمر كلّ منهما؟
عُمر طارق: 27 سنة، وعُمر صفاء: 9 سنوات.

15 ككتّبة: مجموع عدد صفحات كتابين سيوفر أهما جلاول 190 صفحة إذا كان عدد صفحات الكتاب الأول يقلّ عن نصف عدد صفحات الكتاب الثاني بمقدار 15 صفحة، فكم صفحة في كلّ كتاب؟ عدد صفحات الكتاب الأول يساري: 40 صفحة، وعدد صفحات الكتاب الثاني يساري: 110 صفحات.

16 أعداء: كتبت حياة عدوين مجموعهما 37، والفرق بينهما يساري 14، فما العددين؟
 $x = 25.5, y = 11.5$

الدرس 1 حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

استعمل التمثيل البياني المجاور لأجد حلّ كل نظام معادلات متساويين:

1 $y = x$
 $y = 6 - 2x$ (2, 2)

3 $y = 6 - 2x$
 $y + 2x = -2$ لا يوجد حل.

2 $2x + 3y = 6$
 $y = 6 - 2x$ (3, 0)

4 $2x + 3y = 6$
 $y + 2x = -2$ (-3, 4)

أحلّ كلّ من أنظمة المعادلات الخطية الآتية بيانياً:

(5-10) أنظر ملحق الإجابات.

1 $y = -x + 4$
 $y = 2x - 8$

2 $y = 3x - 1$
 $y = 7 - x$

3 $y = 5x - 5$
 $y = 5x + 3$

4 $2x + y = -3$
 $2x - y = 11$

5 $6x + 3y = 15$
 $2x - y = 5$

6 $y = 3x + 3$
 $y = x + 3$

بيّن الشكل المجاور التمثيل البياني للمعادلة $2x + 3y = 13$

11 أسأله المعادلة $2y = x - 3$ على المستوى الإحداثي. أجد حلّ النظام: (5, 1)

12 حصل زواج: يرغب زياد بتدبير وجبة طعام للمدعوين إلى حفل زواجه بطاعة الاحتفالات لأحد الفدائي، وقد حصل على عرضين من فندقين، الفندق A يقاضي 500 دينار مقابل خدمات الطعام للمدعوين إضافة إلى 20 دينار آخر كلّ مدعو، والفندق B يقاضي 800 دينار مقابل خدمات الطعام للمدعوين إضافة إلى 16 ديناراً كلّ مدعو، ما عدد المدعوين عندما تتساوى تكاليف الحفل في الفندقين؟ 75 مدعو.

الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف

استعمل الحذف لحلّ كلّ من أنظمة المعادلات الآتية:

1 $3x + 2y = 11$
 $2x - 2y = 14$ (5, -2)

2 $3x - 4y = 17$
 $x - 4y = 3$ (7, 1)

3 $2y + 3x = 16$
 $x - 2y = 4$ (5, 0.5)

4 $2x + 5y = 37$
 $y = 11 - 2x$ (2.25, 6.5)

5 $4x - 3y = 7$
 $x = 13 - 3y$ (4, 3)

6 $4x - y = 17$
 $x = 2 + y$ (5, 3)

7 $2x + 3y = 13$
 $x + 2y = 7$ (5, 1)

8 $3x + 3 = 3y$
 $2x - 6y = 2$ (-2, -1)

9 $2x - 6 = 4y$
 $7y = -3x + 9$ (3, 0)

10 ألعاب أولومبيّة: خلال إحدى دورات الألعاب الأولمبية فازت دولة بـ 32 ميدالية ذهبية وفضية، وكان مثلاً عدد الميداليات الفضية التي فازت بها يزيد بمقدار 4 عن عدد الميداليات الذهبية. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثّل المسألة، ثمّ أسأله لأجد عدد الميداليات الذهبية والفضية التي فازت بها الدولة.
 $x + y = 32$
 $2y = x + 4$
 $x = 20, y = 12$

11 حلّت هند نظام المعادلات الآتي فوجدت أنّ $x = 5, y = 6$

$4x - 2y = 8$
 $2x - y = 4$

أبرز لماذا لا يمكن أن يكون ما أوجدته هند حلاً وحيداً لهذا النظام من المعادلات.

12 أكتشف الصنف أي أنظمة المعادلات الآتية مختلف؟ أبرز إجابتك.

$3x + 3y = 3$

$-2x + y = 6$

$8x - 2y = 5$

$2x + 3y = 11$

$2x - 3y = 7$

$2x - 3y = -10$

$3x - y = 3$

$3x - 2y = 10$

لأنه ليس له حل، إذ يتطلّب مستقيمين متوازيين.

الدرس 1 (أنتدرب وأحل المسائل):

15) $y - x = 26$

$x + y = 50$

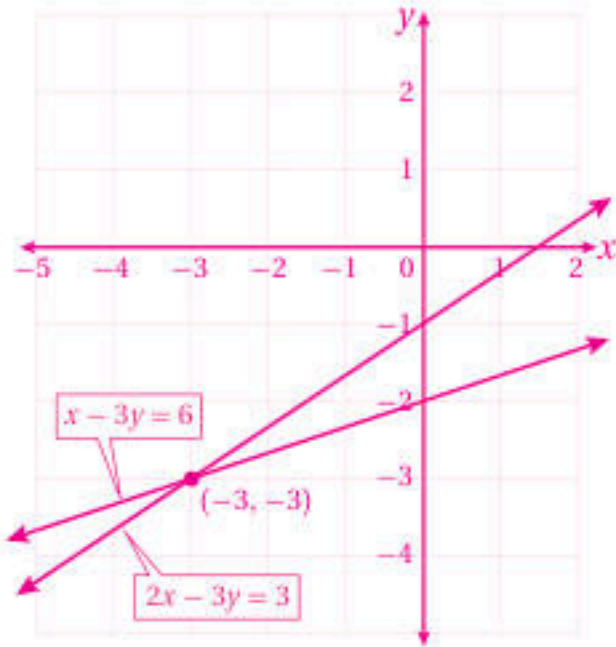
(12, 38) يُمثّل حلًّا للنظام، إذن عمر نوال 12 عامًا، وعمر والدتها 38 عامًا.

16) $y = 500000x + 1000000$

$y = -1000000x + 1000000$

(20) لا يمكن؛ لأن المستقيمين إذا تقاطعا معًا، فإنّهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، ما لم يكونا منطبقين، وعندها يكون لهما عدد لا نهائي من نقاط التقاطع.

(21) التمثيل البياني غير صحيح.

التمثيل التالي هو الصحيح، وحلّ النظام هو: $(-3, -3)$ 

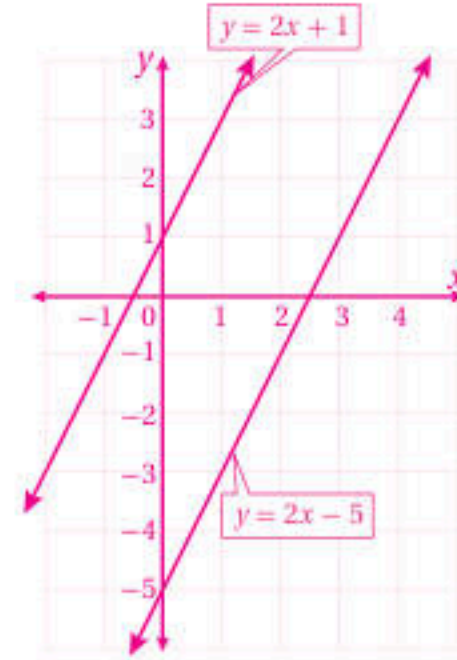
(22) إجابات محتملة:

نظام ليس له حلول: $y = 5x + 6$, $y = 5x + 2$

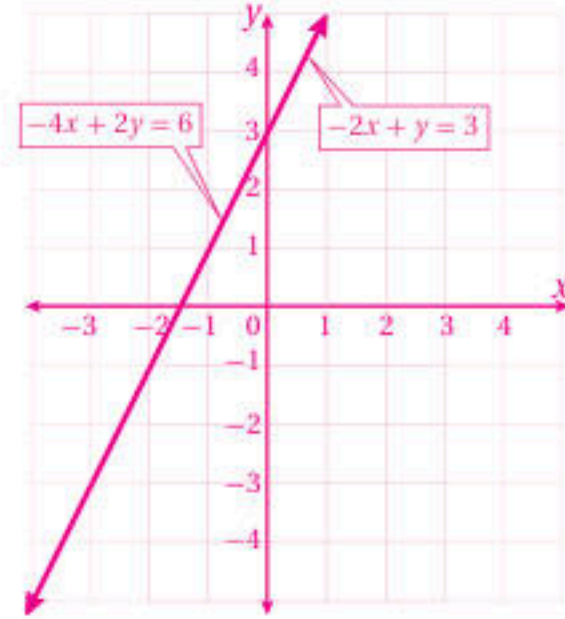
نظام له عدد لا نهائي من الحلول: $6x + 12y = 24$, $x + 2y = 4$

الدرس 1 (أنتحقّق من فهمي 3):

(3) لا يوجد حلّ للنظام.

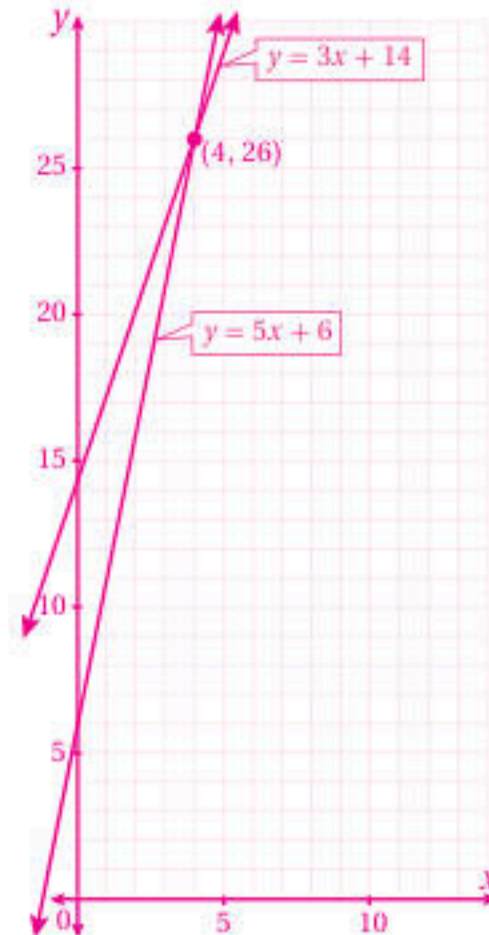


(4) يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.



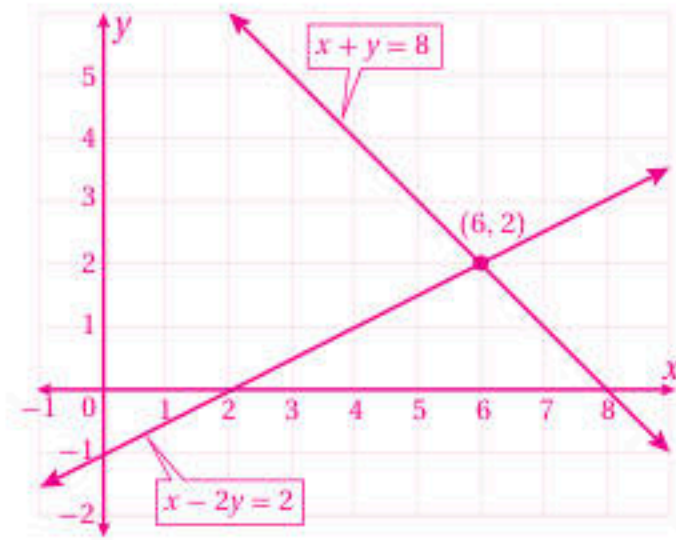
الدرس 1 (أنتحقّق من فهمي 4):

بعد 4 أسابيع تكون الأختان قد وقّرتا المبلغ نفسه، ويساوي: 26 دينارًا.

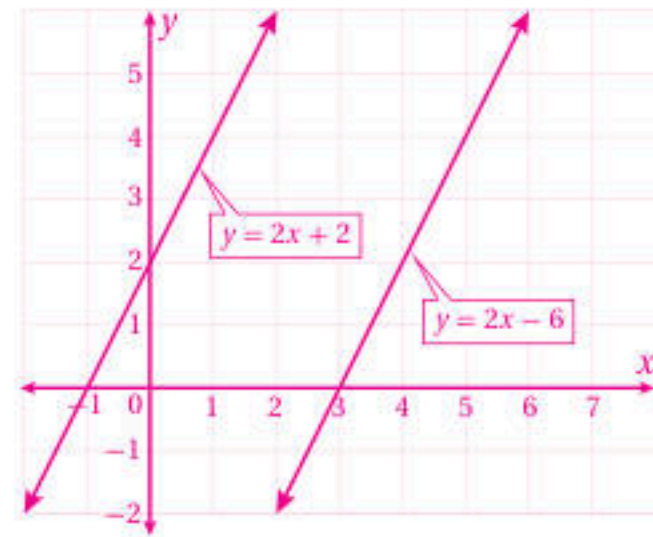


معمل برمجية جيوجبرا (أندرب):

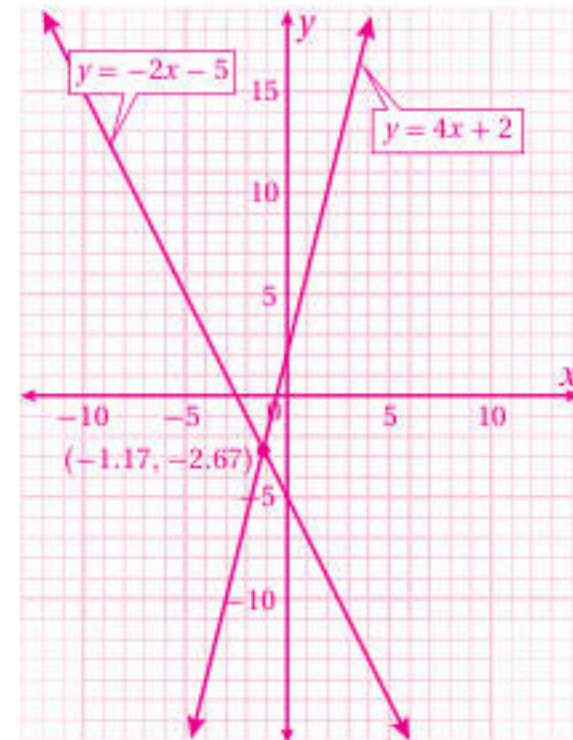
(1) (6, 2) يُمثّل حلًّا للنظام.



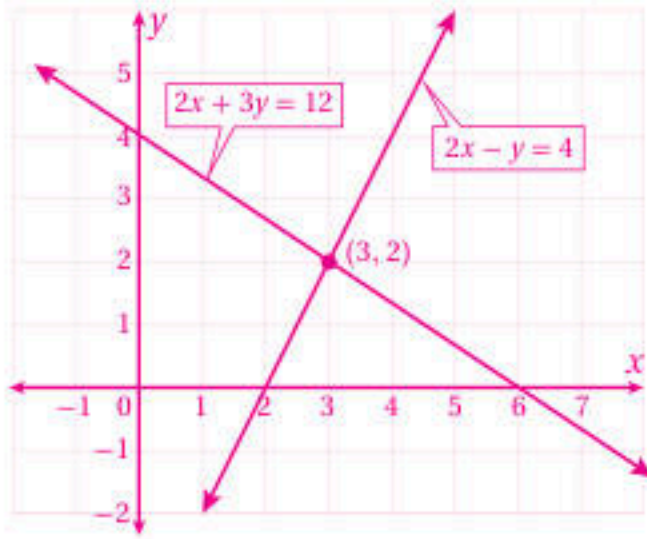
(2) لا يوجد حلّ للنظام.



(3) (-1.17, -2.67) يُمثّل حلًّا للنظام.

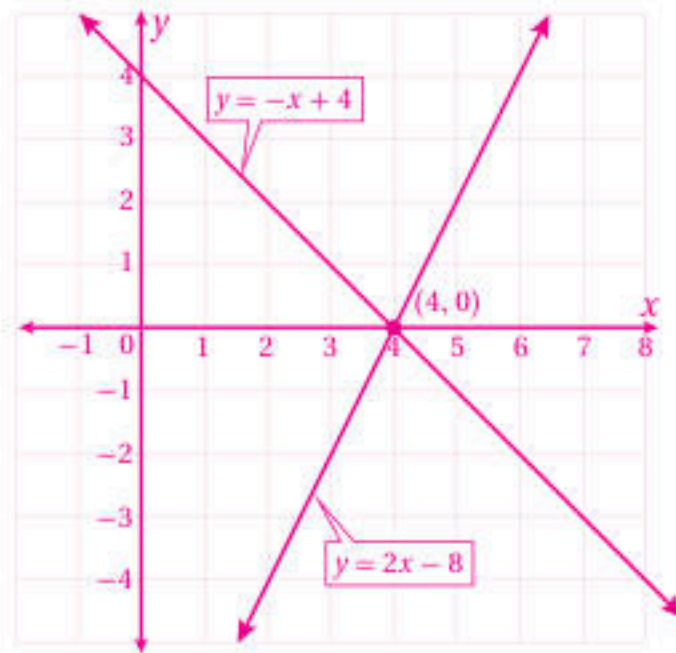


(4) (3, 2) يُمثّل حلًّا للنظام.

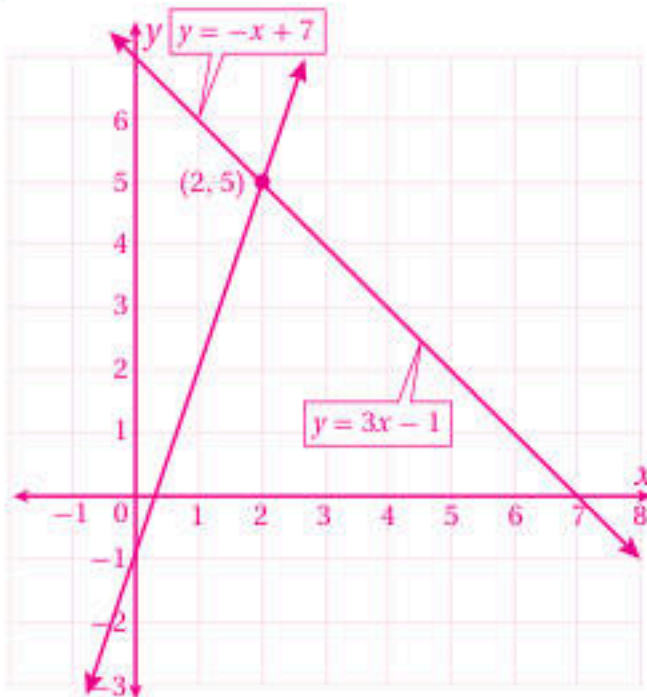


كتاب التمارين - الدرس 1:

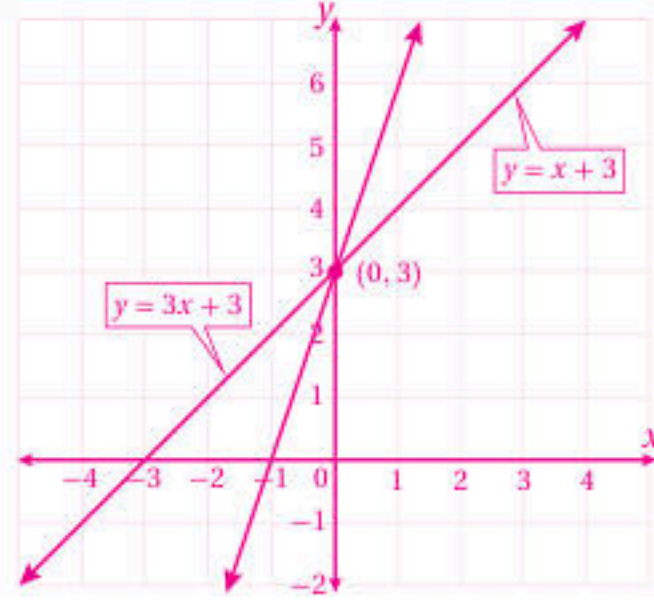
5) (4, 0)



6) (2, 5)



10) (0, 3)



كتاب التمارين - الدرس 2:

1) b : لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(1, -1)$ هي حل للنظام:

$$y = x - 2$$

$$y = -2x + 1$$

2) c : لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(3, 0)$ هي حل للنظام:

$$y = x - 3$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

3) a : لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(-2, -3)$ هي حل للنظام:

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$y = 4x + 5$$

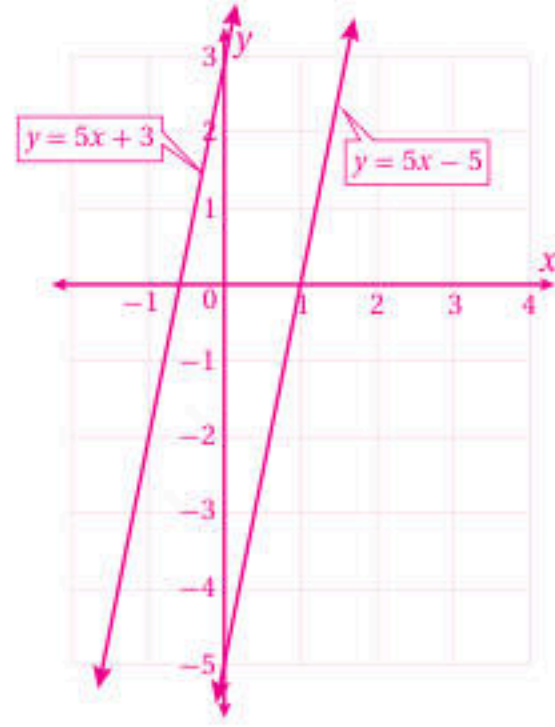
13) نظام المعادلات

$$x + y = 75$$

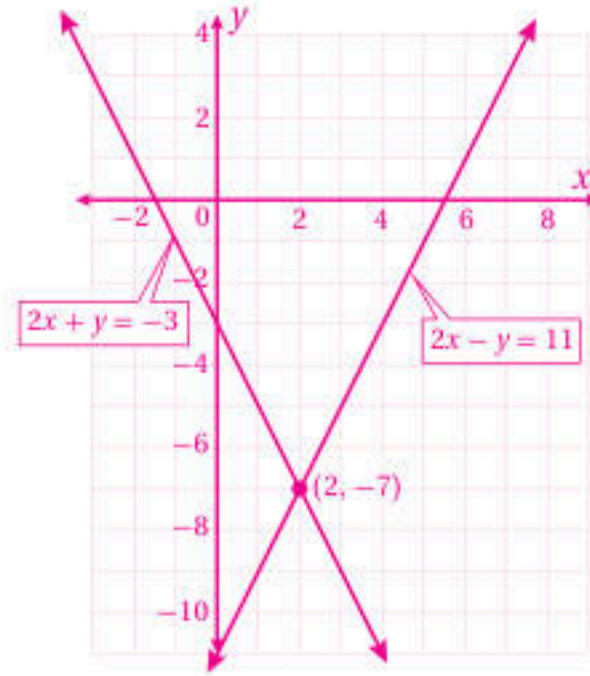
$$y = 2x$$

تملك فاتن: 25 دينارًا، وتملك فدوى: 50 دينارًا.

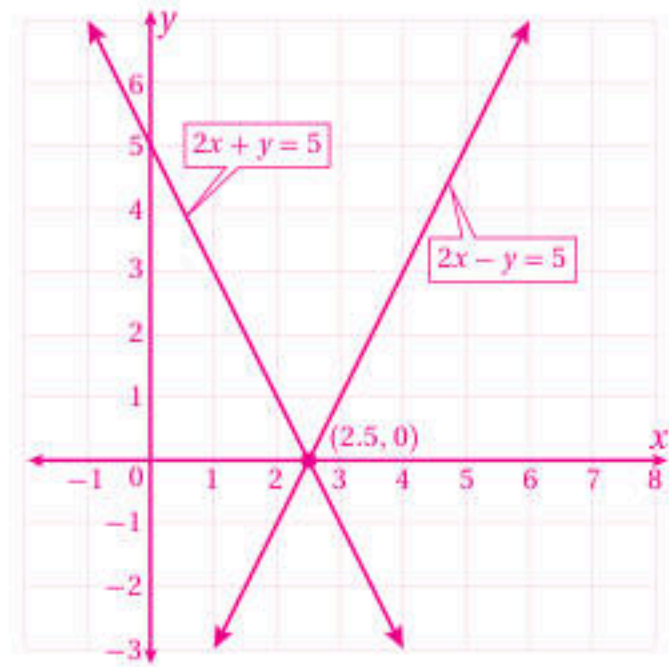
(7) لا يوجد حل.



8) (2, -7)



9) (2.5, 0)



الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة
7



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			ورقة المصادر 8	1
الدرس 1: إثبات توازي المستقيمتين وتعامدهما	- تطبيق مسأمة الزاويتين المتناظرتين أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متوازيين وقاطع لهما. - تطبيق النظريات المتعلقة بالزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متوازيين وقاطع لهما. - تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متعامدين.		- ورق الرسم البياني. - أدوات هندسية. - أجهزة الحاسوب. - برمجية جيو جبرا.	3
الدرس 2: متوازي الأضلاع	- تعرف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع. - تطبيق النظريات المتعلقة بالأضلاع والزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع. - تعرف الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. - تطبيق النظريات المتعلقة بالزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. - تطبيق النظريات المتعلقة بقطري متوازي الأضلاع. - استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.	متوازي الأضلاع. الزوايا المتحالفة.	- ورق الرسم البياني. - أدوات هندسية.	3
الدرس 3: تمييز متوازي الأضلاع	- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين. - إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت فيه كل زاويتين متقابلتين. - تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين. - استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع. - استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يمثل متوازي أضلاع أم لا.		- ورقة المصادر 9 - ورق الرسم البياني. - لوحة المستوى الإحداثي.	3
الدرس 4: حالات خاصة من متوازي الأضلاع	- تحديد خصائص كل من: المستطيل، والمعين، والمربع. - تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثل مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً. - استعمال خصائص كل من المستطيل والمعين والمربع لإيجاد قياسات مجهولة.	المستطيل. المعين. المربع.	- ورقة المصادر 10 - ورق الرسم البياني. - أدوات هندسية.	3
الدرس 5: تشابه المثلثات	- تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS. - استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلقة بأضلاع المثلثين.		- ورقة المصادر 11 - ورق الرسم البياني. - أدوات هندسية.	3
الدرس 6: التمدد	- تعرف التمدد ومركزه ومعامله. - التمييز بين التكبير والتصغير. - إيجاد قيمة معامل التمدد في شكل معطى. - إيجاد صورة نقطة في المستوى الإحداثي بتأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله معلوم.	التمدد. مركز التمدد. معامل التمدد. التكبير. التصغير.	- ورقة المصادر 12 - ورق الرسم البياني. - أدوات هندسية. - لوحة المستوى الإحداثي.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			- لوحتان من الكرتون المقوى. - ورقة كبيرة. - دبابيس ومثقب. - مسطرة ومقص.	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				22 حصة

تهيئة الوحدة

الوحدة
7

الأشكال ثنائية الأبعاد

ما أهمية هذه الوحدة؟

للأشكال الهندسية أنواع كثيرة وخصائص لا يمكن حصرها؛ لذا تُستعمل في مجالات حياتية وعلمية شتى. ولا يمكن إنتاج أي تصميم أو عمل فني أو معماري من دون استعمال خصائص الأشكال الهندسية، وهذا يعني أنه لا بد من فهم هذه الخصائص قبل البدء بأي تصميم.



1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة مجموعة من المسلمات والنظريات المتعلقة بأزواج الزوايا التي تنتج من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما، وتعريف متوازي الأضلاع والنظريات التي تحدد خصائصه، والنظريات المتعلقة بحالات متوازي الأضلاع الخاصة (المستطيل، والمعين، والمربع)، ويحددون العلاقة بين متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة، ويستعملون تلك الخصائص في مواقف هندسية وحياتية متنوعة.

وسيتعرف الطلبة أيضًا مسلمة تشابه مثلثين (AA)، ونظريات التشابه (SSS) و (SAS)، ويستعملونها في مواقف هندسية وحياتية.

وسيستعمل الطلبة المفاهيم المرتبطة بالتمدد لرسم صورة لمضلع ناتجة من تكبير أو تصغير في المستوى الإحداثي.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS
- خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع، وحالاته الخاصة.
- رسم صورة مضلع تحت تأثير تمدد في المستوى الإحداثي.

تعلمت سابقًا:

- ✓ تصنيف الأشكال الرباعية حسب خواصها الأساسية.
- ✓ العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في مضلعين متشابهين.
- ✓ رسم مضلع تحت تأثير تكبير.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف التاسع



- استعمال التشابه والتناسب لبرهنة نظريات تتعلق بالمثلث (مثل: القطعة الواصلة بين منتصفين ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث).
- حل مسائل هندسية وحياتية على المثلثات تتضمن التشابه والتمدد.
- برهنة خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة المرسومة في المستوى الإحداثي باستعمال مفاهيم الهندسة الإحداثية.

الصف الثامن



- استكشاف خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة (المستطيل، والمربع، والمعين).
- استعمال المسلمات والنظريات المتعلقة بمتوازي الأضلاع وحالاته الخاصة لحل مسائل هندسية وحياتية.
- حل معادلات خطية بسيطة لإيجاد أطوال أضلاع وقياسات زوايا في متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة.
- برهنة تشابه مثلثين باستعمال مسلمة التشابه ونظرياته.
- استكشاف مفهوم التمدد ومركزه ومعامله (التكبير والتصغير).
- رسم شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.

الصف السابع



- تمييز الزاويتين المتقابلتين بالرأس والعلاقة بين قياسيهما.
- تمييز الزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة والزوايا المتناظرة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- إيجاد قياسات زوايا مجهولة ناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- رسم شكل تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدد شكل مرسوم تحت تأثير تمدد بمعامل صحيح موجب.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة من مهارات لتصميم أداة المنساح، واستعمالها لرسم صور مكبرة أو مصغرة لأشكال هندسية.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: المنساح

استعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص، الذي سنوظف فيه ما تعلمناه في هذه الوحدة لتصميم أداة هندسية تُسمى المنساح.

المواد والأدوات:

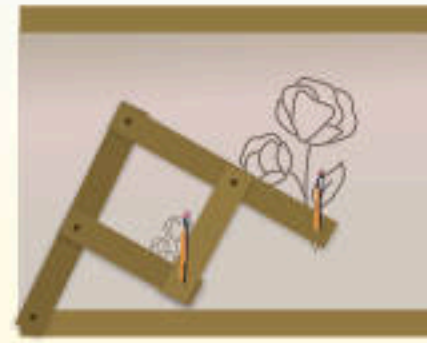
- لوحتان من الكرتون المقوى.
- ورقة كبيرة.
- دبائيس ووثقب.
- مسطرة وقصص.

خطوات تنفيذ المشروع:



أشاهد المقطع المرئي (الفيديو) في الرمز المجاور، ثم أنفذ الخطوات الآتية:

1. أقص أربع قطع مستطيلة الشكل من الكرتون المقوى: قطعتين طول كل منهما 20 cm، وقطعتين أخريين طول كل منهما 10 cm، وعرض كل قطعة منها 2.5 cm.
2. استعمل المثقب لصنع فتحات في طرف كل من القطعتين الطويلتين، وأربط بينهما من خلال الثقبين باستعمال الدبائيس.
3. استعمل المثقب لصنع فتحات في منتصف كل من القطعتين الطويلتين وطرف كل من القطعتين القصيرتين، وأصل بين القطعتين القصيرتين والطويلتين بالدبائيس.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	مناسبة المواد والأدوات التي أعدت بها أداة المنساح.			
2	قص قطع الكرتون المقوى بقياسات دقيقة.			
3	ثقب قطع الكرتون عند الأطراف بطريقة مناسبة تسهل الحركة.			
4	تثبيت قطع الكرتون المقوى باستعمال دبائيس تضمن تحريك الأداة بيسر.			
5	إظهار العرض المقدم مراحل تصميم أداة المنساح.			
6	إظهار العرض المقدم استعمال الأداة بطريقة صحيحة توضح وظيفتها.			
7	التعاون والعمل بروح الفريق.			
8	إنجاز المشروع في الوقت المحدد.			
9	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			

1. تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2. تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3. تقديم نتاج صحيح كامل.

نشاط 1

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تصنيف الأشكال الهندسية المستوية بناءً على خصائصها.

إجراءات النشاط:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 8: الأشكال الرباعية، ومسطرة، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة الواردة في ورقة المصادر.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل ورقة المصادر مع الصف كاملاً.

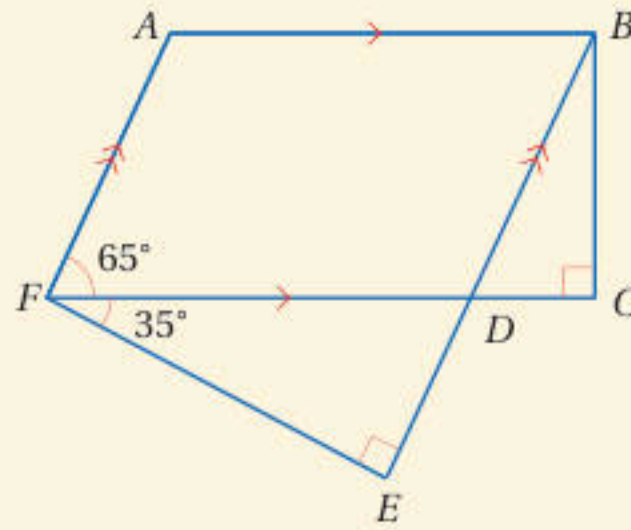
التكيف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تصنيف الأشكال الهندسية وفق خصائصها، أقدم أمثلة إضافية لمعالجة الفاقد لديهم.

نشاط 2

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تسمية المضلعات والمستقيمت والزوايا.

إجراءات النشاط:



- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح.
- أطلب إلى المجموعات تسمية كل مما يأتي من الشكل:
 - « شبه منحرف.
 - « زاويتان قائمتان.
 - « زاويتان قياسهما 55° .
 - « مستقيم مواز للمستقيم $\overleftrightarrow{EB}$.
 - « مستقيم مواز للمستقيم $\overleftrightarrow{FC}$.
 - « متوازي أضلاع.
 - « سداسي.

- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش الحل مع الصف كاملاً.

نتائج الدرس:

- تطبيق مسلمات الزاويتين المتناظرتين أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متعامدين.

نتائج التعلم القبلي:

- التمييز بين أزواج: الزوايا المتناظرة والزوايا المتبادلة داخلياً، والزوايا المتبادلة خارجياً، والزوايا المتحالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة.
- تحديد العلاقة بين كل من أزواج: الزوايا المتناظرة، والزوايا المتبادلة داخلياً، والزوايا المتبادلة خارجياً، والزوايا المتحالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين في المستوى نفسه.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبينة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

استكشف



يبيّن الشكل المجاور سلماً كلّ درجة من درجاته عمودية على الدعامتين الرئيسيتين.

- (1) هل الدعامتان الرئيسيتان متوازيتان؟ أبرّر إجابتي.
- (2) هل الدرجات جميعها متوازية؟ أبرّر إجابتي.

فكرة الدرس

أميّز المستقيمتين المتوازيين بناءً على علاقات يبيّن أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيمين قاطع.

تعلّمت سابقاً أنه إذا قطع مستقيمتين متوازيتين في المستوى نفسه، فإنّ هذا يقود إلى النظريات الآتية حول العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن هذا التقاطع.

مراجعة المفهوم

نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا

مسلمات الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإنّ كلّ زاويتين متناظرتين متطابقتان.

مثال: $\angle 1 \cong \angle 5$ و $\angle 2 \cong \angle 6$ و $\angle 4 \cong \angle 8$ و $\angle 3 \cong \angle 7$



نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.

مثال: $\angle 3 \cong \angle 5$ و $\angle 4 \cong \angle 6$



نظرية الزاويتين المتحالفتين

إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإنّ كلّ زاويتين متحالفتين متكاملتان.

مثال: $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$

$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$



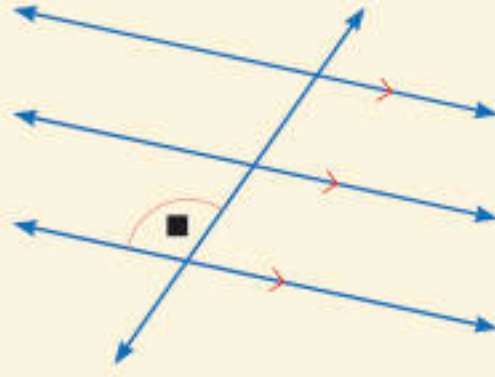
نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.

مثال: $\angle 2 \cong \angle 8$ و $\angle 1 \cong \angle 7$



- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأرمرز إلى إحدى الزوايا برمز ■.
- أطلب إلى الطلبة تحديد كل ممّا يأتي:
 - « زاوية في وضع تبادل داخلي مع الزاوية ■.
 - « زاوية في وضع تبادل خارجي مع الزاوية ■.
 - « زاوية في وضع تناظر مع الزاوية ■.
 - « زاوية في وضع تحالف مع الزاوية ■.
 - « زاوية تقابل بالرأس الزاوية ■.
 - « زاوية تشكّل مع الزاوية ■ زاوية مستقيمة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.



✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية وجود أكثر من زاوية تحقق كل مطلوب في النشاط.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما قياس الزاوية بين أي من درجات السلم والدعامتين الأساسيتين؟ 90°
 - « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتناظرة في صورة السلم؟ نعم
 - « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة داخلياً في صورة السلم؟ نعم
 - « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة خارجياً في صورة السلم؟ نعم
 - « كيف يمكن إثبات أن الدعامتين الأساسيتين متوازيان؟
 - « كيف يمكن إثبات أن درجات السلم جميعها متوازية؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال، وأعزّزه / أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بأزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين مع تدعيم ذلك بالرسم على اللوح.
- أوضح للطلبة على الرسم مسألة الزاويتين المتناظرتين، ونظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، ونظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً، ونظرية الزاويتين المتحالفتين، بالاستعانة بصندوق (مراجعة المفهوم) الوارد في كتاب الطالب، وأدعم ذلك بأمثلة عديدة.
- أوضح للطلبة عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين، بالاستعانة بصندوق (مسألة) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش حلّ المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأبين لهم أنه يمكن الاستفادة من عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين لإيجاد قيمة مجهولة تتعلق بقياس إحدى الزاويتين المتناظرتين بحيث نضمن توازي المستقيمين m و n .
- أوضح للطلبة بأنه لإيجاد قيمة المجهول x ، أحلّ معادلة خطية بسيطة، وأذكرهم بإجراءات حلّها.

إرشادات:

- عند مناقشة إجراءات حلّ المعادلة الخطية في المثال 1، أؤكد ضرورة كتابة المعادلة من دون رمز الدرجة؛ لأنّ قيمة المجهول x التي نحصل عليها هي عدد حقيقي وليس قياس زاوية.
- أؤكد للطلبة بأن جميع المسلمات والنظريات التي سيتناولها الدرس والتي تتعلق بمستقيمين يقطعهما مستقيم ثالث تقع جميعها في مستوى واحد.

الوحدة 7

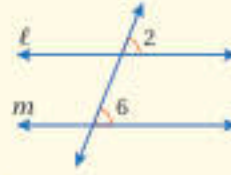
سأتعلم في هذا الدرس كيفية استعمال أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه لإثبات توازيهما، فمثلاً، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة حين يكون المستقيمان متوازيين، وعكس هذه المسألة صحيح أيضاً.

مسألة

عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين، ونجّ عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإنّ المستقيمين متوازيان.

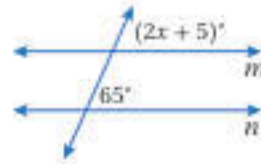
مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 6$ فإن $\ell \parallel m$



مثال 1

أجد قيمة x التي تجعل $n \parallel m$.

يكون المستقيمان m و n متوازيين إذا كانت الزاويتان المتناظرتان متطابقتين.



استعمل عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين لكتابة معادلة

$$(2x + 5)^\circ = 65^\circ$$

أكتب المعادلة من دون رمز الدرجة

$$2x + 5 = 65$$

أطرح 5 من طرفي المعادلة

$$2x = 60$$

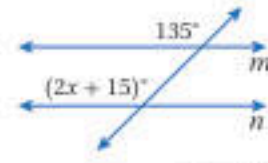
أقسم طرفي المعادلة على 2

$$x = 30$$

إذن، قيمة x التي تجعل المستقيمين m و n متوازيين تساوي 30

تحقق من فهمي:

أجد قيمة x التي تجعل $n \parallel m$. $x = 60$



يمكن أن تحدّد أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا.

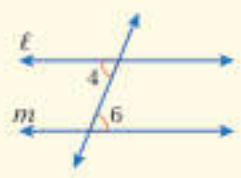
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب السوار في بند (أتحقق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

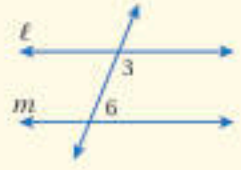


عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا

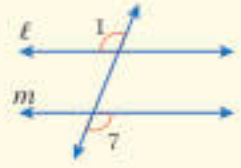
نظريات



- عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً
إذا قطع قاطع مستقيمين، وتنتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 6$ فإن $l \parallel m$



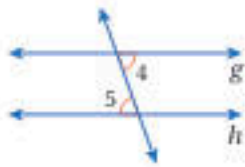
- عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين
إذا قطع قاطع مستقيمين، وتنتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$ فإن $l \parallel m$



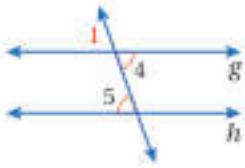
- عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً
إذا قطع قاطع مستقيمين، وتنتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 7$ فإن $l \parallel m$

يمكن استعمال عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين لإثبات النظريات السابقة.

مثال 2: إثبات نظرية



في الشكل المجاور، إذا كان $\angle 4 \cong \angle 5$ فأثبت أن $g \parallel h$ باستعمال المخطط السهمي. اخطط للحل باتباع الخطوات الآتية:



الخطوة 1 أسمى $\angle 1$ التي تقابل بالراس $\angle 4$

الخطوة 2 استعمل تطابق الزوايا الناتج عن التقابل بالراس في إثبات توازي المستقيمين.



- أؤكد للطلبة أنه يمكن أن تحدد أزواج الزوايا الناتجة من مستقيمين يقطعهما مستقيم في المستوى نفسه، ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا، ثم أقدم لهم عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا على اللوح مدعومة بالرسم المناسب لكل نظرية، بالاستعانة بصندوق (نظريات) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 2 إثبات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، وأوضح لهم كيف يمكن استعمال عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين في ذلك، مع تأكيد أهمية الخطوة الأولى بتسمية زاوية جديدة تقابل بالراس $\angle 4$ أو $\angle 5$ ، وأن الهدف من تسمية هذه الزاوية الجديدة هو الحصول على زاويتين متناظرتين في الشكل المعطى.

✓ **إرشاد:** أذكر الطلبة بطريقة المخطط السهمي لكتابة البراهين.

أخطاء شائعة:

لا يُميّز بعض الطلبة بين المسلمة والنظرية؛ لذلك أوضح لهم الفرق بينهما، إذ إن المسلمة لا حاجة لإثبات صحتها، ويقبل تطبيقها بعدّها حقيقة متفقاً على صحتها، مثلها مثل كثير من الحقائق (مثل: حقائق الجمع وحقائق الضرب)، في حين أنه ينبغي إثبات صحة النظرية، ولا يمكن تطبيقها ما لم يسبق ذلك إثبات صحتها، وعادة تُستعمل المسلمات والنظريات المثبتة في إثبات صحة نظريات أو تخمينات أخرى.

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة كتابة إثبات عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين باستعمال المخطط السهمي.



- أطلب إلى الطلبة كتابة إثبات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً باستعمال البرهان ذي العمودين.

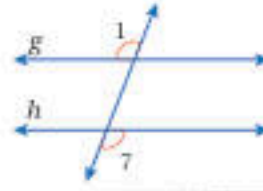


المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\angle 1 \cong \angle 7$ (1)
(2) متقابلتان بالراس.	$\angle 1 \cong \angle 3$ (2)
(3) نتيجة.	$\angle 3 \cong \angle 7$ (3)
(4) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	$l \parallel m$ (4)

- أوضح للطلبة أنه بعد إثباتنا صحة عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا، يُمكن الآن تطبيقها لاستنتاج ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم لا اعتمادًا على معطيات تتعلق بأزواج الزوايا المتبادلة أو المتحالفة.
- أناقش فرعي المثال 3، وأدعم ذلك برسم للشكل المعطى على اللوح.

إرشاد: إذا توفر جهاز Data Show، أستمه لعرض الأشكال المعطاة في أمثلة الدرس؛ توفيرًا للوقت الذي أحتاج إليه في رسمها على اللوح.

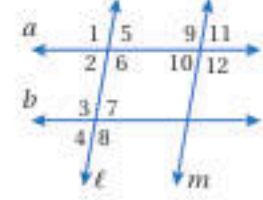
الوحدة 7



✓ **أتحقق من فهمي:**

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle 1 \cong \angle 7$ فأثبت أن $g \parallel h$ باستعمال المخطط السهمي.
أنظر الهامش.

مثال 3



هل يمكن إثبات أن $a \parallel b$ من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيًا اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ أبرز إجابتني باستعمال مسلمة أو نظرية.

1 $\angle 1 \cong \angle 8$

$\angle 1$ و $\angle 8$ متبادلتان خارجيًا بالنسبة للمستقيمين a و b ، وبما أن $\angle 1 \cong \angle 8$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا.

2 $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$

$\angle 5$ و $\angle 9$ متحالفتان بالنسبة للمستقيمين m و ℓ ، وبما أن $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$ فإن $m \parallel \ell$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

✓ **أتحقق من فهمي:**

$\angle 2$ و $\angle 7$ متبادلتان داخليًا، $a \parallel b$.

$\angle 6$ و $\angle 12$ متناظرتان، $m \parallel \ell$.

3 $\angle 7 \cong \angle 2$

4 $\angle 6 \cong \angle 12$

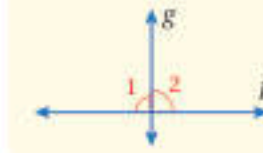
5 $m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$

$\angle 3$ و $\angle 2$ متحالفتان ومجمر، قياسهما 180° ، $a \parallel b$.

في ما يأتي بعض النظريات المتعلقة بالمستقيمت المتعامدة، إضافة إلى نظريات خاصة تنتج حين يكون قاطع المستقيمين عموديًا عليهما:

نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين

نظرية



• نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين

إذا تقاطع مستقيمان لتشكيل زاويتين متجاورتين متطابقتين، فإن المستقيمين متعامدان.

مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ فإن $g \perp h$

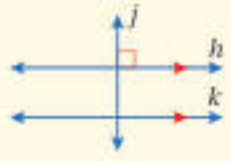
إجابة - (أتحقق من فهمي 2):

لتكن 2 الزاوية المقابلة بالرأس للزاوية 7



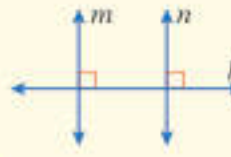
نظرية القاطع العمودي وعكسها

نظريات



• **نظرية القاطع العمودي**
إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين، فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

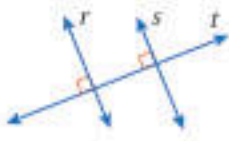
مثال: إذا كان $k \parallel h$ و $j \perp h$ ، فإن $j \perp k$



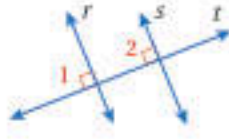
• **عكس نظرية القاطع العمودي**
إذا قطع قاطع مستقيمين وكان عمودياً على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

مثال: إذا كان $p \perp m$ و $p \perp n$ ، فإن $m \parallel n$

مثال 4: إثبات نظرية

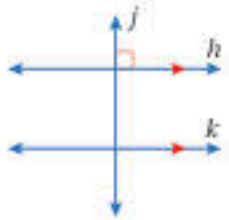


استعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لأثبت أن $r \parallel s$ باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان
(2) الزوايا القائمة متطابقة	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(3) $r \parallel s$

أتحقق من فهمي:



استعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور؛ لأثبت أن $k \perp j$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر الهامش.

- أذكر الطلبة بقياس الزاوية المستقيمة، وأن مجموع قياسات الزوايا على مستقيم يساوي 180° ؛ تمهيداً لمناقشة نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين، بالاستعانة بصندوق (نظرية) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة نظرية القاطع العمودي وعكسها، وأدعم الشرح بالرسم المناسب على اللوح، بالاستعانة بصندوق (نظريات) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 4 إثبات عكس نظرية القاطع العمودي بكتابة برهان ذي عمودين، بالاعتماد على مسلمة عكس الزاويتين المتناظرتين.

مثال إضافي:

« أكتب برهاناً ذا عمودين لنظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين.

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle 1 \cong \angle 2$
(2) زاويتان متجاورتان تشكلان زاوية مستقيمة.	(2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(3) من المعطى وقياس الزاوية المستقيمة.	(3) $m\angle 1 = m\angle 2 = 90^\circ$
(4) لأن الزاوية بين المستقيمين قائمة.	(4) $g \perp h$

التدريب

4

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 8) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من زميل / الزميلة.

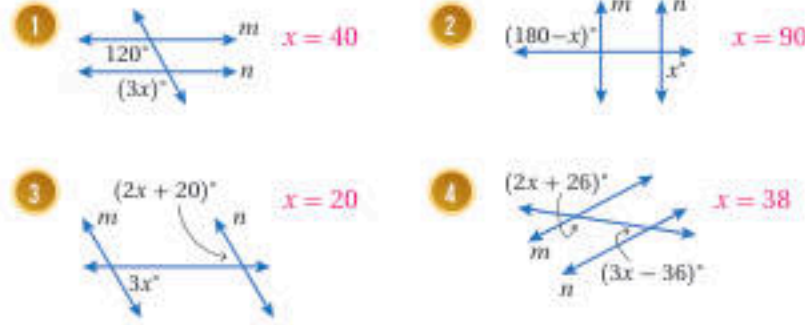
إجابة - (أتحقق من فهمي 4):

لتكن 1 الزاوية القائمة بين المستقيمين j و h ، الزاوية 2 التي تناظر الزاوية 1.

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $h \parallel k$
(2) معطى.	(2) $\angle 1$ قائمة
(3) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متناظرتان.	(3) $\angle 2$ قائمة
(4) لأن الزاوية بين المستقيمين قائمة.	(4) $j \perp k$

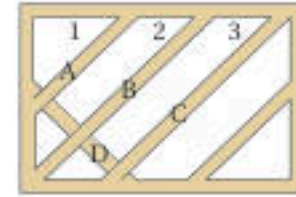
استعمل خصائص المساواة لحل معادلات تحوي متغيرات في طرفيها.

أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كل مما يأتي:



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل المجاور متوازية اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ أبرر إجابتك باستعمال مسلمة أو نظرية.

- $\angle 2 \cong \angle 8$ الزاويتان متبادلتان داخليًا.
- $\angle 9 \cong \angle 15$ الزاويتان متبادلتان خارجيًا.
- $\angle 6 \cong \angle 16$ الزاويتان متبادلتان خارجيًا.
- $m\angle 10 + m\angle 13 = 180^\circ$ الزاويتان متجاورتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .



عريش خشبي: صمم نجار عريشًا خشبيًا خاصًا بنمو النباتات المشرفة يتكوّن من قطع خشبية مرتّبة بشكل قطري.

- يحتاج النجار إلى أن تكون القطع الخشبية A و B و C متوازية، فكيف يحقّق ذلك من خلال $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ ؟ يسمم العريش بحيث تكون قياسات الزوايا 1، 2، 3 متساوية.
- وصل النجار القطعة الخشبية D بحيث تكون عمودية على القطعة الخشبية A ، فهل القطعة D عمودية على القطعتين B و C ، علماً بأن النجار جعل القطع الخشبية A و B و C متوازية؟ أبرر إجابتك. نعم، القطعة D عمودية على القطعتين B و C ؛ لأن المستقيم العمودي على مستقيم يكون عموديًا على كل المستقيمتين التي توازيه.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذور المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

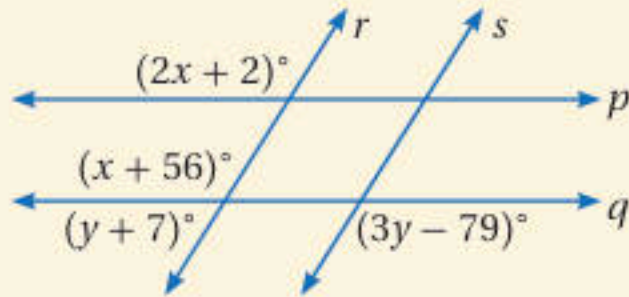
- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (13 - 15).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤالين 14 و 15 (تحّد)، أوجه الطلبة إلى استعمال المسطرة والمنقلة لرسم الأشكال بدقة.

الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي: « أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، للإجابة عن الأسئلة الآتية:



- قيمة x التي تجعل $p \parallel q$ $x = 54$
- قيمة y التي تجعل $r \parallel s$ $y = 63$

- هل يمكن أن يكون $r \parallel s$ و $p \parallel q$ معًا في الوقت نفسه؟ أبرر إجابتك. نعم، إذا تحققت المسلمات أو النظريات المتعلقة بالزوايا التي يتضمنها الشكل.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10 كتاب التمارين: (1 - 6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12, 13 كتاب التمارين: (7 - 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (11 - 15) كتاب التمارين: (7 - 12)

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 9 و 10 (عريش خشبي)، أعزّز الوعي بالمهنة والحرف وأهمية التوجه لتعلّمها، واحترام أصحابها، وأذكّرهم بأن سيدنا نبيّ الله زكريا -عليه السلام- احترف التجارة.

نشاط التكنولوجيا

- أوجّه الطلبة إلى استعمال برمجية جيوجبرا وتنفيذ الخطوات الآتية:

« فتح برمجية جيوجبرا، ثم اختيار الأداة **Line** من شريط الأدوات. ثم تعيين أي نقطتين في مستوى الرسم، إذ سيظهر فوراً مستقيم يمرّ بالنقطتين، ثم تعيين نقطة ثالثة لا تقع على المستقيم الذي رُسم في الخطوة السابقة.

« اختيار الأداة **Parallel Line** من شريط أدوات الرسم، ثم النقر على المستقيم المرسوم، ثم النقر على النقطة التي لا تقع عليه، إذ سيظهر مستقيم جديد مواز للمستقيم الأول.

« اختيار الأداة **Line** من شريط أدوات الرسم مرة ثانية، ورسم مستقيم قاطع للمستقيمين المتوازيين، ثم اختيار أي زوج من الزوايا المتناظرة، ثم من شريط أدوات الرسم، اختيار الأداة **Angle** لإظهار قياس كل زاوية من الزوايا المتناظرة.

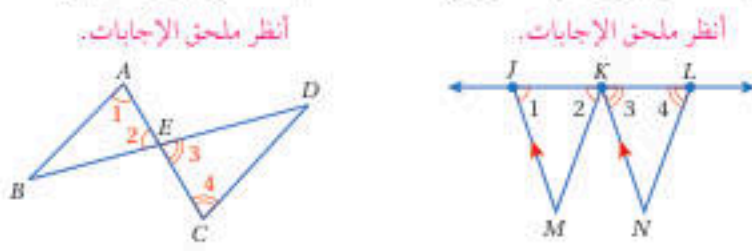
« تحريك النقاط التي تقع على المستقيمتين التي رُسمت، وملاحظة قياس كل زاويتين متناظرتين.

« تكرار النشاط أعلاه، ولكن باختيار زوج من الزوايا المتبادلة داخلياً أو الزوايا المتبادلة خارجياً.

تعليمات المشروع

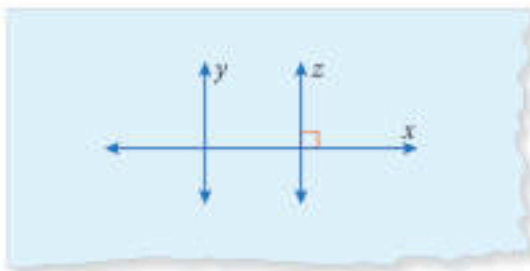
- أطلب إلى الطلبة مشاهدة الفيديو عن طريق مسح رمز الاستجابة السريع الموجود في صفحة مشروع الوحدة.
- أطلب إلى أفراد كل مجموعة كتابة وصف لأداة المنساح بلغتهم الخاصة.

- 11 استعمل المعلومات المعطاة في الشكلي الآتي؛ لاثبت أن $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$ باستعمال البرهان ذي العمودين.
- 12 في الشكل الآتي، إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ ، فاثبت أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ باستعمال البرهان السهمي.



مهارات التفكير العليا

- 13 **اكتشف الخطأ:** يقول زياد: بما أن $x \perp z$ فإن $y \parallel z$ في الشكل الآتي بحسب نظرية عكس القاطع العمودي. اكتب الخطأ في ما يقوله زياد، وأصححه.



الخطأ لم يعط $x \perp y$ إذا أعطي هذا الشرط يكون $y \parallel z$ بحسب نظرية عكس القاطع العمودي.

تحذّر: أعدد المستقيمتين المتوازيتين في الشكل الرباعي $QLMN$ في كل ما يأتي، وأبزر إجابتي: $\overline{QL} \parallel \overline{NM}$ لأن $\angle Q$ و $\angle N$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° . $\overline{LM} \parallel \overline{QN}$ لأن $\angle M$ و $\angle N$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .

14 $m\angle Q = 72^\circ, m\angle L = 108^\circ, m\angle M = 72^\circ, m\angle N = 108^\circ$

15 $m\angle Q = 59^\circ, m\angle L = 37^\circ, m\angle M = 143^\circ, m\angle N = 121^\circ$

$\overline{QL} \parallel \overline{NM}$ لأن $\angle Q$ و $\angle N$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .

- 16 **اكتب:** كيف يمكن أن تحدد أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا؟ أنظر إجابات الطلبة.

إرشاد

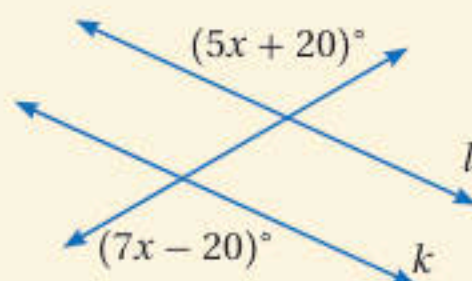
أرسم شكلاً توضيحياً لكل من الشكلين الزائغين الواردين في السؤالين 14 و 15 وفق المعلومات المعطاة.

الختام

6

- أوجّه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« في الشكل الآتي، ما قيمة x التي تجعل $k \parallel l$ ؟



$x = 20$

نتائج الدرس:

- تعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالأضلاع والزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع.
- تعرّف الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بقطري متوازي الأضلاع.
- استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف الشكل الرباعي وخصائصه.
- تعرّف المسلمات والنظريات وعكسها المتعلقة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

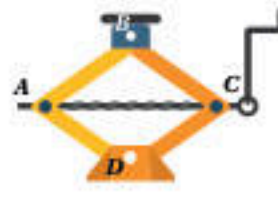
أسترشد بالإجراءات المُبَيَّنَة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة بيضاء A4 ومسطرة ومنقلة.
- أطلب إلى الطلبة استعمال المسطرة لرسم مستقيمين متوازيين على طول حرفي المسطرة، وتسميتهما: n و m .

استكشف



يبيّن الشكل المجاور رافعة سيارات:

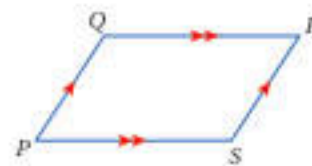
- (1) ما اسم الشكل الرباعي $ABCD$ ؟
- (2) ما العلاقة بين $\angle A$ و $\angle C$ ؟
- (3) ما العلاقة بين $\angle B$ و $\angle D$ ؟

فكرة الدرس

اتعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع.

المصطلحات

متوازي الأضلاع، الزوايا المتحالفة



متوازي الأضلاع (parallelogram) هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين

متوازيين، ويُرمز إليه بالرمز $\square$

ففي $\square PQRS$ المبيّن جانباً $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$ و $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$ بحسب التعريف.

وتقدّم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

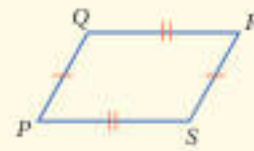
خصائص متوازي الأضلاع (1)

نظريات

• نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متطابقة.

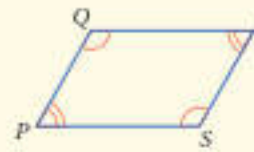
مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$ ، $\overline{QR} \cong \overline{PS}$



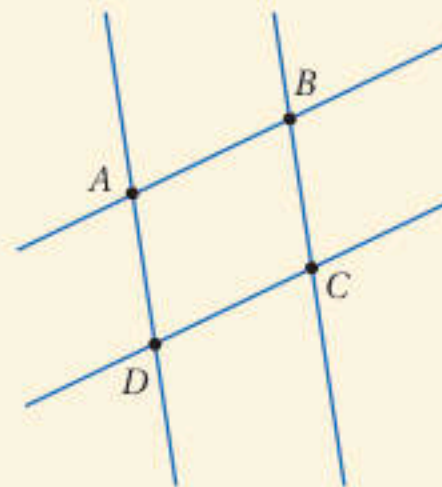
• نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الزوايا المتقابلة متطابقة.

مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $\angle P \cong \angle R$ ، $\angle Q \cong \angle S$



- أطلب إلى الطلبة إمالة المسطرة قليلاً لرسم مستقيمين متوازيين آخرين على طول حرفي المسطرة ويقطعان المستقيمين: n و m .



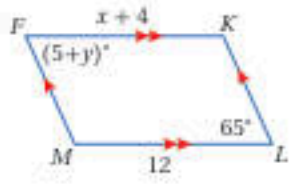
- أطلب إلى الطلبة تسمية رؤوس الشكل الرباعي الناتج: A, B, C, D ، كما في الشكل المجاور.

- أطلب إلى الطلبة استعمال المنقلة لقياس الزوايا الداخلية الأربع للشكل $ABCD$ ، ثم تدوين ملاحظاتهم حول قياسات تلك الزوايا.

- اتجول بين مجموعات الطلبة للتأكد من فهمهم لتعليمات النشاط وتنفيذها تنفيذاً صحيحاً.

يمكن استعمال الخصائص السابقة لموازي الأضلاع لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 1



أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.

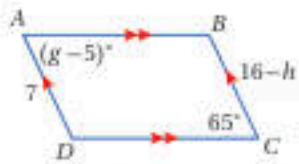
بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيين في الشكل الرباعي $FKLM$ فإنه متوازي أضلاع، ومنه فإنه يمكن استعمال نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع لإيجاد قيمة x .

الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
تعريف تطابق القطع المستقيمة
أعوض $FK = x + 4$, $ML = 12$
أطرح 4 من طرفي المعادلة
إذن، قيمة x تساوي 8

$$\begin{aligned} \overline{FK} &\cong \overline{ML} \\ FK &= ML \\ x + 4 &= 12 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

ويمكن إيجاد قيمة y باستعمال نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع.

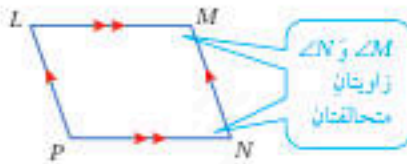
$$\begin{aligned} \angle F &\cong \angle L \\ m\angle F &= m\angle L \\ (5 + y)^\circ &= 65^\circ \\ 5 + y &= 65 \\ y &= 60 \end{aligned}$$



أجد قيمة كل من g و h في الشكل المجاور.

$$g = 70, h = 9$$

تحقق من فهمي:



تسمى زوايا المضلع التي تشترك في الضلع نفسه **زوايا متتالفة** (consecutive angles). فمثلاً، في الشكل المجاور $\angle N$ و $\angle M$ زاويتان متتالفتان؛ لأنهما تشتركان في الضلع MN .

وتقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لموازي الأضلاع تتعلق بالزوايا المتتالفة.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن الأسهم الحمراء المتماثلة على أي ضلعين في الشكل الرباعي تعني أن الضلعين متوازيان.
- إن استعمال لوح متنقل خاص بالمستوى الإحداثي يساعد على رسم متوازي الأضلاع بدقة، وعند الرسم على اللوح استعمال المسطرة والمنقلة لرسم متوازي الأضلاع بدقة، وأحث الطلبة على استعمال الأدوات الهندسية.
- أكد للطلبة ضرورة كتابة المعادلة المتعلقة بقياسات الزوايا المتطابقة من دون رمز الدرجة.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم: « ما اسم الأداة التي تظهر في الصورة؟ **رافعة السيارة اليدوية.**

« لماذا يحتاج السائق إلى استعمال هذه الأداة؟ **لتبديل عجلة السيارة إذا ثقلت أو فرغت من الهواء.**

« كيف تعمل هذه الأداة عند استعمالها لرفع السيارة؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**

- أوجه الأسئلة الثلاثة الواردة في فقرة (استكشف) إلى الطلبة، وأستمع لإجاباتهم من دون تعليق، ثم أخبرهم أنهم سيتعرفون إجابة هذه الأسئلة في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أدون على اللوح تعريف متوازي الأضلاع والرمز الدال على متوازي الأضلاع. ثم أناقش مع الطلبة نظرية الأضلاع المتقابلة ونظرية الزوايا المتقابلة اللتين توّضحان بعض خصائص متوازي الأضلاع بالاستعانة بصندوق (نظريات)؛ خصائص متوازي الأضلاع (1) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حلّ مثال 1 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلق بأطوال الأضلاع وقياسات الزوايا.
- أشجع الطلبة على التحقق من تطابق الأضلاع وتطابق الزوايا في متوازي الأضلاع بتعويض القيم التي تم إيجادها.

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكراً في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

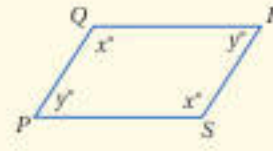
أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

مثال 2

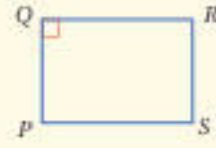
- أدوّن على اللوح تعريف الزاويتين المتحالفتين في المضلع، وأوضح ذلك بالرسم، ثمّ أدوّن نظرية الزوايا المتحالفة ونظرية الزاوية القائمة اللتين توضّحان بعض خصائص متوازي الأضلاع، وأناقشهما مع الطلبة بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ خصائص متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حلّ مثال 2 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يُمكن استعمال النظريات السابقة لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة في متوازي الأضلاع عند إعطاء قياسات لبعض زواياه.

مفهوم أساسي

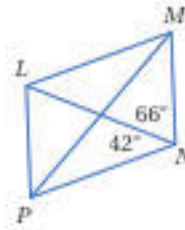
خصائص متوازي الأضلاع (2)



- نظرية الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع
إذا كان الشكل رباعي متوازي أضلاع، فإنّ كلّ زاويتين متحالفتين متكاملتان.
مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإنّ $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



- نظرية الزاوية القائمة في متوازي الأضلاع
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإنّ زوايا الأربع قوائم.
مثال: في $PQRS$ إذا كانت $\angle Q$ قائمة فإنّ: $\angle R, \angle S, \angle P$ قوائم أيضاً.



- في الشكل المجاور، إذا كان $LMNP$ متوازي أضلاع، فأجد $m\angle LMN$ و $m\angle PLM$

$$m\angle MNP = 66^\circ + 42^\circ = 108^\circ$$

$$m\angle PLM = m\angle MNP$$

$$m\angle PLM = 108^\circ$$

أجمع قياسي الزاويتين
الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
أعوّض $m\angle MNP = 108^\circ$

إذن، $m\angle PLM$ تساوي 108°

- أجد $m\angle LMN$

$$m\angle MNP + m\angle LMN = 180^\circ$$

$$108^\circ + m\angle LMN = 180^\circ$$

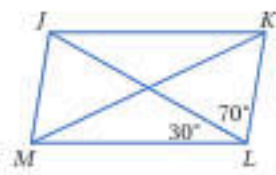
$$m\angle LMN = 72^\circ$$

زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع

أعوّض $m\angle MNP = 108^\circ$

أطرح 108° من كلا الطرفين

إذن، $m\angle LMN$ تساوي 72°



تحقق من فهمي:

في الشكل المجاور، إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فأوجد $m\angle MJK$ و $m\angle JKL$

$$m\angle MJK = 100^\circ, m\angle JKL = 80^\circ$$



مثال 3: من الحياة

إضاءة: يبين الشكل المجاور جزءاً من مصباح مكتبي على شكل متوازي أضلاع، وتغير زواياه عند رفعه وخفضه. أوجد $m\angle QRS$ إذا علمت أن $m\angle PSR = 100^\circ$

$$m\angle QRS + m\angle PSR = 180^\circ$$

$$m\angle QRS + 100^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle QRS = 80^\circ$$

زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع

$$m\angle PSR = 100^\circ$$

أعطى 100° من كلا الطرفين

تحقق من فهمي:

افترض أن مصباح المكتب عدل لتصبح $m\angle PSR = 86^\circ$ ، أوجد $m\angle QRS$

$$m\angle QRS = 94^\circ$$

تعلّمت في الأمثلة السابقة خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بأضلاعه وزواياه، وهناك أيضاً بعض الخصائص المتعلقة بقطريه.

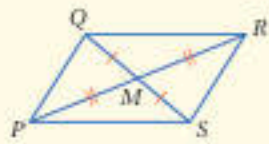
قطر متوازي الأضلاع

نظريات

• نظرية قطري متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر.

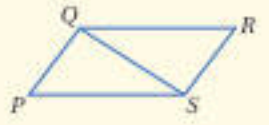
مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $PM \cong RM$ ، $QM \cong SM$



• نظرية قطري متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطري يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$



أخطاء شائعة:

تنتقل بعض الأخطاء في مهارة رسم الأشكال الهندسية التقريبية وتقدير القياسات عليها من دون قصد من المعلم / المعلمة إلى الطلبة، لذلك أؤكد أهمية توخي الدقة عند رسم زوايا متوازي الأضلاع، بحيث يتفق الرسم التقريبي مع قياسات زواياه، فلا يُقبل -على سبيل المثال- رسم زاوية حادة، ثم إيجاد قياسها بالحل على أنه 115° ، أو رسم زاوية معطى قياسها بأنه 80° بوصفها زاوية منفرجة أو زاوية قائمة.

مثال 4

- أدون على اللوح نظرية قطري متوازي الأضلاع ونظرية قطر متوازي الأضلاع اللتين توضحان خصائص متعلقة بقطريه، وأناقشهما مع الطلبة بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ قطرا متوازي الأضلاع) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حل مثال 4 على اللوح، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلق بأطوال القطرين وقياسات لزوايا مجهولة في متوازي الأضلاع محصورة بين أضلاعه وقطريه.

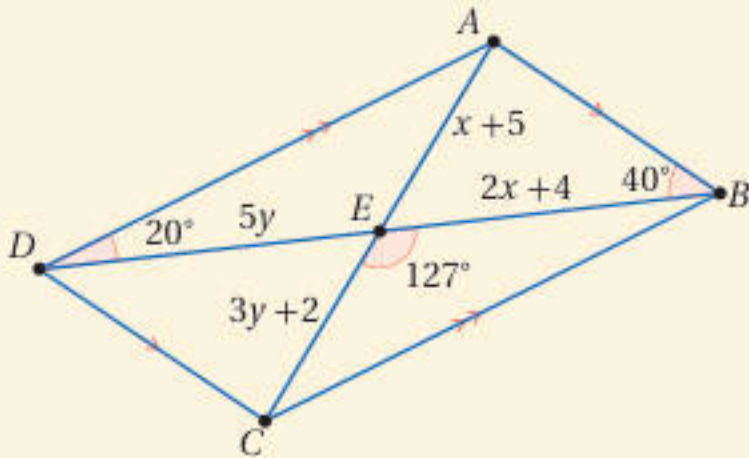
✓ **إرشاد:** أناقش الطلبة في إجابة سؤال (أفكر) الوارد في هامش المثال 4.

مثال 5

- أناقش على اللوح حل مثال 5 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.

مثال إضافي:

أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل التقريبي الآتي؛ لأجد كلاً مما يأتي مع تبرير إجابتي:



1 طول كل من قطري متوازي الأضلاع.

$$x = 3, y = 2$$

$$AC = 16$$

$$BD = 20$$

الوحدة 7

مثال 4

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فأجد قيمة كل من x و y .

• أجد قيمة x

قطر متوازي الأضلاع ينصف كل منها الآخر $\overline{DM} \cong \overline{BM}$

تعريف تطابق القطع المستقيمة $DM = BM$

أعوض $x = 2x - 8$

أطرح $2x$ من طرفي المعادلة $-x = -8$

أقسم طرفي المعادلة على -1 $x = 8$

• أجد قيمة y

قطر متوازي الأضلاع ينصفه إلى مثلثين متطابقين $\triangle DAC \cong \triangle BCA$

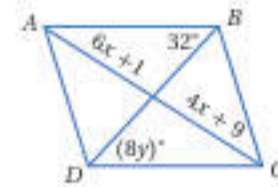
الزوايا المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة $\angle ACD \cong \angle CAB$

تعريف تطابق الزوايا $m\angle ACD = m\angle CAB$

أعوض $(4y)^\circ = 44^\circ$

أكتب المعادلة من دون رمز الدرجة $4y = 44$

أقسم طرفي المعادلة على 4 $y = 11$

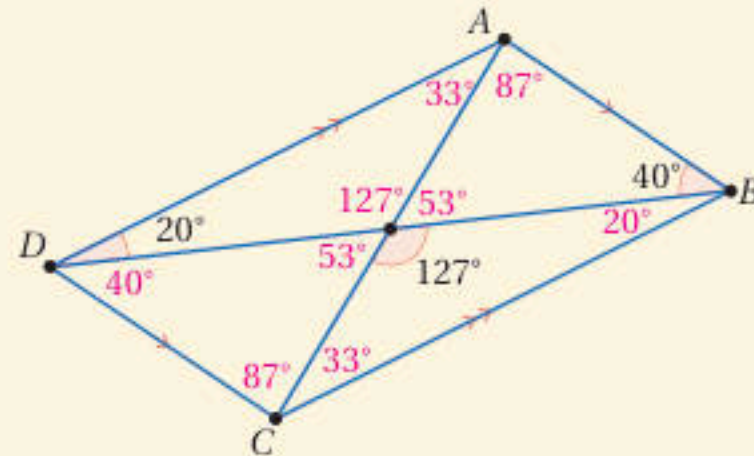


✓ **أتحقق من فهمي:**

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فأجد قيمة كل من x و y

$$x = 4, y = 4$$

2 قياسات جميع الزوايا الداخلية التي تظهر في الشكل.



أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائلتين 16 و 17.
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 17 (تبرير)، أوجّه الطلبة إلى استعمال المسطرة لرسم شكل تقريبي لمتوازي الأضلاع.

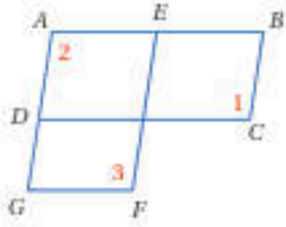
الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 14) كتاب التمارين: (1 - 8), (10 - 12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 16) كتاب التمارين: (9, (12 - 15)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 17) كتاب التمارين: (9, (13 - 17)

يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.

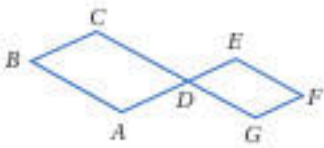
مثال 5



في الشكل المجاور، إذا كان $ABCD$ و $AEFG$ متوازي أضلاع، فأثبت أن $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

البيانات	المبررات
(1) $ABCD$ و $AEFG$ متوازي أضلاع	(1) معطى.
(2) $\angle 1 \cong \angle 2$	(2) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
(3) $\angle 2 \cong \angle 3$	(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
(4) $\angle 1 \cong \angle 3$	(4) بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 2 \cong \angle 3$

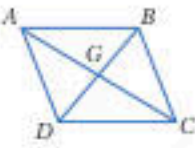
✓ تحقق من فهمي:



في الشكل المجاور، إذا كان $ABCD$ و $GDEF$ متوازي أضلاع، فأثبت أن $\angle B \cong \angle F$ باستعمال البرهان ذي العمودين. **أنظر الهامش.**

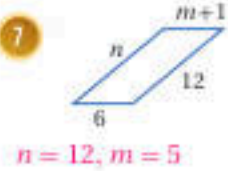
أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل

أكمل كل جملة مما يأتي في ما يتعلق بـ $ABCD$ وأبزر إجابتي:

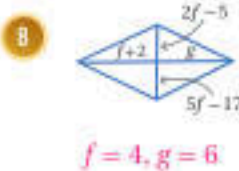


- $\angle DAB \cong \angle DCB$
- $\angle ABD \cong \angle CDB$
- $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
- $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

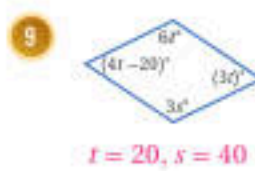
أجد قيمة كل متغير في كل من متوازيات الأضلاع الآتية:



$$n = 12, m = 5$$



$$f = 4, g = 6$$



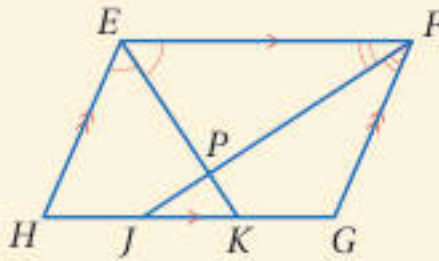
$$t = 20, s = 40$$

إجابة - (تحقق من فهمي 5):

البيانات	المبررات
(1) زاويتان متقابلتان بالرأس.	(1) $\angle CDA \cong \angle EDG$
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(2) $\angle B \cong \angle CDA$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle F \cong \angle EDG$
(4) نتيجة.	(4) $\angle B \cong \angle F$

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
- « أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإثبات أن $\overline{EK} \perp \overline{FJ}$ »



أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل للإجابة عن أسئلة تتعلق بخصائص متوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة إحضار المواد والأدوات اللازمة.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 1 و 2 من خطوات المشروع.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى إمكانية لصق طبقتين من لوحتي الكرتون المقوّى؛ للحصول على قطع متينة للمستطيلات التي سُتستعمل لتصميم أداة المنسّاخ الخاصة بهم.

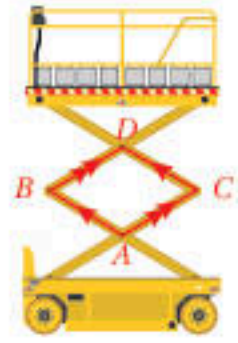
رافعة: استعمل الشكل المجاور الذي يبيّن رافعة الوقفّ للإجابة عن الأسئلة الآتية:

إذا كان $m\angle A = 120^\circ$ ، فأجد $m\angle B$: 60

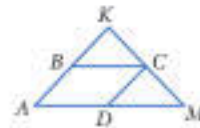
إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في $m\angle B$? يزيد

إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في طول $\overline{AD}$? يزيد

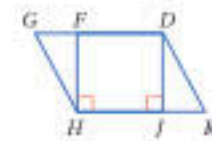
إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في ارتفاع الرافعة؟ يزيد



في الشكل الآتي، إذا كان $GDKH$ متوازي أضلاع، فاستعمل المعلومات المعطاة على الشكل؛ لا تبنت أن $\triangle DJK \cong \triangle HFG$ باستعمال البرهان ذي العمودين.



أنظر ملحق الإجابات.



أنظر ملحق الإجابات.

مهارات التفكير العليا

اكتشف الخطأ: أنظر الحلّ الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصحّحه.



بمّا أن $GHJK$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{GF} \cong \overline{FH}$ و $\overline{KF} \cong \overline{JF}$

16 الحل الموجود يفترض أن قطريّ متوازي الأضلاع متطابقان، وهذا ليس من خصائص متوازي الأضلاع. الصحيح أن $\overline{GF} \cong \overline{FH}$

تبرير: تمثّل المقادير الجبرية أدناه أطوال أضلاع $\square MNPQ$. أجد محيط متوازي الأضلاع، وأبرّر إجابتي.

محيط المستطيل 52

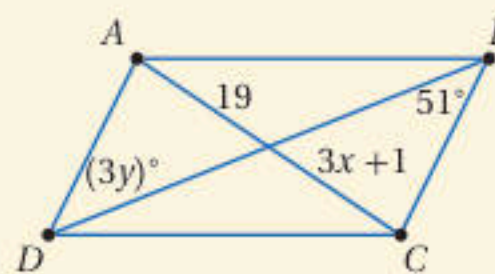
$MQ = -2x + 37$ $QP = y + 14$ $NP = x - 5$ $MN = 4y + 5$

18 **اكتن:** ما خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بزواياه وأضلاعه وأقطاره؟ أنظر إجابات الطلبة.

أتذكّر

المحيط يساوي مجموع أطوال الأضلاع.

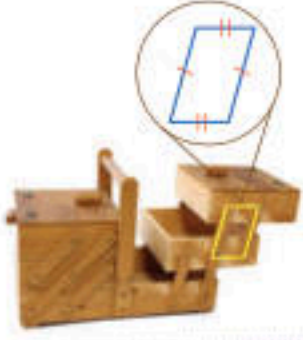
- أوجه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« في الشكل المجاور، ما قيمة كل من x, y التي تجعل الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

$x = 6, y = 17$

الدرس 3 تمييز متوازي الأضلاع



أستكشف

هل تبقى رفوف الصندوق موازية لبعضها بعضاً بغض النظر عن موقعها؟
أبرز إجابتي.

فكرة الدرس

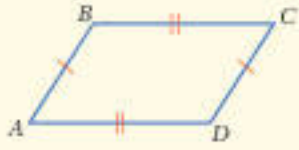
أتعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

تعلّمت في الدرس السابق نظريات حول خصائص متوازي الأضلاع، وسأتعلم في هذا الدرس عكس هذه النظريات، بحيث يمكن تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا إذا كانت أضلاعه وزواياه وأقطاره لها خصائص معينة.

شروط متوازي الأضلاع (1)

نظريات

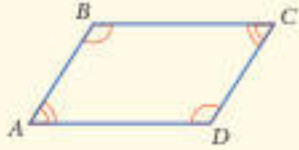
عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع



إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين في الشكل الرباعي، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ ، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

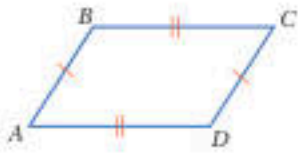
عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع



إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتان في الشكل الرباعي، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$ ، فإن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

مثال 1: إثبات نظرية



في الشكل المجاور، إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، فأثبت أن $ABCD$ متوازي أضلاع باستعمال البرهان ذي العمودين.

نتائج الدرس:

- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين.
- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت فيه كل زاويتين متقابلتين.
- تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين.
- استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
- استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يمثل متوازي أضلاع أم لا.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرف خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وقطريه.
- إيجاد ميل مستقيم يمر بنقطتين معلومتين.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقدة التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

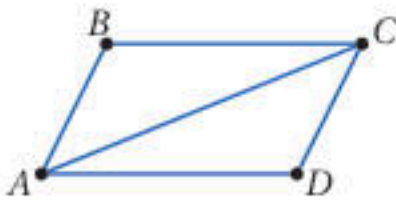
- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 9: لعبة التوصيل.
- أطلب إلى المجموعات التوصيل بين نص النظرية والشكل المناسب.
- أتحول بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي التوصيل بطريقة صحيحة أولاً.

- أعرض حل المجموعة الفائزة، وأعزز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنهم سيتعلمون في هذا الدرس عكس هذه النظريات.

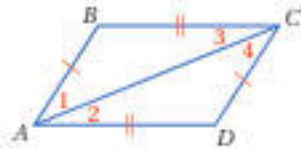
- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
- « من منكم لديه في البيت صندوق يشبه الصندوق الظاهر في الصورة؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
- « لم يُستعمل مثل هذا الصندوق؟ **لترتيب الأدوات اليدوية وحفظها، مثل مفكات البراغي وغيرها.** »
- « ما شكل المفاصل الجانبية التي تربط رفوف الصندوق معاً عند فتحه إلى أقصى حد ممكن؟ **متوازي أضلاع.** »
- « كيف يُمكن التأكد من بقاء رفوف الصندوق متوازية؟ »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟ »
- « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- استعمل المسطرة لرسم $\overline{AD}$ على اللوح، ثم أرسم بموازاتها $\overline{BC}$ بحيث يكون $AD = BC$ ، كما في الشكل المجاور، وأسجل طول كل منهما على الرسم.
- أرسم $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ، ثم أطلب إلى أحد الطلبة قياس طول كل منهما باستعمال المسطرة، وتسجيله على الرسم.
- « أسأل الطلبة: كيف نثبت أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
- أوضح للطلبة أنه يمكن تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا باستعمال عكس النظريات التي تعلّموها في الدرس السابق، ومنها: عكس نظرية الأضلاع المتقابلة، وعكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع، ثم أدون النظريتين على اللوح، وأوضح كلاً منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (1)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع، وأوضح لهم كيف يُمكن استعمال تطابق المثلثات في إثبات النظرية.

✓ **إرشاد:** في سؤال (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1، أوجّه الطلبة إلى رسم القطر $\overline{AC}$ ، كما في الشكل الآتي، والإفادة من مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي وعكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.



أخطط للبرهان باتباع الخطوات الآتية:



الخطوة 1 أرسم القطر AC ، لينتج $\triangle ABC$ و $\triangle CDA$

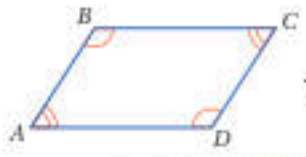
الخطوة 2 استعمل حالة تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع (SSS)، لاثبت أن

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

الخطوة 3 استعمل الزوايا المتبادلة داخلياً؛ لاثبت أن الأضلاع المتقابلة متوازية.

البرهان:

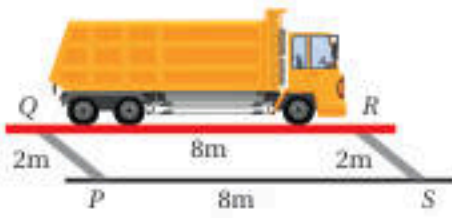
المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{AC}$
(3) SSS	(3) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
(4) زوايا متناظرة في مثلثين متطابقين.	(4) $\angle 1 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 2$
(5) عكس نظرية الزوايا المتبادلتين داخلياً.	(5) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$
(6) تعريف متوازي الأضلاع.	(6) $ABCD$ متوازي أضلاع



أتحقق من فهمي:

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$ فأثبت أن $ABCD$ متوازي أضلاع.
أنظر الهامش.

يمكن استعمال شروط متوازي الأضلاع لتوضيح علاقات من واقع الحياة.



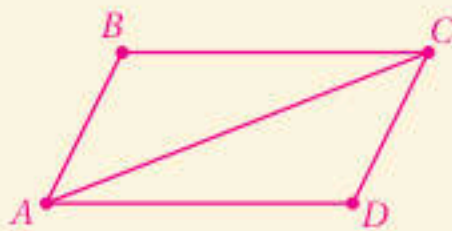
مثال 2: من الحياة

رافعة: يبين الشكل المجاور رافعة للمركبات الثقيلة:

1 هل الشكل الرباعي $QRSP$ متوازي أضلاع؟ أبرر إجابتي.

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $QRSP$ متطابقان، فإنه متوازي أضلاع.

إجابة - (أتحقق من فهمي 1):



أصل القطر AC كما في الشكل المجاور:

بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° ، فإن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي 360° ؛ لأنه انقسم إلى مثلثين.

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ \text{ أي أن:}$$

المبررات	العبارات
(1) معطيات.	(1) $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$
(2) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$	(2) $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$
(3) لأن $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$	(3) $m\angle A + m\angle B + m\angle A + m\angle B = 360^\circ$
(4) تجميع الحدود المتشابهة.	(4) $2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360^\circ$ وكذلك $2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360^\circ$
(5) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.	(5) $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ و $\angle B$ و $\angle A$ متحالفتان
(6) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.	(6) $m\angle A + m\angle D = 180^\circ$ و $\angle A$ و $\angle D$ متحالفتان
(7) عكس نظرية الزوايا المتحالفتين.	(7) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
(8) تعريف متوازي الأضلاع.	(8) $ABCD$ متوازي أضلاع

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال شروط متوازي الأضلاع في كثير من التطبيقات الحياتية.
- أناقش حلّ فرعي المثال 2، وأكد أهمية تبرير الإجابات.

إرشادات:

- يفضل الاستعانة بجهاز Data Show لعرض الصورة المرافقة، وفي حال عدم توفر جهاز لعرض الصورة، أوجه الطلبة للنظر إلى الصورة في كتاب الطالب أثناء مناقشة الحل.
- أخبر الطلبة أن موازنة الشاشة للأرض تتحقق عندما نتخيل مستقيماً وهمياً يمر في مركز دوران عجلاتها، ويكون هذا المستقيم موازياً للمنصّة الممثلة بـ $\overline{QR}$ التي توازي الأرض الممثلة بـ $\overline{PS}$.

إرشاد:

يمكن تبسيط المعادلات في الخطوات 2 و 3 و 4 في حل المسألة في بند (أتحقق من فهمي) بفرض أن قياس الزاوية المجهولة هو x أو y أو أي متغير آخر.

مثال 3

- أدون على اللوح عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع وعكس نظرية الأضلاع المتوازية المتطابقة، وأوضح كلاً منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش حل مثال 3 مع الطلبة على اللوح بوصفه تطبيقاً لعكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وأكد أنها شرط كافٍ لجعل الشكل الرباعي $FCDE$ المُعطى متوازي أضلاع.

تنويع التعليم:

- أصمم أداة باستعمال قطعتي خشب مختلفتين في الطول، وذلك بشيئتهما معاً ببرغي وصامولة عند نقطة منتصف كل منهما، ووضع مسمار عند كل طرف من أطراف قطعتي الخشب، واستعمال قطعة مطاط دائرية الشكل ذات طول مناسب، وتمريرها حول المسامير الأربعة، كما في الشكل الآتي.



- أحرك قطعتي الخشب حول البرغي مرات عدة، وفي كل مرة أطلب إلى أحد الطلبة استعمال مسطرة مدرّجة؛ للتحقق من تطابق كل جزأين متقابلين من المطاط، وأسأل الطلبة: ما الذي يُمكن استنتاجه؟
- يساعد استعمال هذه الأداة الطلبة على فهم عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وبخاصة أولئك الذين يمتنعون بذكاء حسّي.

2 حل الشاحنة موازية للأرضي؟ أبرّر إجابتي.

بما أن $QRSP$ متوازي أضلاع، فإن $PS \parallel QR$ ، وبما أن QR يمثل المنصة التي تستقر عليها الشاحنة، و PS يقع على الأرضي، فإن الشاحنة موازية للأرضي.

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 ما أقصى ارتفاع يمكن أن ترفع الرافعة الشاحنة إليه؟ أبرّر إجابتي. 2m، عندما يكون $PQ \perp PS$.

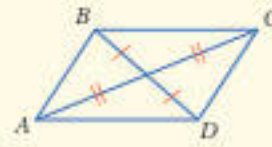
نظريات

شروط متوازي الأضلاع (2)

عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع

إذا كان قطرا شكلٍ رباعيٍّ ينصف كلٌّ منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

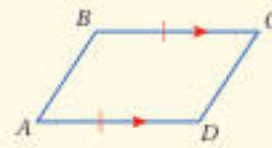
مثال: إذا كان $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ ينصف كلٌّ منهما الآخر، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.



نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة

إذا تساوى وتطابق ضلعان متقابلان في شكلٍ رباعيٍّ، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

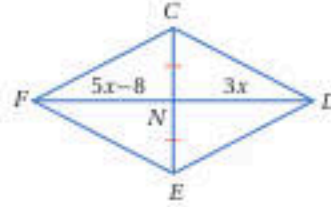


يمكن استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال 3

أجد قيمة x التي تجعل الشكل الرباعي $FCDE$ المجاور متوازي أضلاع.

بناءً على عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، فإنه إذا كان قطرا شكلٍ رباعيٍّ ينصف كلٌّ منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع، وبما أنه معطى في الشكل أن $\overline{CN} \cong \overline{EN}$ ، أجد قيمة x التي تجعل $\overline{FN} \cong \overline{DN}$.



$$FN = DN$$

$$5x - 8 = 3x$$

$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

أعوُس

أطرح $3x$ من طرفي المعادلة

أجمع 8 إلى طرفي المعادلة

أقسم طرفي المعادلة على 2

عندما $x = 4$ ، فإن:

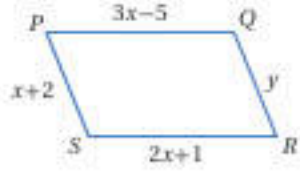
$$FN = 5(4) - 8 = 12, \quad DN = 3(4) = 12$$

إذن، عندما تكون $x = 4$ ، يكون الشكل الرباعي $FCDE$ متوازي أضلاع.

أتحقق من فهمي:

أجد قيمتي x و y اللتين تجعلان الشكل الرباعي $PQRS$ المجاور متوازي

أضلاع. $x = 6, y = 8$



طرائق إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

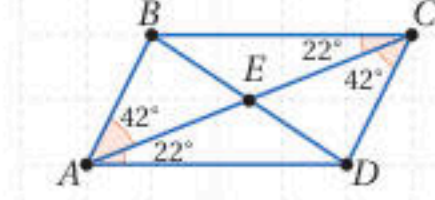
ملخص المفهوم

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقق آياً من الشروط الآتية:

- (1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف)
- (2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- (3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- (4) إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر. (عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع).
- (5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. (نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة).

أخطاء شائعة:

قد يظن بعض الطلبة خطأً أن قطري متوازي الأضلاع ينصفان الزوايا المتقابلة فيه، لذا أؤكد للطلبة أن هذا غير صحيح إلا في بعض الحالات الخاصة لمتوازيات الأضلاع التي سيتعرفونها في السدرس التالي، وهما حالتا المربع والمعين، ويمكن استعمال برمجية جيوجبرا لتوضيح ذلك، كما يظهر في الشكل الآتي.

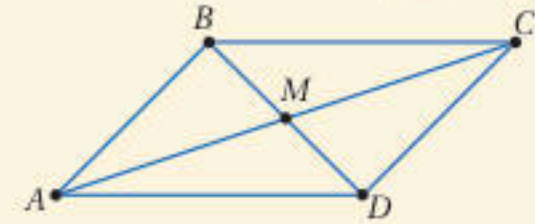


إرشادات:

- للتركيز على أفكار السدرس الرئيسة أدون ملخص المفهوم (طرائق إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع) بطريقة مميزة على اللوح تساعد الطلبة على تذكر الحالات الخمس، على سبيل المثال، أدون ملخص المفهوم على لوحة تعلق عند زاوية اللوح يسهل على الطلبة الرجوع إليها أثناء التدريب الصفّي.
- أخبر الطلبة أن شروط متوازي الأضلاع (1) وشروط متوازي الأضلاع (2)، إضافة إلى الشرط المتمثل في تعريف متوازي الأضلاع، تمثل خمسة شروط إذا تحقق أي منها؛ فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان: $\triangle AMB \cong \triangle DMC$ ، فأثبت أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\triangle AMB \cong \triangle DMC$
(2) ضلعان متناظران متطابقان.	(2) $\overline{AM} \cong \overline{MC}$
(3) ضلعان متناظران متطابقان.	(3) $\overline{BM} \cong \overline{MD}$
(4) نتيجة التطابق في 2 و 3	(4) القطران $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ ينصف كل منهما الآخر
(5) عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي، وتبرير إجاباتهم:

« هل العبارة: (إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازي أضلاع متطابقة، فإن متوازي الأضلاع يكونان متطابقين)، صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ صحيحة أحياناً؛ لأن متوازي الأضلاع يكونان متطابقين إذا كان في أحدهما ضلعان متجاوران على الأقل يطابقان نظيريهما في متوازي الأضلاع الآخر.

مثال 4

- أذكر الطلبة بأنه إذا تساوى الميل لمستقيمين مختلفين فإنهما متوازيان، وأبين لهم أنه يمكن استعمال هذه الحقيقة لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي المُعطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.
- أناقش خطوات حل مثال 4 على اللوح، بالاستعانة بتمثيل للشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.
- أسأل الطلبة: أي شروط متوازي الأضلاع تحقق في هذا المثال؟ **تعريف متوازي الأضلاع.**

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن ميل المستقيم المار في النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يُعطى بالصيغة: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
- أذكر الطلبة بمعنى القيمة الموجبة للميل ومعنى القيمة السالبة للميل، ودلالة ذلك على تزايد معدل التغير أو تناقصه.

التدريب

أَتَدَرَّب وَأَحْلُ الْمَسَائِل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدَرَّب وَأَحْلُ الْمَسَائِل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (8 - 1)، والمسائل (14، 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

يمكن استعمال الميل لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

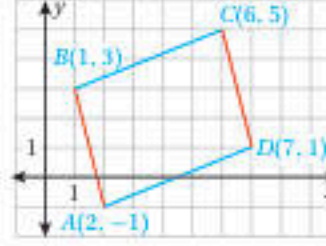
مثال 4

أثبت أن $A(2, -1)$, $B(1, 3)$, $C(6, 5)$, $D(7, 1)$ تمثل رؤوس متوازي أضلاع.

يمكن إثبات أن الأضلاع المتقابلة متوازية إذا كان لها الميل نفسه.

الخطوة 1 أمثل الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.

الخطوة 2 أجد ميل كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي.



صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ميل $\overline{AB}$: $m = \frac{3 - (-1)}{1 - 2} = -4$

ميل $\overline{CD}$: $m = \frac{1 - 5}{7 - 6} = -4$

ميل $\overline{BC}$: $m = \frac{5 - 3}{6 - 1} = \frac{2}{5}$

ميل $\overline{DA}$: $m = \frac{-1 - 1}{2 - 7} = \frac{2}{5}$

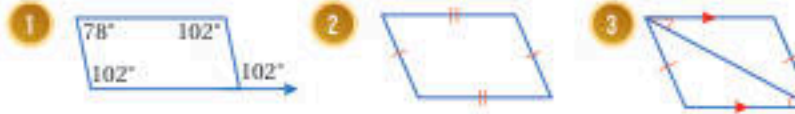
بما أن الضلعين المتقابلين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لهما الميل نفسه، إذن فهما متوازيان، وبما أن الضلعين المتقابلين $\overline{BC}$ و $\overline{DA}$ لهما الميل نفسه، إذن فهما متوازيان، وبما أن الأضلاع المتقابلة متوازية، إذن فالشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

أتحقق من فهمي:

أثبت أن $A(-3, 3)$, $B(2, 5)$, $C(5, 2)$, $D(0, 0)$ تمثل رؤوس متوازي أضلاع. **أنظر الهامش.**

(1-3) أنظر ملحق الإجابات.

أبين أن كل شكل من الأشكال الرباعية الآتية متوازي أضلاع، وأبرر إجابتي:



أَتَدَرَّب وَأَحْلُ الْمَسَائِل

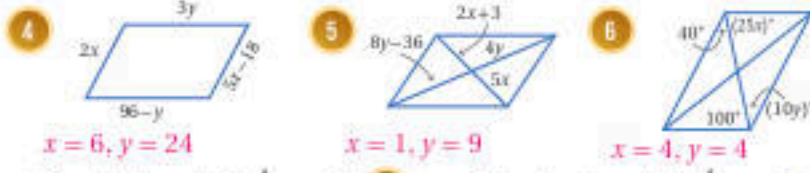
تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أَتَدَرَّب وَأَحْلُ الْمَسَائِل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

إجابة - (أتحقق من فهمي 4):

المبررات	العبارات
(1) ميل $\overline{AB}$ = ميل $\overline{DC} = \frac{2}{5}$	(1) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(2) ميل $\overline{BC}$ = ميل $\overline{AD} = -1$	(2) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
(3) تعريف متوازي أضلاع.	(3) الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع

أوجد قيمتي x و y اللتين تجعلان كل شكل رباعي متوازي أضلاع:



7 أستخدم المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان سلمي؛ لاثبت أن الشكل الرباعي $XYZW$ متوازي أضلاع.

8 أستخدم المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان سلمي؛ لاثبت أن الشكل الرباعي $LMNT$ متوازي أضلاع.



9 في الشكل الآتي، إذا كان $\triangle TRS \cong \triangle RTW$ ، فأثبت أن $RSTW$ متوازي أضلاع باستخدام البرهان ذي العمودين.

10 أستخدم المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لاثبت أن الشكل الرباعي $ANDL$ متوازي أضلاع.



(7-10) أنظر ملحق الإجابات.

معلومة

يُعدُّ اصطفاافُ السيارات بطريقةً منتظمةٍ من المظاهر الحضارية التي تعطي انطباعاً إيجابياً حول ثقافة المجتمع.

موقف سيارات: يبين الشكل المجاور موقفاً للسيارات. إذا كان $JK = LM = 7 \text{ m}$ و $m\angle JKL = 60^\circ$ و $KL = JM = 3 \text{ m}$



متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

11 هل الجزء من الموقف $JKLM$ متوازي أضلاع؟ أبرر إجابتي.

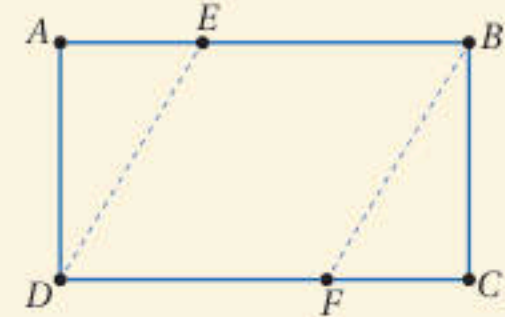
12 أجد كلاً من: $m\angle JML$, $m\angle KJM$, $m\angle KLM$
 $m\angle JML = 60^\circ$, $m\angle KJM = 120^\circ$, $m\angle KLM = 120^\circ$

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (17 - 19).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة بيضاء A4، ومقص، ومسطرة.
- أطلب إلى المجموعات اقتطاع مثلثين متطابقين من الورقة، كما في الشكل الآتي، بحيث يكون $DE = EB = BF = FD$.



- أوجه الطلبة إلى طي الورقة من زاويتين متقابلتين بحيث ينطبق طرفها الأيمن BC على طرفها الأيسر AD عند منتصف الورقة تماماً.

- أسأل الطلبة:

- « ما شكل الورقة المتبقي بعد اقتطاع المثلثين؟ متوازي أضلاع فيه جميع الأضلاع متطابقة.
- « ما الشرط الذي تحقق لكي يُعدَّ الشكل المتبقي من الورقة متوازي الأضلاع $DEBF$ ؟ كل ضلعين متقابلين متطابقان (عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- « كيف يُمكن إثبات أن كل قطر في الشكل المتبقي من الورقة ينصف الزاويتين المتقابلتين فيه؟ بطل الجزء المتبقي حول كل من القطرين وملاحظة تطابق الزوايا.
- « ما الاسم الذي تقترحوه لهذه الحالة الخاصة من متوازي الأضلاع؟ إجابة محتملة: المعين.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (9, 11 - 13) كتاب التمارين: (1 - 6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9 - 13), 16, 17 كتاب التمارين: (1 - 3), 7, 8
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (16 - 20) كتاب التمارين: (1 - 3), 7, 8, 9

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة (11-13) (موقف سيارات) أعزز الوعي بأهمية احترام الآخرين وحاجاتهم الشخصية، فاصطفاف السيارات بطريقة منظمة من دون إعاقة لحركة الآخرين، ودون تعطيل لمصالحهم، يُعدُّ من فضائل الآداب التي ينبغي أن يتحلَّى بها أفراد المجتمع.

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بشروط متوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

تعليمات المشروع:

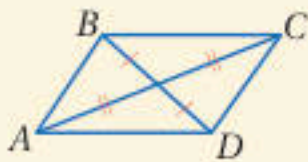
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 3 و 4 من خطوات المشروع.
- أوجه الطلبة إلى تقسيم المهام فيما بينهم بحيث يوثق أحد الأفراد في كل مجموعة عمل مجموعته بالصور، أو بتسجيل مقطع مرئي (فيديو) لا تتجاوز مدته 5 دقائق.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

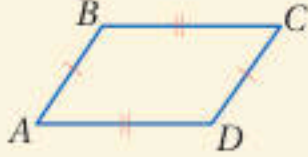
« ما الشرط الذي تحقق لكي يُعدّ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع في كل مما يأتي:

1



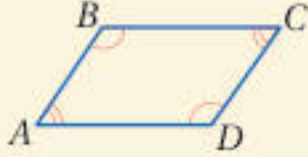
قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

2



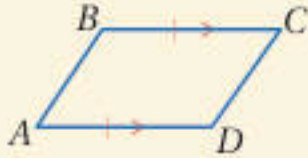
كل ضلعين متقابلين متطابقين.

3



كل زاويتين متقابلتين متطابقتين.

4



يوجد ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين.



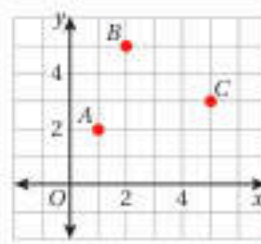
حاسوب: تسمح معالجات نصوصي حاسوبية عدة بكتابة الكلمة بالخط العادي أو الخط المائل. هل حرف (I) متوازي أضلاع؟ أترز إجابتي.

نعم، متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

أمثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في ما يأتي، وأحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، وأترز إجابتي: (14-15) أنظر ملحق الإجابات.

14 $B(-6, -3), C(2, -3), E(4, 4), G(-4, 4)$

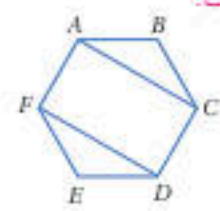
15 $Q(-3, -6), R(2, 2), S(-1, 6), T(-5, 2)$



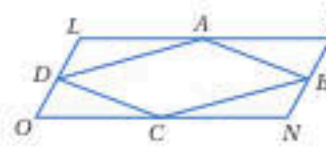
تبرير: تمثل النقاط A, B, C في المستوى الإحداثي المجاور رؤوس شكل رباعي، أجد إحداثيات النقطة الرابعة في كل من الحالات الآتية، وأترز إجابتي:

16 النقطة D حيث $ABCD$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.

17 النقطة E حيث $ABEC$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.



تبرير: أثبت أن الشكل الرباعي $FACD$ متوازي أضلاع، علمًا بأن $ABCDEF$ سداسي منتظم. أترز إجابتي. أنظر الهامش.



19 **تحذ:** يبين الشكل المجاور متوازي الأضلاع $LMNO$ ، وتمثل النقاط A, B, C, D منتصفات أضلاعه. أثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.

20 **اكتب:** كيف يمكن إثبات أن شكلًا رباعيًا يمثل متوازي أضلاع؟ أنظر إجابات الطلبة.

مهارات التفكير العليا

إرشاد

أبدأ بإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle FED$

إجابة - (أدرب وأحل المسائل):

(18)

المبررات	العبارات
(1) أضلاع سداسي منتظم.	(1) $\overline{CB} \cong \overline{DE}, \overline{AB} \cong \overline{FE}$
(2) زاويتان في سداسي منتظم.	(2) $\angle B \cong \angle E$
(3) SAS	(3) $\triangle ABC \cong \triangle FED$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(4) $\overline{AC} \cong \overline{FD}$
(6) ضلعان في سداسي منتظم.	(5) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$
(5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان.	(6) $FACD$ متوازي أضلاع

الدرس 4 حالات خاصة من متوازي الأضلاع



استكشف

تتكوّن الرقعة الخاصة بلعبة الشطرنج من 64 مربعاً ملوّناً. كيف يمكنك إثبات أن الرقعة نفسها مربعة؟

فكرة الدرس

- أخذ خصائص كل من: المستطيل، والمعين، والمربع.
- أخذ ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

المصطلحات

المستطيل، المعين، المربع

تعرفت سابقاً خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بأضلاعه وزواياه وأقطاره، وسأتعرف في هذا الدرس ثلاثة أنواع خاصة من متوازي الأضلاع وهي: المستطيل، والمعين، والمربع.

المستطيل

المستطيل (rectangle) هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم، وهذا يعني أن له الخصائص الآتية:



- زواياه الأربع قوائم.
- الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
- الزوايا المتخالفة متكاملة.
- الزوايا المتخالفة متطابقة.
- قطراه ينصف كل منهما الآخر.
- كل قطر من أقطار المستطيل يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

وتُضاف إلى الخصائص السابقة خاصية أخرى متعلقة بقطري المستطيل موضحة في النظرية الآتية:

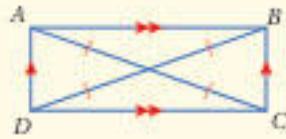
قطر المستطيل

نظرية

نظرية قطري المستطيل

يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.

مثال: يكون $ABCD$ مستطيلاً إذا وفقط إذا كان $AC \cong BD$



نتائج الدرس:

- إثبات صحة نظرية قطري المستطيل بالاتجاهين.
- استعمال خصائص المستطيل لإيجاد قياسات مجهولة متعلقة بقطريه.
- استعمال خصائص المعين لإيجاد قياسات مجهولة متعلقة بالزوايا التي يتجهها قطراه.
- تعرّف العلاقة بين متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين والمربع.
- تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثل مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف خصائص متوازي الأضلاع وشروطه المتعلقة بأضلاعه وزواياه وقطريه.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 10: أنا أفكر في
- أطلب إلى المجموعات تحديد الشكل الرباعي الذي ينطبق عليه الوصف في عمود (أنا أفكر في)، ورسمه، وكتابة اسمه باللغتين العربية والإنجليزية.
- أتجول بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي عملها بصورة صحيحة أولاً.
- أعرض حل المجموعة الفائزة، وأعزز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنهم سيتعلمون في هذا الدرس خصائص ثلاث حالات خاصة من متوازي الأضلاع.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما اسم رقعة اللعبة التي تظهر في الصورة؟ **رقعة لعبة الشطرنج.**
 - « ما أسماء القطع التي تُستعمل في لعبة الشطرنج؟ **الملك، الوزير، الجنود، الحصان، الفيل، القلعة.**
 - « كيف تُحرك كل من هذه القطع؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - « ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأبيض؟ **32**
 - « كيف عرفت ذلك؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - « ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأسود؟ **32**
 - « كيف عرفت ذلك؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - « هل جميع هذه المربعات متطابقة؟ **نعم.**
 - « كيف عرفت ذلك؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - « كيف يُمكن إثبات أن رقعة لعبة الشطرنج نفسها مربعة؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

في بند (استكشف)، أؤكد أهمية البحث والتعلم الذاتي؛ لذا أطلب إلى الطلبة البحث في مصادر المعلومات لتعلم القواعد الخاصة بلعبة الشطرنج، إذ إنها واحدة من أهم الألعاب التي تنمي مهارات التخطيط.

مثال 1: إثبات نظرية



- أدون على اللوح تعريف المستطيل، وأوضح خصائصه على رسم خاص بالمستطيل.
- أدون الخاصية المتعلقة بنظرية قطري المستطيل، وأوضح للطلبة معنى (إذا وفقط إذا كان...)، الذي يعني صحة النظرية بالاتجاهين.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات صحة الاتجاه الأول في النظرية، والذي نصّه: إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

تنويع التعليم

تظليل المثلثين المراد إثبات تطابقهما بطريقتين متميزتين باستعمال لونين مختلفين يساعد الطلبة على التركيز عند استخلاص حالة التطابق (SAS)، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

إرشاد: في سؤال (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1 أوجه الطلبة عند كتابة البرهان ذي العمودين إلى العمل على إثبات إحدى خواص المستطيل، مثل: أن زواياه قوائم.

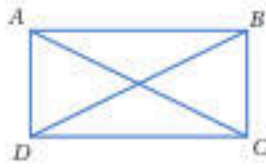
توسعة: أطلب إلى الطلبة في مجموعات ثنائية استعمال المثلثين: $\triangle DAB$ و $\triangle CBA$ ، وكتابة إثبات للنظرية نفسها باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل.	(1) $\overline{BC} \cong \overline{AD}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$
(3) زوايا المستطيل قوائم.	(2) $\angle B \cong \angle A$
(4) SAS	(4) $\triangle CBA \cong \triangle DAB$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

أداة الربط "إذا وفقط إذا" التي وردت في نظرية قطري المستطيل تعني أن العبارة صحيحة في الاتجاهين؛ لذا، إذا كان قطري متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل، وإذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان.

مثال 1: إثبات نظرية



يبين الشكل المجاور المستطيل ABCD، أثبت أن قطري المستطيل ABCD متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

أخطط للبرهان باتباع الخطوات الآتية:

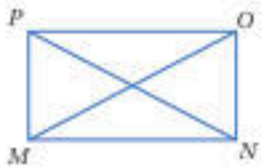
الخطوة 1 استعمل حالة تطابق مثلثين بضعفين وزاوية محصورة (SAS)؛ لأثبت أن $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

الخطوة 2 استعمل تطابق المثلثين؛ لأثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل.	(1) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{DC} \cong \overline{DC}$
(3) زوايا المستطيل قوائم.	(3) $\angle D \cong \angle C$
(4) SAS	(4) $\triangle ADC \cong \triangle BCD$
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

أتحقق من فهمي:



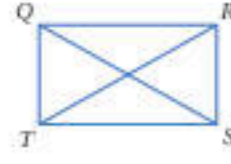
يبين الشكل المجاور $\square PONM$ ، إذا كان $\overline{PN} \cong \overline{OM}$ ، فأثبت باستعمال البرهان ذي العمودين أن $PONM$ مستطيل. أنظر الهامش.

إجابة - (أتحقق من فهمي 1):

المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.	(1) $\overline{NO} \cong \overline{MP}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{MN} \cong \overline{MN}$
(3) معطى.	(3) $\overline{PN} \cong \overline{OM}$
(4) SSS	(4) $\triangle ONM \cong \triangle PMN$
(5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.	(5) $\angle ONM \cong \angle PMN$
(6) زاويتان متطابقتان ومتحالفتان في متوازي أضلاع.	(6) $\angle ONM, \angle PMN$ قائمتان
(7) نظرية القاطع العمودي.	(7) $\angle MPO, \angle NOP$ قائمتان
(8) متوازي أضلاع زواياه قوائم.	(8) $PONM$ مستطيل

يمكن استعمال خصائص المستطيل لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 2



إذا كان $QRST$ مستطيلًا، وكان $QS = 6x + 14$ و $RT = 9x + 5$ ، فأوجد قيمة المتغير x .

بما أن $QRST$ مستطيل، فإن قطريه متطابقان، إذن أوجد قيمة x التي تجعل $\overline{QS} \cong \overline{RT}$

قطر المستطيل متساويان في الطول

أعوض

أطرح $6x$ من طرفي المعادلة

أطرح 5 من طرفي المعادلة

أقسم طرفي المعادلة على 3

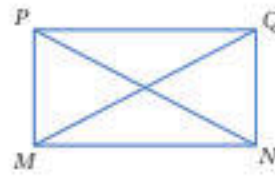
$$QS = RT$$

$$9x + 5 = 6x + 14$$

$$3x + 5 = 14$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$



تحقق من فهمي:

إذا كان $PQNM$ مستطيلًا، وكان $MQ = 2x + 11$ و $PN = 5x - 31$ ،

فأوجد قيمة المتغير x . $x = 14$

يمكن استعمال خصائص المستطيل لتوضيح علاقات من واقع الحياة.

مثال 3: من الحياة

نافذة: يبين الشكل المجاور إطار نافذة أبعادها موضحة في الشكل.



1. هل إطار النافذة على شكل مستطيل؟ أبرر إجابتي.

يظهر من الشكل أن أضلاع الإطار المتقابلة لها الطول نفسه؛ لذا فالإطار على شكل متوازي أضلاع، ولكن لا يوجد ما يدل على أن الزوايا قوائم؛ لذا لا يمكن تحديد ما إذا كان الإطار على شكل مستطيل أم لا.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

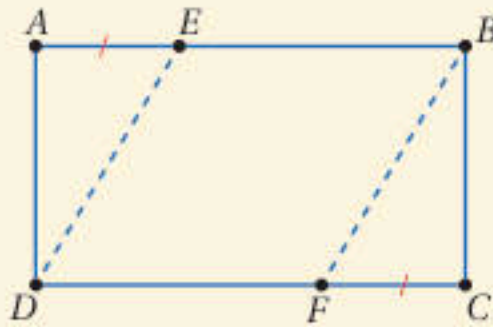
أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.

مثال 2

• أناقش حل المثال 2 على اللوح، وأوضح للطلبة كيفية استعمال خاصية تطابق قطري المستطيل التي تم التوصل إليها عن طريق إثبات النظرية السابقة في إيجاد قيم مجهولة.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان $ABCD$ مستطيلًا، وكانت $\overline{AE} \cong \overline{CF}$ ، فأكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أن $\overline{DE} \cong \overline{BF}$.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $ABCD$ مستطيل
(2) معطى.	(2) $\overline{AE} \cong \overline{CF}$
(3) من المعطيات 1 و 2	(3) $\overline{BE} \cong \overline{FD}$ متطابقان ومتوازيان
(4) نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة.	(4) الشكل $DEBF$ متوازي أضلاع
(5) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.	(5) $\overline{DE} \cong \overline{BF}$

- أؤكد للطلبة عند مناقشة حل المثال 3 أن تطابق كل ضلعين متقابلين هو شرط كافٍ ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع (وهو في هذا المثال إطار النافذة)، ولكنه ليس كافياً ليكون الشكل الرباعي مستطيلاً.
- أطلب إلى الطلبة ذكر شرط إضافي (أو شروط إضافية) تضمن كون الشكل الرباعي (أي إطار النافذة) مستطيلاً.

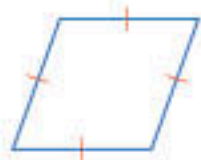
2 قاسَ تميم طولَي قُطْرَي الإطار، فوجدَ أنَّ طولَ أحدهما 2.45 m وطولَ الآخر 2.40 m، فهل إطارُ النافذة على شكل مستطيل؟ أبرِّزْ إجابتي.

بالرجوع إلى نظرية قُطْرَي المستطيل، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ يكونُ مستطيلاً إذا كانَ قُطْرَاهُ متطابقين، وبما أنَّ قُطْرَي إطارِ النافذة ليسا متطابقين؛ إذنْ فإنَّ إطارَ النافذة ليس على شكلِ مستطيل.

✓ **أتدقق من فهمي:**

3 نعم، مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متطابقان. افترض أنَّ قُطْرَي النافذة لهما الطول نفسه، فهل إطارُها على شكلِ مستطيل؟ أبرِّزْ إجابتي.

المعين

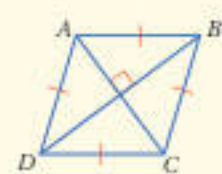


المعين (rhombus) هو متوازي أضلاع أضلاعه جميعها متطابقة.

للمعين خصائص متوازي الأضلاع جميعها، إضافة إلى الخاصيتين الموضحتين في النظريتين الآتيتين:

المعين

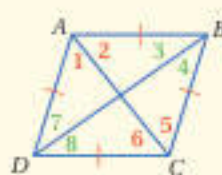
نظريات



• **نظرية قُطْرَي المعين**

يكونُ متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا كانَ قُطْرَاهُ متعامدين.

مثال: يكونُ $ABCD$ معيناً إذا وفقط إذا كانَ $AC \perp BD$



• **نظرية الزوايا المتقابلة في المعين**

يكونُ متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا نصفَ كل قُطرٍ من قُطْرَي الزاويتين المتقابلتين اللتين يصلُ بين رأسيهما.

مثال: يكونُ $ABCD$ معيناً إذا وفقط إذا نصفَ AC كلٌّ من $\angle A$ و $\angle C$ ، ونصفَ BD كلٌّ من $\angle B$ و $\angle D$ ، وهذا يعني أنَّ:

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$$

تنويع التعليم:

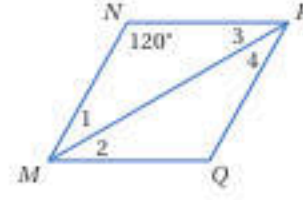
- أوجه الطلبة إلى استعمال شريط القياس للتحقق من أنَّ قُطْرَي إطار نافذة في الغرفة الصفية متطابقان؛ لبيان ما إذا كان الإطار مستطيلاً أم لا، ويمكن أيضاً استعمال حبل طويل ومدّه بين كل زاويتين متقابلتين على أرضية غرفة الصف؛ لبيان ما إذا كانت أرضية الغرفة مستطيلة أم لا، إذ يساعد تنفيذ هذا النشاط الطلبة على فهم خصائص المستطيل، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء حسي.

- أدون على اللوح تعريف المعين، وأوضح ذلك بالرسم، ثم أناقش خواصه بتقديم نظرية قطري المعين ونظرية الزوايا المتقابلة في المعين، بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ المعين) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأوضح كيفية تطبيق نظرية الزوايا المتقابلة في المعين عند استنتاج تطابق زواياه المرقمة.

إرشاد: في المثال 4، أوجه الطلبة إلى أنه يمكن التوصل إلى الحل نفسه انطلاقاً من كون قطر المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين، وبما أنه حالة خاصة من متوازي الأضلاع، وفي متوازي الأضلاع تكون كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإنه يمكن استنتاج تطابق الزوايا المرقمة، وبمعرفة أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي 360° ، فإن قياس كل من الزوايا المرقمة هو 30°

يمكن استعمال خصائص المعين لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 4



يبين الشكل المجاور المعين $NPQM$. إذا كانت $m\angle N = 120^\circ$ ، فأجد قياسات الزوايا المرقمة في الشكل.

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

نظرية التثايط الضلعين

$$m\angle 1 + m\angle 3 + 120^\circ = 180^\circ$$

مجموع زوايا المثلث

$$2(m\angle 1) + 120^\circ = 180^\circ$$

أعوض

$$2(m\angle 1) = 60^\circ$$

أطرح 120 من طرفي المعادلة

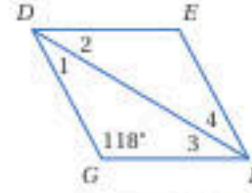
$$m\angle 1 = 30^\circ$$

أقسم طرفي المعادلة على 2

ومنهُ فإن $m\angle 1 = m\angle 3 = 30^\circ$.

وبحسب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين فإن $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 3 = m\angle 4$ ، وهذا يعني أن:

$$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3 = m\angle 4 = 30^\circ$$

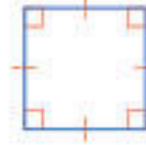


يبين الشكل المجاور المعين $DEFG$. إذا كانت $m\angle G = 118^\circ$ ، فأجد قياسات الزوايا المرقمة في الشكل. **قياس كل منها 31°**

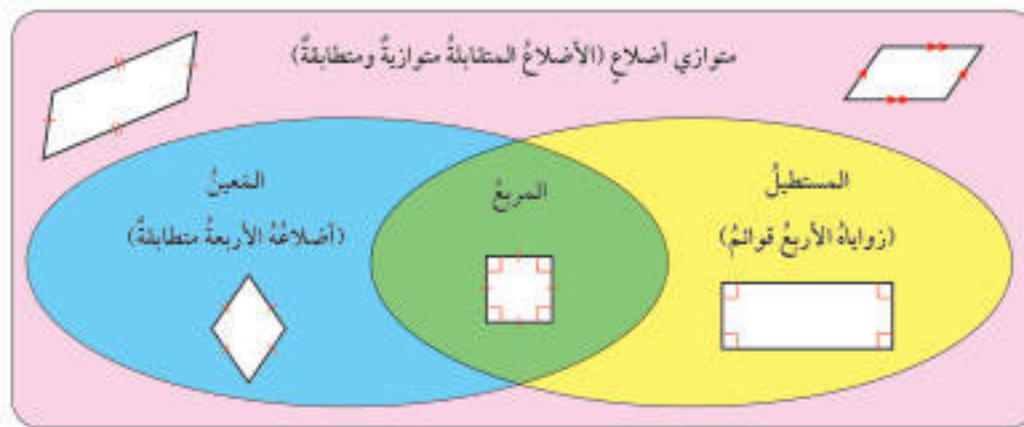
أتحقق من فهمي:

المربع

المربع (square) هو متوازي أضلاع أضلاعه جميعها متطابقة، وزواياه الأربع قائمة. وبما أن المستطيل متوازي أضلاع زواياه الأربع قائمة، والمعين متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة، فإن المربع مستطيل؛ لأن زواياه الأربع قائمة، وهو أيضاً معين؛ لأن أضلاعه الأربعة متطابقة، وهذا يعني أن جميع خصائص متوازي الأضلاع، والمستطيل، والمعين تنطبق على المربع.



ويوضح شكل في الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع، والمعين، والمستطيل، والمربع.



مثال 5

أحد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل مما يأتي مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً، وأبزر إجابتي:

1



بما أن الأضلاع الأربعة لمتوازي الأضلاع المعين في الشكل متطابقة، فإنه يمثل معيناً.

2

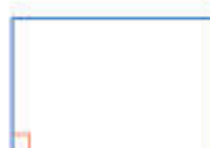


بما أن قطري متوازي الأضلاع المعين في الشكل متطابقان، فإن متوازي الأضلاع مستطيل، وبما أن القطرين متعامدان، فإن متوازي الأضلاع معين أيضاً، ومنه فإن متوازي الأضلاع المعين في الشكل مربع.

تحقق من فهمي:

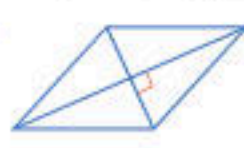
أحد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل مما يأتي مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً، وأبزر إجابتي:

3



مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة، ومن ثم تكون كل زواياه قائمة حسب خصائص متوازي الأضلاع.

4



معين؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان.

- أدون على اللوح تعريف المربع، وأوضح للطلبة بالرسم خواصه التي يشترك بها مع كل من المستطيل والمعين ومتوازي الأضلاع، ثم ألخص ذلك بالرسم باستعمال أشكال فن لتلك العلاقة.
- أناقش مع الطلبة حل فرعي المثال 5 على اللوح، وأكد أن تحديد اسم الشكل (إما مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً) وتبرير ذلك التحديد، يعتمد على دراسة معطيات الشكل المرسوم، وفهم العلاقة بين متوازي الأضلاع بوصفه حالة عامة، وبين كل من المستطيل والمعين والمربع بوصف كل منها حالة خاصة منه.

4 التدريب

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلا منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليشركا في حلّ الأسئلة.

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسألتين 25 و 26
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

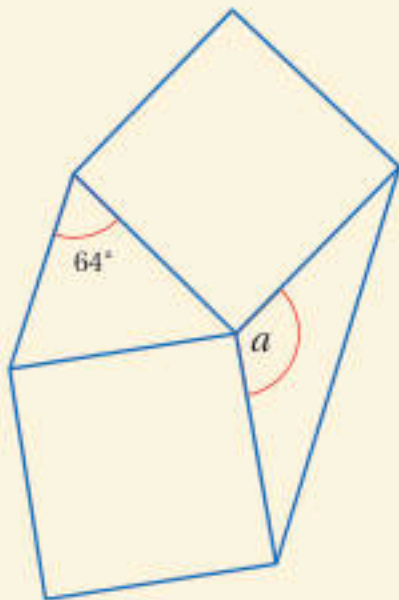
إرشاد: في السؤال 26 (تبرير)، أذكر الطلبة بأنّ المضلعات (بصفة عامة) تُعدّ متشابهة إذا تحقّق أحد شرطين، الأول: أن تكون الزوايا المتناظرة في كلّ منهما متطابقة، والثاني: أن تكون أطوال الأضلاع المتناظرة في كلّ منهما متناسبة، وللمثلثات مسلّمة خاصة ونظريتان لتحديد تشابه مثلثين سيتعرّفون إليها في الدرس التالي.

الإثراء

5

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي: يتكوّن الشكل الآتي من مربعين متطابقين، ومثلثين كلّ منهما هو مثلث متطابق الضلعين:

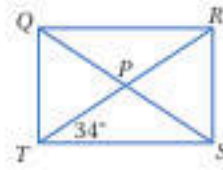


« أجد قياس الزاوية a 128° »

« هل يمكن إيجاد قياس مختلف للزاوية a ؟ أبرّر إجابتي. »

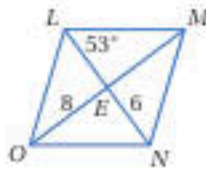
لا؛ لأنّه لا يمكن أن يكون المثلث المعطى قياس إحدى زواياه (64°) مثلثًا متطابق أضلاع.

الوحدة 7



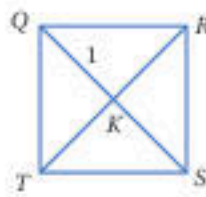
يبيّن الشكل المجاور المستطيل $QRST$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة P و $m\angle PTS = 34^\circ$ و $QS = 10$ فأجد كلّ ما يأتي:

- 1 $m\angle QTR = 56^\circ$
- 2 $m\angle QRT = 34^\circ$
- 3 $m\angle SRT = 56^\circ$
- 4 $QP = 5$
- 5 $RT = 10$
- 6 $RP = 5$



يبيّن الشكل المجاور المعين $LMNO$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة E و $m\angle NLM = 53^\circ$ و $OE = 8$ و $NE = 6$ فأجد كلّ ما يأتي:

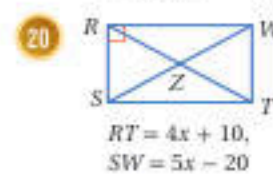
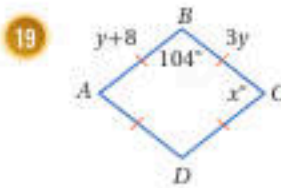
- 7 $m\angle OLN = 53^\circ$
- 8 $m\angle LEO = 90^\circ$
- 9 $m\angle LON = 74^\circ$
- 10 $OM = 16$
- 11 $LE = 6$
- 12 $LN = 12$



يبيّن الشكل المجاور المربع $QRST$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة K و $QK = 1$ فأجد كلّ ما يأتي:

- 13 $m\angle RKS = 90^\circ$
- 14 $m\angle QTK = 45^\circ$
- 15 $m\angle QRK = 45^\circ$
- 16 $KS = 1$
- 17 $QS = 2$
- 18 $RT = 2$

أحسّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كلّ مما يأتي مستطيلًا أمّ معينًا أمّ مربعًا، وأبرّر إجابتي، ثمّ أجد قيمة كلّ من x و y :



(19) معين؛ لأنّه متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة. $y = 4$, $x = 76^\circ$

(20) مستطيل؛ لأنّه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة، ومن ثمّ تكون كل زواياه قائمة. $x = 30$

الواجب المنزلي:

أمستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأستلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (3, 6, 9, 12, 15, 18) كتاب التمارين: (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 25, (19 - 22) كتاب التمارين: (6 - 8), (10 - 13)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 - 26) كتاب التمارين: 14, (6 - 9)

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، إذ يمكنهم من تعلّم الحالات الخاصة من متوازي الأضلاع عن طريق مجموعة ألعاب تفاعلية.

تعليمات المشروع:

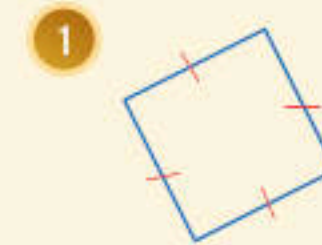
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 من خطوات تنفيذ المشروع.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى تكرار تنفيذ الخطوة 5 حتى الوصول إلى إتقان استعمال أداة المنساح التي صمّموها.

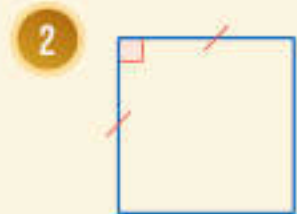
6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

«أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كلّ ممّا يأتي مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً، وأبرّر إجابتي:



معين (أنظر تبرير الطلبة)



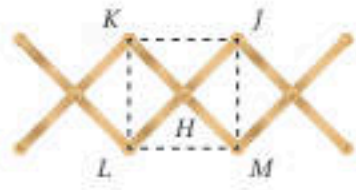
مربع (أنظر تبرير الطلبة)



مستطيل (أنظر تبرير الطلبة)



معين (أنظر تبرير الطلبة)



علاقة ملائمة: يبيّن الشكل المجاور علاقة ملائمة خشبية. إذا كان $KJML$ متوازي أضلاع، وكان $KM \perp LJ$ و $m\angle K = 90^\circ$ فأجب عن كلّ ممّا يأتي:

21 $KM \perp LJ$ يجعل الشكل معيناً، $m\angle K = 90^\circ$ يجعل كلّ زاوية الشكل قائمة. يكون الشكل مربعاً.

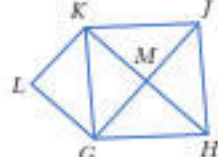
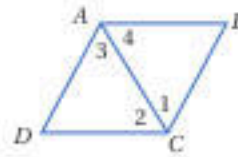
إرشاد

أبدأ بإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

21 هل متوازي الأضلاع $KJML$ مستطيل أم معين أم مربع؟ أبرّر إجابتي.

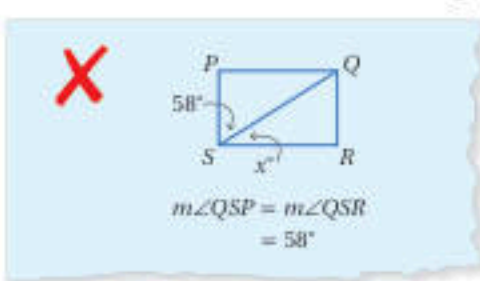
22 إذا كان $KJ = 20$ cm، فأجد KM و JL ، وأبرّر إجابتي.

23 في الشكل الآتي، إذا كان $ADCB$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AC}$ ينصف $\angle A$ و $\angle C$ فأثبت أن $ABCD$ معين، باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر الهامش.



24 في الشكل الآتي، إذا كان $GHJK$ متوازي أضلاع، وكان $\triangle LGK \cong \triangle MJK$ ، فأثبت أن $GHJK$ معين، باستعمال البرهان السهمي. أنظر ملحق الإجابات.

25 **اكتشف الخطأ:** أنظر الحلّ الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصحّحه، علماً بأن $PQRS$ مستطيل.



26 الإجابة لا، قد تكون قياسات زوايا معين $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ وقياسات الزوايا المناظرة لها في معين آخر $80^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$

26 تبرير: هل التعيينات جميعها متشابهة؟ أبرّر إجابتي.

27 **اكتب:** كيف أميّز ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابة - (أندرب وأحل المسائل):

(23)

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متبادلتان داخلياً في متوازي أضلاع.	(1) $\angle 4 \cong \angle 2$
(2) معطى.	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) نتيجة.	(3) $\angle 1 \cong \angle 4$
(4) مثلث زاويتا قاعدته $\angle 1, \angle 4$ متطابقتان.	(4) $\triangle ABC$ متطابق الضلعين
(5) ساقا مثلث متطابق الضلعين.	(5) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$
(6) أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.	(6) $\overline{CB} \cong \overline{DA}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$
(7) نتيجة.	(7) $\overline{CB} \cong \overline{DA} \cong \overline{AB} \cong \overline{DC}$
(8) متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة.	(8) الشكل $ABCD$ معين

نتائج الدرس:

- تعرّف مسلّمة تشابه مثلثين (AA).
- استعمال نظرية (SSS) ونظرية (SAS) لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.
- استعمال مسلّمة التشابه ونظرياته في إثبات تشابه مثلثين.
- استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بأضلاع المثلثين.

نتائج التعلّم القبلي:

- تحديد العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في مضلعين متشابهين.
- تعرّف العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

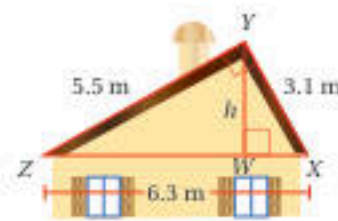
1

- أوّزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 11: الزوايا والأضلاع المتناظرة.
- أطلب إلى المجموعات التعاون للإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتجوّل بين مجموعات الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحلّ بصورة صحيحة، وأطلب إليها عرض الحلّ أمام باقي الصف.

فكرة الدرس

أحدّد المثلثات المتشابهة، باستعمال حالات التشابه AA و SAS و SSS.

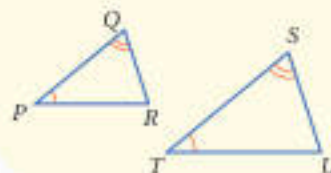
استكشف



بيّن الشكل المجاور الواجهة الأمامية لسطح منزل، كيف يمكن معرفة الارتفاع h ؟

تعلّمنا سابقاً أنّ المضلّعات المتشابهة هي مضلّعات زواياها المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة، وتعدّ المثلثات حالة خاصّة من المضلّعات. وتوجد مسلّمات ونظريات لإثبات تشابه المثلثات.

التشابه بزوايتين (AA)



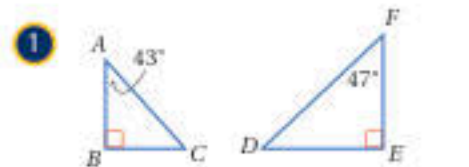
إذا طابقت زوايتان في مثلث زوايتين في مثلث آخر، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانت $\angle Q \cong \angle S$ و $\angle P \cong \angle T$ فإنّ $\Delta PQR \sim \Delta TSU$

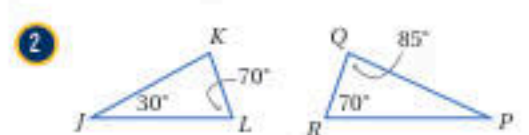
يمكن استعمال مسلّمة (AA) لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.

مثال 1

أحدّد ما إذا كان كلّ مثلثين ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبرر إجابتي.



1. $\angle B \cong \angle E$ ، لأنّهما زاويتان قائمتان.
باستعمال مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:
 $m\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 43^\circ) = 47^\circ$
وبما أنّ $m\angle F = 47^\circ$ فإنّ $\angle C \cong \angle F$ فإنّ $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ وفق المسلّمة (AA).



2. $\angle L \cong \angle R$ لأنّ كلا الزاويتين قياسهما 70°
باستعمال مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:
 $m\angle K = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$
 $m\angle P = 180^\circ - (85^\circ + 70^\circ) = 25^\circ$
وبما أنّه يوجد زوج واحد فقط من الزوايا المتطابقة، إذن ΔPQR و ΔJKL ليسا متشابهين.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
- « ما الفائدة من بناء سطح المنزل على الشكل الظاهر في الصورة؟ **إجابة محتملة: لكي لا تتجمع مياه الأمطار عليه.**
- « ما المضلع الذي يظهر في الواجهة الأمامية لسطح المنزل؟ **المثلث.**
- « ما الرمز الذي يدلّ على الزاوية القائمة في الشكل المُعطى؟ **رسم مربع صغير عند تلك الزاوية.**
- « كم مثلثًا قائم الزاوية يظهر في الشكل؟ **3**
- « كيف يُمكن تحديد الارتفاع h في الشكل؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس الذي يقدّم مفهوم تشابه المثلثات.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أسأل الطلبة:
- « ما شروط تشابه مضلعين؟ **تطابق الزوايا المتناظرة وتناسب الأضلاع المتناظرة.**
- « ما المضلع الذي له أقل عدد من الأضلاع؟ **المثلث.**
- أذكر الطلبة بمصطلح المسألة (وهي: عبارة رياضية تُقبل على أنها صحيحة من دون برهان)، ومصطلح النظرية (وهي: نتيجة بصورة عبارة رياضية تحتاج إلى برهان).
- ناقش مع الطلبة مسألة التشابه بزوايتين AA، وأؤكد أنها خاصة بمثلثين، وذلك عن طريق رسم المثلثين: ΔPQR , ΔTSU على اللوح وكتابة نص المسألة بالكلمات، وجعل التشابه بالرموز بالاستعانة بصندوق (مسألة) الوارد في كتاب الطالب.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 1 من المثال 1 على اللوح، وأذكر الطلبة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث هو 180° ، وأبين لهم كيفية توظيف المسألة في تحديد تشابه المثلثين.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 2 من المثال 1 على اللوح، وأطلب إلى أحد الطلبة تحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا.

✓ **إرشاد:** أذكر الطلبة بخصائص المثلث متطابق الضلعين عند حلّهم الفرع 4 من (أنتحق من فهمي) التابع للمثال 1.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

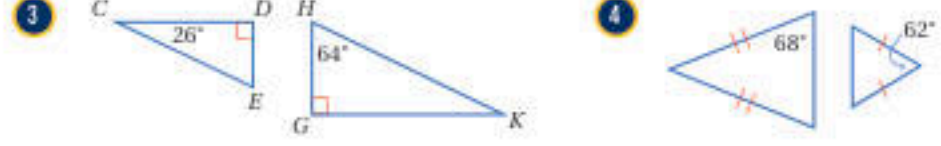
مثال 2

- أدوّن الجزء الأول من نظريات تشابه المثلثات (التشابه بثلاثة أضلاع SSS) بالكلمات والرموز على اللوح، مع التوضيح برسم المثلثين باستعمال لون مختلف لكلّ ضلعين متناظرين فيهما.
- أدوّن الجزء الثاني من النظرية (التشابه بضلعين وزاوية محصورة SAS) بالكلمات والرموز، مع التوضيح برسم المثلثين باستعمال لون مختلف لكلّ ضلعين متناظرين فيهما، وأستعمل لون الضلع المقابل للزاوية المحصورة عند رسمها.

- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأطلب إليهم إيجاد النسبة بين طول كلّ ضلعين متناظرين في المثلثين المعطيين، ثمّ أسألهم: «ما العلاقة بين النسب الناتجة من أطوال كلّ ضلعين متناظرين؟ جميعها متساوية.» هل المثلثان متشابهان؟ لماذا؟ نعم؛ بما أنّ النسب جميعها متساوية؛ فإنّ المثلثين متشابهان وفق نظرية التشابه (SSS).

- أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أنّ الزاوية المشتركة هي الزاوية المحصورة بين زوجي الضلعين المتناظرين في المثلثين: $\Delta LKP, \Delta MKN$.

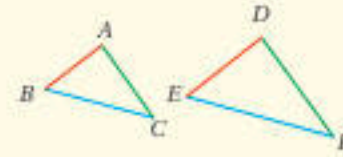
أتحقّق من فهمي: أنظر الهامش.



في ما يأتي طريقتان أخريان لتحديد ما إذا كانّ مثلثان متشابهين أم لا:

نظريات

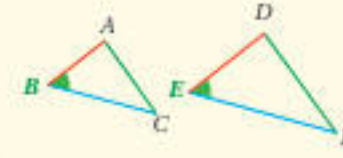
تشابه المثلثات



التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانّ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ، فإنّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.



التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

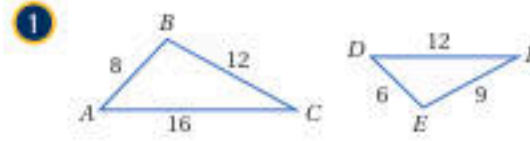
إذا كانّ طولاً ضلعين في مثلث متناسبتين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر، وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانّ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ و $\angle B \cong \angle E$ فإنّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

يمكن استعمال نظريتي (SSS) و (SAS) لتحديد ما إذا كانّ مثلثان متشابهين أم لا.

مثال 2

أحدّد ما إذا كانّ كلّ مثلثين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبرر إجابتي.



أستعمل أطوال الأضلاع لتمييز الأضلاع المتقابلة، ثمّ أجد النسبة بين طول كلّ زوج من أزواج الأضلاع المتقابلة في المثلثين.

100

إجابات - (أتحقّق من فهمي 1):

(3) $\angle D \cong \angle G$ لأنهما زاويتان قائمتان.

$\angle E \cong \angle H$ لأنّ $m\angle E = m\angle H = 64^\circ$.

$\Delta CDE \sim \Delta KGH$ وفق المسلمة AA.

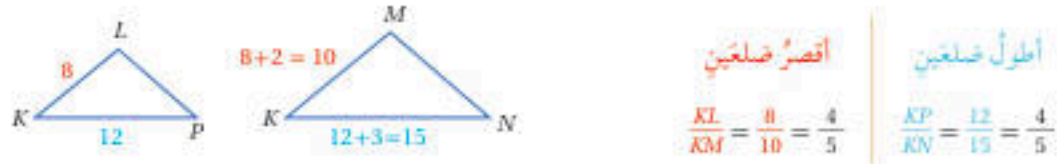
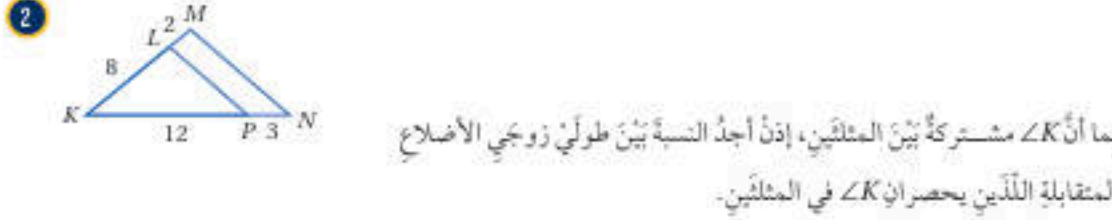
(4) قياسات زوايا المثلث الصغير $62^\circ, 59^\circ, 59^\circ$

قياسات زوايا المثلث الكبير $68^\circ, 68^\circ, 44^\circ$

لا يوجد أزواج زوايا متطابقة. المثلثان غير متشابهين.



بما أن النسب جميعها متساوية، إذن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ وفق نظرية التشابه (SSS).



بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران $\angle K$ في $\triangle KLP$ متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في $\triangle KMN$ ، إذن $\triangle KLP \sim \triangle KMN$ وفق نظرية التشابه (SAS).

✓ **أتحقق من فهمي:** أنظر الهامش.



يمكنني استعمال مسلمة التشابه ونظريته في إثبات تشابه مثلثين.

تنويع التعليم

إن استعمال الألوان عند توضيح أزواج الأضلاع والزوايا المتناظرة في المثلثين المتشابهين، يساعد الطلبة على تحديد علاقات التناسب بين أطوال الأضلاع وكتابتها كتابة صحيحة، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي:
« أي العبارتين الآتيتين صحيحة دائماً؟ أبرر إجابتي.
كل مثلثين متطابقين متشابهان.
صحيحة دائماً؛ لأن جميع الزوايا المتناظرة متطابقة وهذا شرط كافٍ للتشابه. ولأن جميع الأضلاع المتناظرة متطابقة فهي بذلك تكون بالضرورة متناسبة.
- كل مثلثين متشابهين متطابقان.
غير صحيحة دائماً؛ لأن تشابه المثلثين يضمن تطابق الزوايا المتناظرة ولكنه لا يضمن تطابق الأضلاع المتناظرة وتكون الأضلاع المتناظرة متناسبة.

إجابات - (أتحقق من فهمي 2):

3) النسبة بين أقصر ضلعين $\frac{5}{6}$ ، أطول ضلعين $\frac{26}{33}$ ، الضلعان الباقيان $\frac{4}{5}$.

لا يوجد تشابه بين المثلثين.

4) النسبة بين أقصر ضلعين $\frac{1}{3}$ ، أطول ضلعين $\frac{1}{3}$ ، الزاوية $\angle$ مشتركة بين المثلثين ومحصورة بين الضلعين المتناسبين. المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS.

مثال 3

- أناقش حلّ المثال 3 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين، فأدوّن في الجدول العبارات، وأطلب إلى بعض الطلبة كتابة المبررات.

✓ **إرشاد:** في الخطوة 3 من الإثبات، يُمكن استعمال تطابق الزاويتين: $\angle R, \angle T$ (زاويتان متبادلتان داخليًا).

توسعة: أطلب إلى الطلبة حلّ المثال باستعمال البرهان السهمي.

مثال 4

- أذكر الطلبة بخاصية الضرب التبادلي عن طريق تقديم مثال عددي، مثل:
- $$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow 3 \times 15 = 5 \times 9$$
- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 4، وأؤكد أهمية الدقة في تحديد الأضلاع المتناظرة لكتابة التناسب بصورة صحيحة.

أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة عند كتابة التناسب في المثال 4 على الصورة:

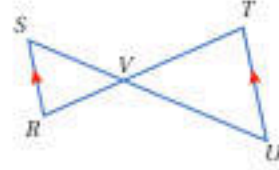
$$\frac{4}{12} = \frac{2x+4}{x-1}$$

بسبب عدم الدقة في تحديد الأضلاع المتناظرة، ولعلاج ذلك أستعمل عبارات، مثل: طول الضلع الأقصر في المثلث الأول مقسومًا على طول الضلع الأقصر في المثلث الثاني، عند كتابة التناسب، أو طول الوتر في المثلث الأول مقسومًا على طول الوتر في المثلث الثاني (في حالة وجود مثلثين قائمي الزاوية).

✓ **إرشاد:** أوضّح للطلبة أنه يمكن استعمال التناسب الآتي لحلّ المثال 4، وأطلب إليهم تبرير ذلك:

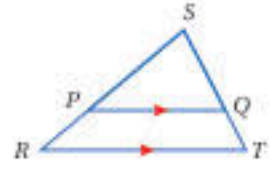
$$\frac{4}{x-1} = \frac{12}{2x+4}$$

مثال 3



أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، لأثبت أن $\Delta SVR \sim \Delta UVT$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في الرأس.	$\angle SVR \cong \angle UVT$ (1)
(2) معطى.	$\overline{SR} \parallel \overline{UT}$ (2)
(3) زاويتان متبادلتان داخليًا.	$\angle S \cong \angle U$ (3)
(4) مسلمة التشابه (AA).	$\Delta SVR \sim \Delta UVT$ (4)

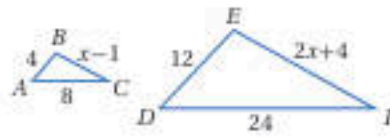


أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل المجاور، لأثبت أن $\Delta SPQ \sim \Delta SRT$ باستعمال البرهان السهمي. **أنظر الهامش.**

✓ **أنتحق من فهمي:**

يمكنني استعمال تشابه المثلثات في إيجاد قياسات مجهولة.

مثال 4



أجد قيمة x التي تجعل $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

الخطوة 1 أجد قيمة x التي تجعل أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة:

$$\begin{aligned} \frac{AB}{DE} &= \frac{BC}{EF} && \text{أكتب التناسبات} \\ \frac{4}{12} &= \frac{x-1}{2x+4} && \text{أعزّس} \\ 4(2x+4) &= 12(x-1) && \text{بالضرب التبادلي} \\ 8x+16 &= 12x-12 && \text{خاصية التوزيع} \\ -4x+16 &= -12 && \text{أطرح } 12x \text{ من طرفي المعادلة} \\ -4x &= -28 && \text{أطرح } 16 \text{ من طرفي المعادلة} \\ x &= 7 && \text{أقسم طرفي المعادلة على } -4 \end{aligned}$$

إجابة - (أنتحق من فهمي 3):

$$\begin{aligned} \overline{PQ} \parallel \overline{RT} &\rightarrow \begin{aligned} \angle SPQ &\cong \angle SRT \\ \angle SQP &\cong \angle STR \end{aligned} \rightarrow \Delta SPQ \cong \Delta SRT \\ &\text{معطى} && \text{زاويا متناظرة من متوازيين} && \text{مسلمة التشابه AA} \end{aligned}$$

إجابة - (توسعة):

$$\begin{aligned} \angle SVR &\cong \angle UVT && \text{متقابلتان بالرأس} \\ \angle S &\cong \angle U && \text{متبادلتان داخليًا} \\ &\rightarrow \Delta SVR \cong \Delta UVT && \text{مسلمة التشابه AA} \end{aligned}$$



- أيّن للطلبة أنّ تشابه المثلثات تطبيقات حياتية عدّة، وأذكر لهم بعضها.
- أناقش مع الطلبة خطوات حلّ المثال 5 على اللوح، وأؤكد لهم أنّه للاستفادة من تشابه المثلثين: $\Delta YZX, \Delta VWX$ وكتابة التناسب، لا بُدّ من إثبات التشابه أولاً.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أهمية تحديد حالة التشابه المناسبة بناءً على معطيات السؤال.

مثال إضافي:

« في مثال 5، أجد XV بطريقتين مختلفتين.

الطريقة 1: بعد إيجاد VW من تشابه المثلثين، أستعمل نظرية فيثاغورس، فيكون: $XV \approx 68.4 \text{ km}$.

الطريقة 2: أستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد XY ، حيث: $XY = 45 \text{ km}$ ، ثمّ أستعمل التناسب:

$$\frac{XV}{45} = \frac{41}{27} \Rightarrow XV \approx 68.3 \text{ km}$$

التدريب

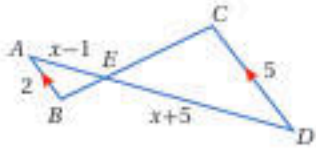
4

أترّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أترّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 6) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

أتحقّق من فهمي:

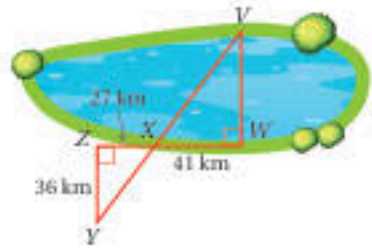
أجد قيمة x التي تجعل $\Delta ABE \sim \Delta DCE$ $x = 5$



يمكن استعمال تشابه المثلثات في بعض التطبيقات الحياتية.

مثال 5: من الحياة

بحيرة: يريد مساح قياس عرض بحيرة باستعمال تقنية المسح الميئيّة في الشكلي المجاور. أجد عرض البحيرة (VW).



الخطوة 1 أثبت أنّ $\Delta YZX \sim \Delta VWX$

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في الرأس.	$\angle ZXY \cong \angle VZW$ (1)
(2) زاويتان قائمتان.	$\angle Z \cong \angle W$ (2)
(3) مسلّمة التشابه (AA).	$\Delta YZX \sim \Delta VWX$ (3)

الخطوة 2 أجد عرض البحيرة (VW)

بما أنّ $\Delta YZX \sim \Delta VWX$ ، فيمكن استعمال التناسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لإيجاد عرض البحيرة.

افترض أنّ $VW = x$

$$\frac{YZ}{VW} = \frac{ZX}{WX}$$

أكتب التناسب

$$\frac{36}{x} = \frac{27}{41}$$

أعزّض

$$27x = 1476$$

بالضرب التبادلي

$$x \approx 54.7$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، عرض البحيرة يساوي 54.7 تقريباً.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد للطلبة أهمية المحافظة على الثروة المائية، وأطلب إليهم إعداد تقرير عن أهم مصادر المياه الموجودة في الأردن.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين 13 و 14
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 12 (أكتشف الخطأ)، ألقت انتباه الطلبة إلى تحديد الأضلاع المتناظرة في المثلثين.

الواجب المنزلي:

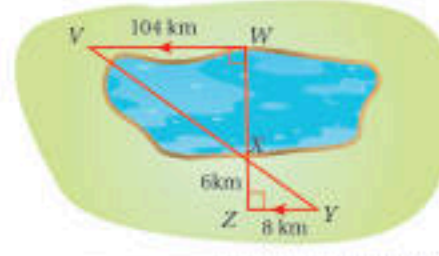
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 7, 8, 12 كتاب التمارين: (1 - 3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 8 - 10, 12 كتاب التمارين: (4 - 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 13) كتاب التمارين: (12 - 14)

أتحقق من فهمي:

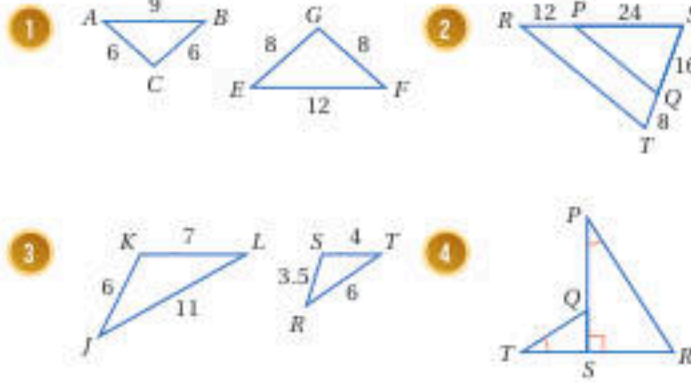
بيّن الشكل المجاور طريقة أخرى لقياس عرض البحيرات، أجد عرض البحيرة WX فيه.

أنظر الهامش.

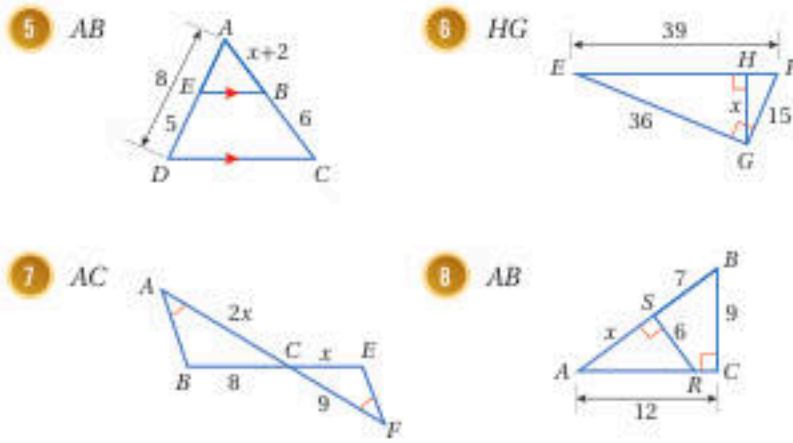


أندرب وأحل المسائل

أحدّد ما إذا كان كل مثلثين ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبزر إجابتي. (1-8) أنظر ملحق الإجابات.



أثبت أنّ كل مثلثين ممّا يأتي متشابهان، ثم أجد الطول المطلوب:



104

إجابة - (أتحقق من فهمي 5):

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle Z \cong \angle W$ قائمتان
(2) الزاويتان متبادلتان داخلياً من متوازيين.	(2) $\angle Y \cong \angle V$
(3) مسلمة التشابه AA	(3) $\triangle VWX \sim \triangle YZX$

$$WX = 78 \text{ km}$$

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:



« في الشكل المجاور يظهر قُمع على شكل مخروط قائم ارتفاعه 20 cm، وطول نصف قطر قاعدته الدائرية 8 cm، وفيه سائل ارتفاعه 12 cm، أجد قيمة r .

$$r = 4.8 \text{ cm}$$

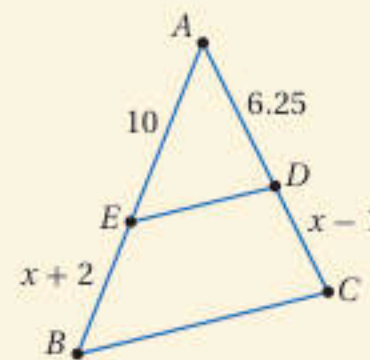
نشاط التكنولوجيا:

أوجه الطلبة للبحث في الإنترنت عن بعض تطبيقات تشابه المثلثات في الحياة، وكتابة تقرير مدعم بالصور لتلك التطبيقات، وأؤكد ضرورة توثيق مصادر المعلومات والصور.

تعليمات المشروع:

- أوجه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 6 من خطوات المشروع، برسم مثلثين باستعمال أداة المنساح، وإيجاد النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين، واستعمال المنقلة لقياس الزوايا فيهما، والتحقق من تطابق كل زاويتين متناظرتين.

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« في الشكل المجاور إذا علمت أن $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ، فأجد كلاً من: EB و DC .

$$EB = 8, DC = 5$$

إجابات - (أندرب وأحل المسائل):

(10)

المبررات	العبارات
(1) زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ	(1) $\angle GJH \cong \angle MKL$
(2) معطى.	(2) $\angle H \cong \angle L$
(3) مسلمة التشابه AA	(3) $\triangle GHJ \sim \triangle MLK$

(11)



من التشابه $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ ، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

نتائج الدرس:

- تعرّف مفهوم التمدد (التكبير أو التصغير) للمضلعات.
- إيجاد معامل التمدد k ، بحالتيه: التصغير عندما $0 < k < 1$ ، والتكبير عندما $k > 1$.
- إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في المستوى الإحداثي الناتجة من تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $k > 0$.
- إيجاد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $k < 0$.
- تحديد العلاقة بين التمدد عندما $k < 0$ والتدوير بزاوية 180° حول مركز التمدد.

نتائج التعلم القبلي:

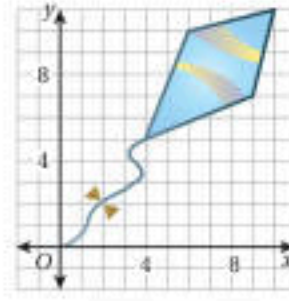
- تعيين نقطة في المستوى الإحداثي.
- رسم مضلع عُلِمَت رؤوسه في المستوى الإحداثي.
- رسم شكل تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدد شكل مرسوم تحت تأثير تمدد بمعامل صحيح موجب.
- تدوير مضلع بزاوية 180° حول نقطة الأصل.
- استعمال نظرية فيثاغورس لحساب طول ضلع في مثلث قائم الزاوية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمُتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

استكشف



صمّمت رزان الطائرة الورقية المجاورة على المستوى الإحداثي، وتريد إعادة رسم هذه الطائرة تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.5 ما إحداثيات الطائرة بعد التكبير؟

فكرة الدرس

أرسم صورة لمضلع ناتجة عن تمدد في المستوى الإحداثي.

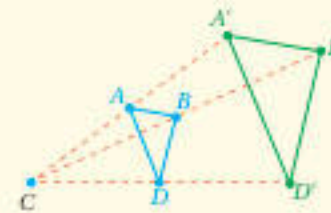
المصطلحات

التمدّد، مركز التمدّد، معامل التمدّد، التكبير، التصغير.

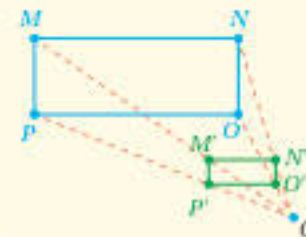
التمدّد (dilation) هو تحويل هندسي يكوّن الشكل أو يصغّره من نقطة ثابتة C تُسمى **مركز التمدّد (center of dilation)** ونسبة محددة تُسمى **معامل التمدّد (scale factor of dilation)** وقيمته k ، وهو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

التمدّد

مفهوم أساسي



- إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k حيث $k \neq 1$ و $k > 1$ فإن التمدد **تكبير (enlargement)**.



- إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k حيث $k \neq 1$ و $0 < k < 1$ فإن التمدد **تصغير (reduction)**.

1 التهيئة

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة بورقة المصادر 12: التطابق والتكبير.
- أطلب إلى المجموعات التعاون على الإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتناول بين مجموعات الطلبة، وأقدم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحل بصورة صحيحة، وأطلب إليهم عرض الحل أمام باقي الصف.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
- « هل سبق أن صنعت بيدك طائرة ورقية؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- « ما إحداثيات رؤوس الطائرة الورقية التي صممتها رزان على المستوى الإحداثي؟ $(4, 5), (6, 10), (10, 11), (9, 7)$
- « ما إحداثيات رؤوس الطائرة بعد التكبير الذي تريده رزان؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

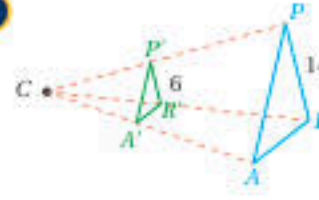
- أرسم على اللوح الشكل المُعطى في الفرع 1 من المثال 1 باستعمال لونين مختلفين للمثلثين، ثم أوجّه للطلبة السؤال الآتي:
- « أيّ المثلثين أكبر؛ المثلث الأزرق (الأصلي) أم المثلث الأخضر (الصورة)؟ المثلث الأزرق (الأصلي).
- أوضّح للطلبة أن الشكل الأصلي (المثلث الأزرق) صُغِرَ إلى الشكل الجديد (المثلث الأخضر) تحت تأثير التمدد الذي مركزه النقطة C .
- أطلب إلى الطلبة حساب النسبة $PR : P'R'$ ، أي: $\frac{P'R'}{PR}$
- أسأل الطلبة:
- « هل النسبة $\frac{P'R'}{PR}$ أقل أم أكبر من 1؟ أقل من 1
- أطلب إلى الطلبة التعبير عما استنتجوه مما سبق بلغتهم الخاصة.
- أكرّر الإجراءات السابقة للفرع 2 من المثال 1، وبعد حساب النسبة $AP : A'P'$ ، (أي: $\frac{A'P'}{AP}$)، أوضّح للطلبة أن الشكل الرباعي (الأصلي: $ONAP$) تحت تأثير التمدد الذي مركزه النقطة C ، كُبر إلى الشكل الرباعي (الصورة: $O'N'A'P'$).
- أسأل الطلبة:
- « هل النسبة $\frac{A'P'}{AP}$ أقل أم أكبر من 1؟ أكبر من 1
- أطلب إلى الطلبة التعبير عما استنتجوه مما سبق بلغتهم الخاصة.
- أناقش مع الطلبة الاستنتاجات التي توصلوا إليها عن طريق حلّ المثال، ثم أوضّح لهم المصطلحات والمفاهيم الآتية: التمدد، مركز التمدد، معامل التمدد.
- أدوّن على إحدى زوايا اللوح ملخصاً للمفهوم الأساسي الوارد في كتاب الطالب بطريقة مميزة، ومدعمة برسم مناسب.

الوحدة 7

مثال 1

أجد معامل التمدد في كل مما يأتي، ثم أجد ما إذا كان التمدد تكبيراً أم تصغيراً:

1

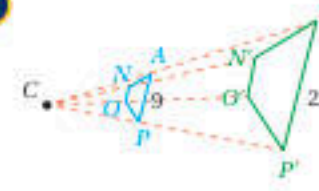


لإيجاد معامل التمدد أجد نسبة طول أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

إذن، معامل التمدد $k = \frac{3}{7}$ ، وبما أن $0 < k < 1$ فإن التمدد يُعد تصغيراً.

2



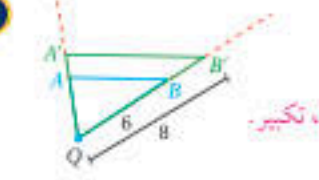
لإيجاد معامل التمدد أجد نسبة طول أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

إذن، معامل التمدد $k = \frac{8}{3}$ ، وبما أن $k > 1$ فإن التمدد يُعد تكبيراً.

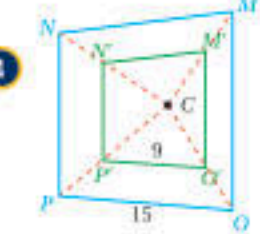
✓ **أتحقق من فهمي:**

3



$$k = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

4

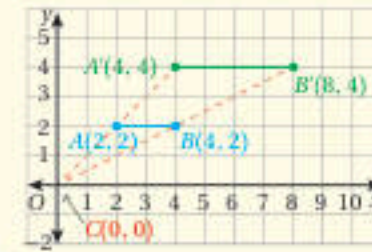


$$k = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

يمكن إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في المستوى الإحداثي الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله k بضرب إحداثيي النقطة P بمعامل التمدد k .

التمدد في المستوى الإحداثي ومركزه نقطة الأصل

مفهوم أساسي



• **بالكلمات:** لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x و y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل التمدد k .

• **بالرموز:** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

إرشادات:

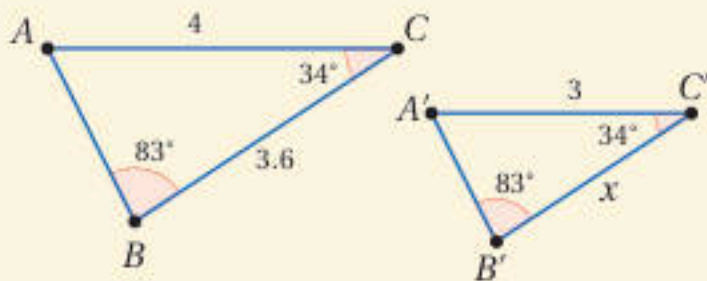
- أوجه الطلبة في حصة سابقة إلى تجهيز لوح صغير لكل منهم مصنوع من طبق كرتون مقوّى ومغلف بلاصق شفاف، بحيث يُمثل المستوى الإحداثي؛ تسهيلاً لتنفيذ إجراءات الرسم خلال الدرس.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن مصطلح (تمدد) لا يعني بالضرورة تكبير الشكل الهندسي، وأن تكبيره أو تصغيره يعتمد على قيمة معامل التمدد.
- أؤكد للطلبة أن معامل التمدد هو النسبة التي تنتج من قسمة طول ضلع في الصورة على طول الضلع المناظر في الشكل الأصلي.

تنويع التعليم

يُفضّل استعمال اللون الأزرق للشكل الأصلي، واللون الأخضر للصورة عند تقديم مفهوم التمدد للطلبة تماشياً مع كتاب الطالب، لِمَا لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل التمدد، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، أبين أن المثلثين متشابهين، ثم أجد معامل تمدد ΔABC إلى $\Delta A'B'C'$ ، ثم أجد قيمة x .



يتشابه المثلثان بالمسلّمة (AA)، $k = 0.75$ ، $x = 2.7$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكّرر المصطلحات الرياضية الواردة ذكّرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

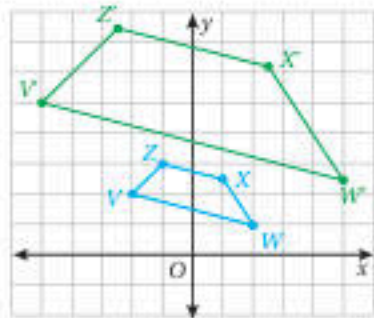
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجة.

مثال 2

1 إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $VZXW$ هي: $V(-2, 2)$, $Z(-1, 3)$, $X(1, 2.5)$, $W(2, 1)$. أمثل بيانياً $VZXW$ وصورة الناتجة عن تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 2.5

الخطوة 1 أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد 2.5

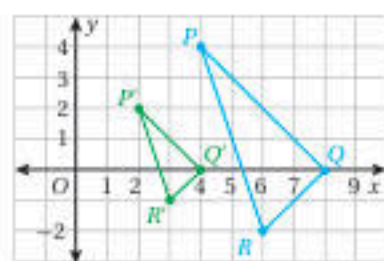


النقطة الأصلية	→	الصورة
(x, y)	→	$(2.5x, 2.5y)$
$V(-2, 2)$	→	$V'(-5, 5)$
$Z(-1, 3)$	→	$Z'(-2.5, 7.5)$
$X(1, 2.5)$	→	$X'(2.5, 6.25)$
$W(2, 1)$	→	$W'(5, 2.5)$

2 أمثل بيانياً $VZXW$ وصورة $V'Z'X'W'$

2 إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ هي: $P(4, 4)$, $Q(8, 0)$, $R(6, -2)$. أمثل بيانياً $\triangle PQR$ وصورة الناتجة عن تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $\frac{1}{2}$

الخطوة 1 أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد $\frac{1}{2}$



النقطة الأصلية	→	الصورة
(x, y)	→	$(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$
$P(4, 4)$	→	$P'(2, 2)$
$Q(8, 0)$	→	$Q'(4, 0)$
$R(6, -2)$	→	$R'(3, -1)$

2 أمثل بيانياً $\triangle PQR$ وصورة $\triangle P'Q'R'$

تحقق من فهمي:

3 إحداثيات رؤوس $\triangle ABC$ هي: $A(2, 1)$, $B(4, 1)$, $C(4, -1)$. أمثل بيانياً $\triangle ABC$ وصورة الناتجة عن تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 1.5. أنظر الهامش.

4 إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $KLMN$ هي: $K(-3, 6)$, $L(0, 6)$, $M(3, 3)$, $N(-3, -3)$. أمثل بيانياً $KLMN$ وصورة الناتجة عن تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $\frac{1}{3}$. أنظر الهامش. إرشاد: استعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

- أقدم المفهوم الأساسي للتمدد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، بتنفيذ الإجراءات الآتية:

« أطلب إلى الطلبة رسم القطعة المستقيمة AB حيث $A(2, 2)$, $B(4, 2)$ في المستوى الإحداثي.

« أطلب إليهم إيجاد إحداثيات النقطتين: $A' = 2A$, $B' = 2B$ وتمثيلهما على المستوى الإحداثي نفسه.

« أطلب إليهم التوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين A, A' ، والتوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين B, B' .

« أطلب إليهم إيجاد طول كل من القطعتين المستقيمتين: $\overline{AB}$ و $\overline{A'B'}$.

« أطلب إلى الطلبة التعبير عما استنتجوه مما سبق بلغتهم الخاصة.

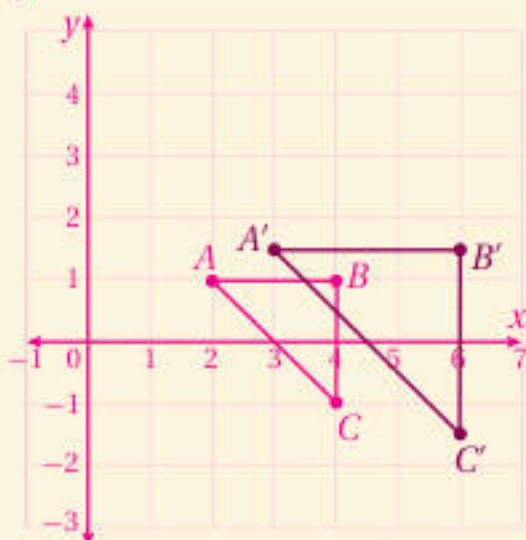
- أناقش الطلبة في استنتاجاتهم، ثم أدون على إحدى زوايا اللوح مفهوم التمدد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي بالكلمات والرموز.

- أناقش مع الطلبة حل الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أن معامل التمدد 2.5، يدل على التكبير؛ لأنه أكبر من 1.

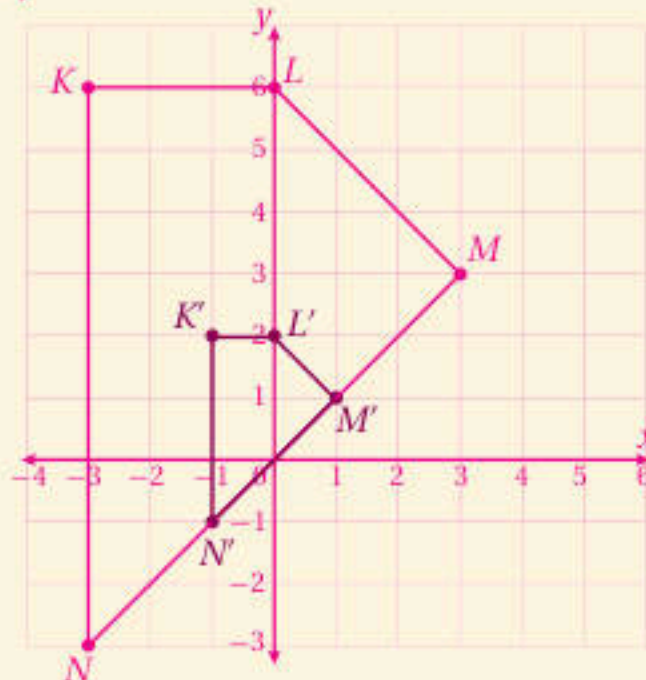
- أناقش مع الطلبة حل الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أن معامل التمدد $\frac{1}{2}$ يدل على التصغير؛ لأنه يقع بين 0 و 1.

إجابة - (تحقق من فهمي 2):

2)



3)



- أخبر الطلبة أن الصورة في المثالين (1) و (2) السابقين نتجت من معامل تمدد موجب، ثم أوجه لهم السؤال الآتي:

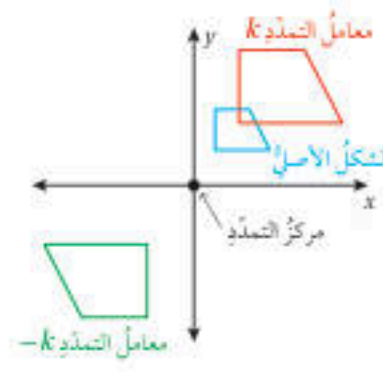
« ماذا يحدث للشكل إذا كان معامل التمدد عددًا سالبًا؟ ستختلف إجابات الطلبة.

- أوضح للطلبة أنه في المستوى الإحداثي، إذا كان مركز التمدد نقطة الأصل، وكان معامل التمدد هو $(-k)$ ، فإن ذلك يكافئ تمددًا بمعامله $(+k)$ متبوعًا بدوران مقداره 180° حول نقطة الأصل (مركز التمدد).
- ناقش الطلبة بخطوتي حل المثال 3، وأوضح لهم تأثير معامل التمدد $(-\frac{1}{2})$.

إرشاد:

- أوضح للطلبة أنه عند ضرب مسقطي نقطة في المستوى الإحداثي بعدد سالب، يتغير موقع النقطة في أرباع المستوى الإحداثي بصورة تدوير بزاوية 180°

مثال: عند ضرب النقطة $(2, 3)$ التي تقع في الربع الأول بالعدد -1 ، فإن النقطة الناتجة $(-2, -3)$ تقع في الربع الثالث، وكأنا عملنا دورًا للنقطة $(2, 3)$ مقداره 180°



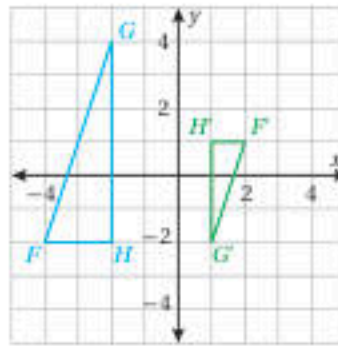
تعلّمت في المثال السابق كيف أجّد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله موجب $(k > 0)$ ، ويمكن أيضًا إيجاد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله سالب $(k < 0)$ باستعمال القاعدة نفسها.

إن تمدد الشكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير معامل تمدد قيمته $(-k)$ حيث k عدد موجب ومركزه نقطة الأصل، هو نفسة تمدد الشكل تحت تأثير تمدد بمعامله k متبوعًا بدوران مقداره 180°

مثال 3

إحداثيات رؤوس $\triangle FGH$ هي: $F(-4, -2)$, $G(-2, 4)$, $H(-2, -2)$. أمثل بيانيًا $\triangle FGH$ وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $-\frac{1}{2}$

الخطوة 1 أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد $-\frac{1}{2}$



الشكل الأصلي	الصورة
(x, y)	$(-\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y)$
$F(-4, -2)$	$F'(2, 1)$
$G(-2, 4)$	$G'(1, -2)$
$H(-2, -2)$	$H'(1, 1)$

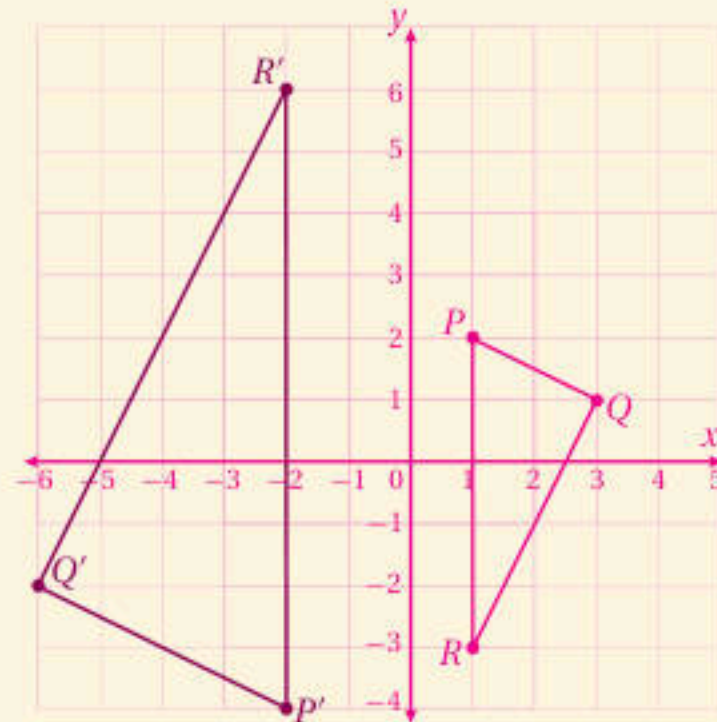
الخطوة 2 أمثل بيانيًا $\triangle FGH$ وصورته $\triangle F'G'H'$

أتتحقق من فهمي:

إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ هي: $P(1, 2)$, $Q(3, 1)$, $R(1, -3)$. أمثل بيانيًا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله -2 . **أنظر الهامش.**

إرشاد: استعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إجابة - (أتتحقق من فهمي 3):



أندرب وأحل المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أندرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1, 2, 5, 7, 8) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلا منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليشركا في حل الأسئلة.

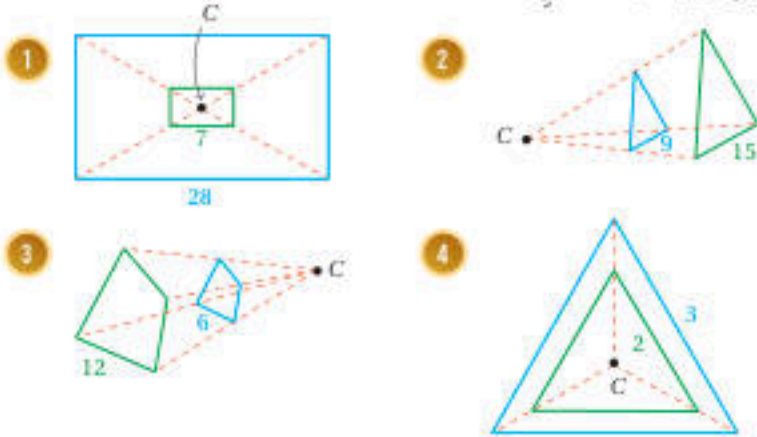
مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (11 - 13).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 12 (تحد)، أذكر الطلبة بأن معامل التمدد عندما يكون أكبر من 1 ($k > 1$) فإنه يدل على حصول تكبير للمثلث الأصلي.

أندرب وأحل المسائل

إذا كان الشكل باللون الأخضر صورةً للشكل باللون الأزرق تحت تأثير تمدد مركزه C ، فأجد معامل التمدد في كل مما يأتي، ثم أحدد ما إذا كان التمدد تكبيرًا أم تصغيرًا، وأجد قيمة المتغير:



(1) $k = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ تصغير.

(2) $k = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ تكبير.

(3) $k = \frac{12}{6} = 2$ تكبير.

(4) $k = \frac{2}{3}$ تصغير.

انسُخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعات، ثم أرسّم صورةً له تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل، باستعمال معامل التمدد المعطى أسفله:

(5-10) أنظر ملحق الإجابات.



معامل التمدد 1.5

معامل التمدد 0.5

أمثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم أمثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من المسائل الآتية:

7. $B(-5, -10), C(-10, 15), D(0, 5); k = \frac{1}{5}$
8. $L(0, 0), M(-4, 1), N(-3, -6); k = -4$
9. $W(8, -2), X(6, 0), Y(-6, 4), Z(-2, 2); k = -\frac{1}{2}$
10. $X(-1, 2), Y(2, 1), Z(-1, -3); k = \frac{7}{2}$

الواجب المنزلي:

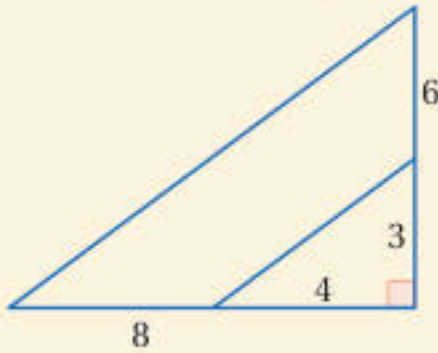
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 3, 4, 6 كتاب التمارين: 9, (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 4, (6 - 8), 11 كتاب التمارين: (6 - 10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 4, 6, (10 - 13) كتاب التمارين: 3, 6, 7, 10, 11

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« أراد مزارع تجريب زراعة نوع من بذور القمح المحسنة، فخصص لذلك جزءاً على شكل مثلث قائم الزاوية من أرضه طولاً ضلعي الزاوية القائمة: 3 m, 4 m، وبعد نجاح تجربته وإنتاج نوعية أفضل من القمح، قرّر إجراء تمديد لضلعي الزاوية القائمة في المثلث بحيث تصبح: 6 m, 8 m، كما في الشكل الآتي؛ بهدف زيادة الكمية المنتجة من بذور القمح المحسنة. أجد كلاً مما يأتي:



- 1 النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين.
- 2 النسبة بين محيطي المثلثين.
- 3 النسبة بين مساحتي المثلثين.
- 4 أدون ما ألاحظه. أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:



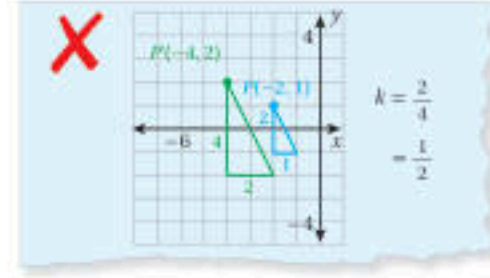
أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية

في إيجاد إحداثيات صورة النقطة (x, y) في المستوى الإحداثي الناتجة من تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله k .

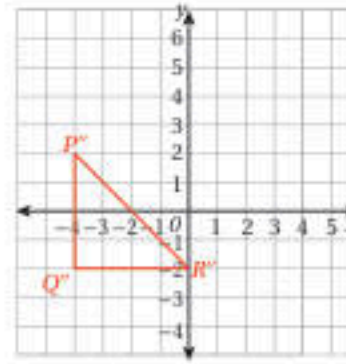
تعليمات المشروع:

- أوجه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 7 من خطوات المشروع، والاستعداد لعرض أعمال المجموعات.
- أحدّد للطلبة حصة معينة لعرض أعمال المجموعات وتقييمها باستعمال أداة سلم التقدير العددي.

11 **اكتشف الخطأ:** في الحل الآتي، أوجد سميّ معامل التمديد الذي يجعل المثلث الأخضر صورة للمثلث الأزرق تحت تأثير تمديد مركزه نقطة الأصل. اكتشف الخطأ في حله، وأصحّحه.



12 **تحذّر:** المثلث المبين في الشكل الآتي هو صورة لمثلث تحت تأثير تحويلين هندسيين: تمديد بمعامل 2 ومركزه نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المحور y . أجد إحداثيات رؤوس المثلث الأصلي، وأبّر خطوات الحل.



13 **مسألة مفتوحة:** أرسم مضلعاً في المستوى الإحداثي، ثم أرسم تكبيراً وتصغيراً باختيار معامل ومركز تمديد مناسبين. أنظر إجابات الطلبة.

14 **اكتف:** كيف أجد صورة لمضلع في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمديد مركزه نقطة الأصل ومعامله k ؟ أنظر إجابات الطلبة.

11 الخطأ أنه حسب نسبة طول أحد أضلاع الشكل الأصلي إلى طول الضلع المناظر له في الصورة، وعكس هذه النسبة هو الصحيح، أي: $k = \frac{4}{2} = 2$.

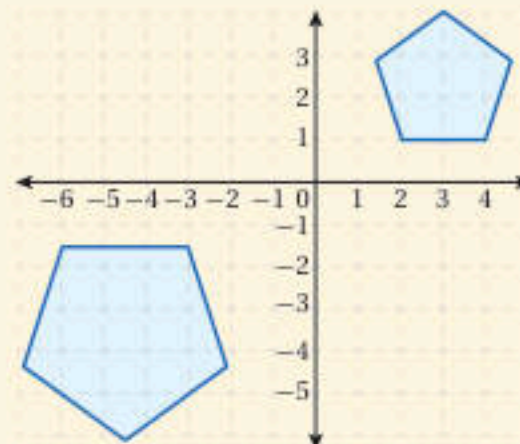
إرشاد

لإيجاد إحداثيات الشكل الأصلي، أجز الانعكاس أولاً حول المحور y ، ثم التمديد.

12

الرؤوس قبل الانعكاس وبعد التمديد:
 $P(4, 2), Q(4, -2), R(0, -2)$
الرؤوس الأصلية:
 $P(2, 1), Q(2, -1), R(0, -1)$

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« في الشكل المجاور، ما قيمة معامل التمديد الذي مركزه نقطة الأصل للخماسي المنتظم المرسوم في الربع الأول؟ -1.5

اختبار نهاية الوحدة

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة (1-4) فرديًا، وأتجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعًا في حل بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (5-21)، وأتجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها؛ لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 5، أذكر الطلبة بأنه لإثبات أن شكلًا رباعيًا هو متوازي أضلاع، يكفي إثبات أنه يوجد لهذا الشكل الرباعي زوج من ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين، أو إثبات أن كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- في السؤال 7، يمكن حل السؤال بحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف أو بطريقة التعويض، بالاستفادة من مجموع قياس الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- في السؤالين 14 و 15، أذكر الطلبة بمسألة تشابه مثلثين (AA)، ونظريته: (SSS)، و (SAS).

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 في $\square LMNK$ المجاور، ما قيمة s ؟

 a) 5 **b) 20**
 c) 40 d) 70

2 تمثل النقاط $(-2, 2)$, $(1, -6)$, $(8, 2)$ رؤوس متوازي أضلاع. أي النقاط الآتية تمثل الرأس الرابع للموازي؟
 a) (5, 6) b) (14, 3)
c) (11, -6) d) (8, -8)

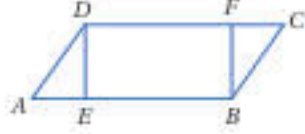
3 يبين الشكل المجاور المستطيل $RSBF$ ، إذا كان $SF = 2x + 15$ و $RB = 5x - 12$ ، فإن طول قطر المستطيل يساوي:

 a) 9 b) 1
 c) 18 **d) 33**

4 ما طول TU في الشكل المجاور؟

 a) 36 b) 90
 c) 40 **d) 48**

5 في الشكل الآتي، إذا كان $DFBE$ متوازي أضلاع، وكان $AE = CF$ ، فأثبت أن $ADCB$ متوازي أضلاع باستعمال البرهان ذي العمودين. **أنظر الهامش.**



أجد قيمتي x و y اللتين تجعلان كل شكلين رباعي متوازي أضلاع:

6 $x = 5$

7 $x = 21, y = 39$

يبيّن الشكل المجاور المستطيل $QRST$. أجد كلاً مما يأتي:

8 $x = 5$ 9 $m\angle RPS = 52^\circ$

استعمل $\square ABCD$ المجاور لأجد كلاً مما يأتي:

10 $m\angle AFD = 97^\circ$ 11 $m\angle BCF = 49^\circ$

12 $y = 11$ 13 $x = 5$

إجابة - (اختبار نهاية الوحدة):

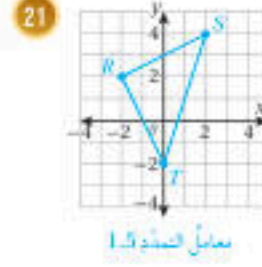
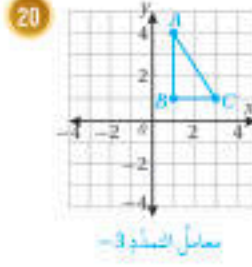
(5)

المبررات	العبارات
(1) تعريف متوازي الأضلاع.	(1) $\overline{DF} \parallel \overline{EB}$
(2) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.	(2) $DF = EB$
(3) معطى.	(3) $FC = AE$
(4) جمع الطرفين في البندين 2 و 3	(4) $DC = AB$
(5) $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ ضلعان متقابلان ومتطابقان ومتوازيان في شكل رباعي.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع

تدريب على الاختبارات الدولية

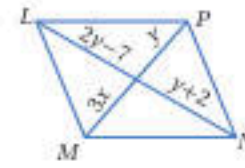
- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فرديًا، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

انسُخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعات، ثم أرسُم صورة له تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصلي، باستعمال معاملي التمدد المعطى أسفله: (20-21) أنظر ملحق الإجابات.



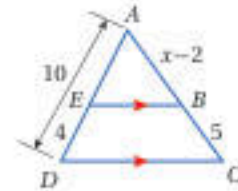
تدريب على الاختبارات الدولية

22 قيمة x التي تجعل الشكل الرباعي $MLPN$ متوازي أضلاع هي:



- a) 1 b) 3 c) 9 d) 27

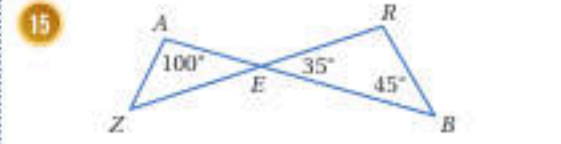
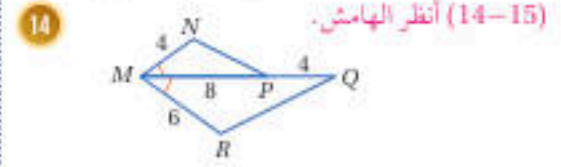
23 قيمة x في الشكل المجاور هي:



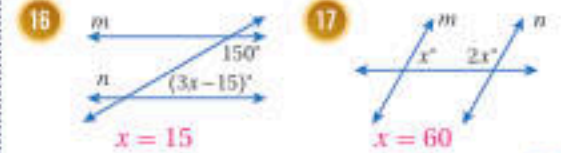
- a) 9.5 b) 5
c) 4 d) 6.5

أحدد ما إذا كان كل مثلثين مما يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك فأكتب عبارة التشابه، وأبرر إجابتي:

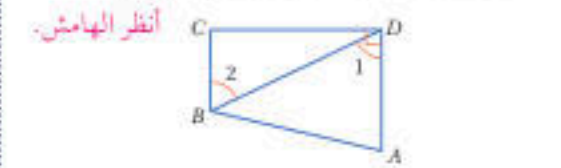
(14-15) أنظر الهامش.



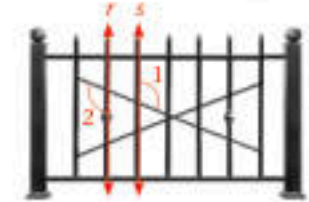
أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كل مما يأتي:



18 استعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لأثبت أن $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ باستعمال البرهان السهمي.



19 ساج: بين الشكل الآتي ساجًا مكونًا من قطع حديدية مرتبة باتجاهات مختلفة. إذا افترضت أن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فهل المستقيمان r و s متوازيان؟ أبرر إجابتي.



نعم، متوازيان؛ لأن الزاويتين متطابقتان ومتبادلتان خارجيًا.

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

15 قياسات زوايا المثلث الصغير $35^\circ, 45^\circ, 100^\circ$. قياسات زوايا المثلث الكبير $35^\circ, 45^\circ, 100^\circ$. المثلثان متشابهان بمسألة التشابه AA، $\triangle AEZ \sim \triangle REB$.

18



العبارات
(1) $\frac{MN}{MR} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
(2) $\frac{MP}{MQ} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
(3) $\angle NMP \cong \angle RMQ$ معطى.
(4) $\triangle NMP \sim \triangle RMQ$ بنظرية التشابه SAS.

كتاب التمارين

الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة 7

استعدّ لدراسة الوحدة

الطريقة 2: أوجد النسبة بين الإحداثي y للرأس C والإحداثي y للرأس A المناظر له: $\frac{y_2}{y_1} = \frac{0}{2} = 2$

إذن، معامل التكبير يساوي 2

(b) أوجد إحداثي الرأس D

نضع إحداثي الرأس D على ضرب إحداثي الرأس B المناظر له في معامل التكبير:

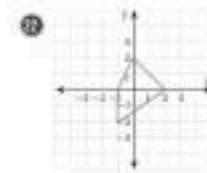
$$(3, 0) \rightarrow (3 \times 2, 0 \times 2) \rightarrow (6, 0)$$

إذن، $D(6, 0)$

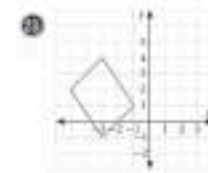
رسم شكل تحت تأثير تكبير (الدرس 6)

1) ارسم $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(0, 2)$, $B(2, -1)$, $C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثم ارسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل وتعاظمه 4. (21-23) انظر ملحق الإجابات.

انسخ كل مضلع مثا ياتي على ورقة مرئعات، ثم ارسم صورة له تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل، باستعمال معامل التكبير المعطى:



معامل التكبير 3



معامل التكبير 4

25

الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة 7

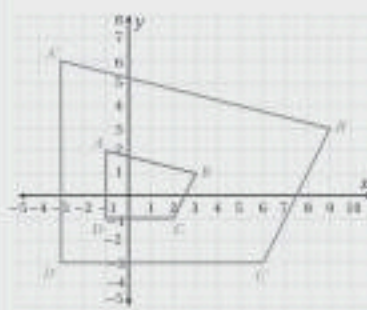
استعدّ لدراسة الوحدة

مثال: ارسم المضلع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(-1, 2)$, $B(3, 1)$, $C(2, -1)$, $D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثم ارسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل وتعاظمه 3.

1) ارسم المضلع $ABCD$ في المستوى الإحداثي:



2) ارسم المضلع $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثي:



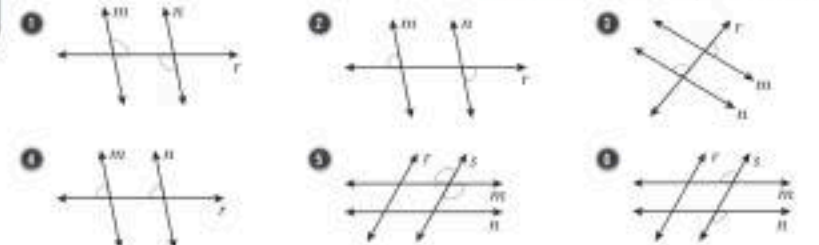
أوجد إحداثيات رؤوس الصورة $A'B'C'D'$ والإحداثي x والإحداثي y لكل رأس من رؤوس الشكل الأصلي في 3

إحداثيات الرؤوس	إحداثيات الصورة
(x, y)	$(3x, 3y)$
$A(-1, 2)$	$A'(-3, 6)$
$B(3, 1)$	$B'(9, 3)$
$C(2, -1)$	$C'(6, -3)$
$D(-1, -1)$	$D'(-3, -3)$

26

الدرس 1 إثبات توازي المستقيمان وتعامدهما

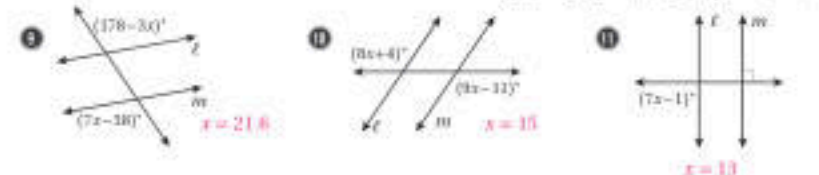
أخذنا ما إذا كانت المعلومات الواردة في كل شكل مثا ياتي كافية لإثبات أن $m \parallel n$ ، وإلا كانت كذلك فاستعملها لإثبات توازي المستقيمتين: (1-8) انظر ملحق الإجابات.



1) في الشكل الأتي، إذا كان $\angle 5 = \angle 6$ و $r \parallel s$ ، فأثبت أن $m \parallel n$ باستعمال البرهان ذي العمودتين.



أوجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كل مثا ياتي:



2) ناقضه: أوجد أي المستقيمتين في النافذة المجاورة متوازيتين، أبرز إجابتك باستعمال مسلمة أو نظرية.

(أو عكس نظرية القاطع العمودي، عكس مسلمة الزاويتين المناظرتين)

27

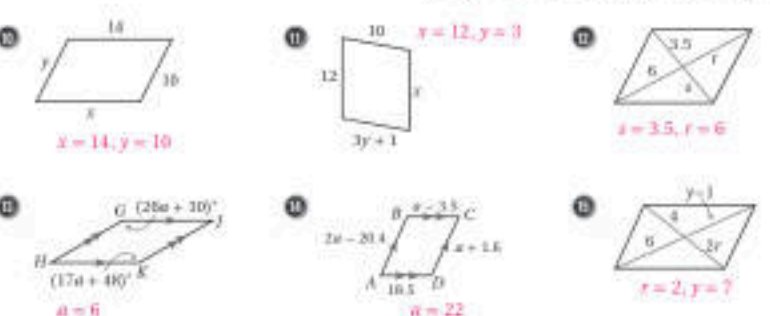
الدرس 2 متوازي الاضلاع

أوجد قياس كل مثا ياتي في $LMNQ$ المجاور، وأبرز إجابتك: (1-8) انظر ملحق الإجابات.



4) أوجد قيم كل من المتغيرين x و y في $PQRS$ المجاور إذا كانت: $PT = x + 2$, $TR = y$, $QT = 2x$, $TS = y + 3$
 $x = 5, y = 7$

أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازيات الاضلاع الآتية:



10) في الشكل الأتي، إذا كان $WXYZ$ و $BSTW$ متوازيين، فأثبت أن $\angle R = \angle X$ باستعمال البرهان ذي العمودتين، انظر ملحق الإجابات.



28

كتاب التمارين

الدرس 3 تمييز متوازي الأضلاع

أحد النظرية التي يمكن استخدامها لإثبات أن الشكل الرباعي في كل من متوازي الأضلاع:

- كل ضلعين متقابلين متطابقين.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتين.
- أضلاع متقابلان متوازيان.

أوجد قيمة x و y اللتين تجعلان كل شكل رباعي متوازي أضلاع:

- $\begin{cases} 4x + 13 \\ 4y + 7 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 8 \\ 5x - 12 \end{cases}$
 $x = 25, y = 15$
- $\begin{cases} 4y - 3 \\ 7x - 9 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x + 6 \\ 8y + 1 \end{cases}$
 $x = 3, y = 4$
- $\begin{cases} 6x - 12 \\ 4y - 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 4y - 8 \\ 6x - 12 \end{cases}$
 $x = 12, y = 22$

- استعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لكتابة برهانٍ سلميٍّ لإثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
أنظر ملحق الإجابات.

- أمثل الرؤوس $A(-5, -2)$, $B(-3, 3)$, $C(4, 3)$, $D(2, -2)$ في المستوى الإحداثي، ثم أوجد إحداثيات الرأس D الذي يجعل الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، وأبرز إجابتك. النقطة $(2, -2)$ الضلع AD أفقي، ميله يساوي صفراً وطوله يساوي 7 وحدات، وهو يقطع BC ويوزعه، فيكون الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

- يقول صديق: إنه يمكن إثبات أن الشكل الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع باستعمال مكي نظرية الأضلاع المتطابقة في متوازي الأضلاع. اكتشف الخطأ في قول صديق.
الخطأ: لا توجد معلومات تكفي أن $KM = LN$ لتطبيق النظرية.

29

الدرس 4 حالات خاصة من متوازي الأضلاع

إذا كان $ABCD$ مستطيلاً، فأوجد طول كل قطر من قطريه في الحالات الآتية:

- $AC = 2(x-3)$, $BD = x+5-16$
- $AC = 2(5a+1)$, $BD = 2(a+9)$ 22

أوجد قياسات الزوايا المرفقة في كل تعين متوازي:

- $m\angle 1 = 90^\circ$, $m\angle 2 = 90^\circ$, $m\angle 3 = 58^\circ$, $m\angle 4 = 30^\circ$
- $m\angle 1 = m\angle 4 = 32^\circ$
- $m\angle 3 = 113^\circ$, $m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 4 = 33.5^\circ$

أوجد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل متوازي مستطيلاً أم تعيناً لم مربعاً، وأبرز إجابتك:

- $SO = TP$
- مربع، لأن أضلاعه متطابقة وزواياه قائمة.
- في الشكل المجاور، إذا كان كل من $QRTV$ و $QRST$ تعيناً، فاثبت أن $\triangle QRT$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.
- بين الشكل المجاور المربع $XWZY$. إذا كان $WT = 3$ ، فأوجد كل ما يأتي:
 - $m\angle WZT = 90^\circ$
 - $m\angle WYZ = 45^\circ$
 - $ZX = 6$
 - $XZ = 4\sqrt{2}$

- اكتشف الخطأ: أنظر الحل المجاور. واكتشف الخطأ في البرهان، وأصححه، علماً بأن $PQRS$ تعين.
الخطأ: أن الزاويتين غير متطابقتين، والصحيح أن مجموع قياسيهما يساوي 90° فيكون $x = 55^\circ$

30

الدرس 5 تشابه المثلثات

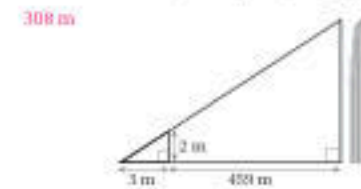
أحد ما إذا كان كل مثلثين متوازي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك فاذكر عبارة التشابه، وأبرز إجابتك.

- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

استعمل الشكل المجاور لإكمال كل ما بين القوس الآتية:

- $\triangle ACG \sim \triangle CEF$
- $\triangle DCF \sim \triangle BCG$
- $\triangle ACB \sim \triangle ECD$
- $m\angle BCF = 37^\circ$
- $m\angle ECD = 82^\circ$
- $CF = 12$
- $BC = 4\sqrt{2}$
- $DE = 21$

قوّي: أوجد ارتفاع البرج في الشكل الآتي باستعمال تشابه المثلثات.



أوجد قيمة المتغير x في كل زوج من المثلثات المتشابهة الآتية:

- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

31

الدرس 6 التمدد

أوجد معامل التمدد في كل متوازي:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{4}$

أشع كل مضلع متوازي على ورقة مربعات، ثم أرسم صورة له تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل، باستعمال معامل التمدد المعطى أسفله. (4-9) أنظر ملحق الإجابات.

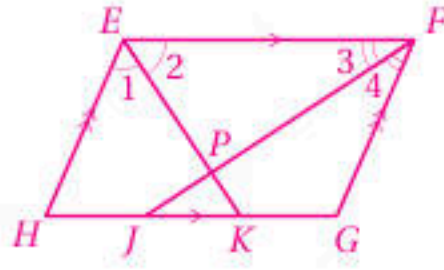
- معامل التمدد 3.5
- معامل التمدد -2
- معامل التمدد 0.5
- معامل التمدد 2
- معامل التمدد -3
- معامل التمدد 0.5

أمثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم أثل صورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من المسائلتين الآتيتين: (10, 11) أنظر ملحق الإجابات.

- $X(6, -1)$, $Y(-2, -4)$, $Z(1, 2)$; $k = 3$
- $T(9, -3)$, $U(6, 0)$, $V(3, 9)$, $W(0, 0)$; $k = \frac{2}{3}$

32

الدرس 2 (إجابة بند إثراء):

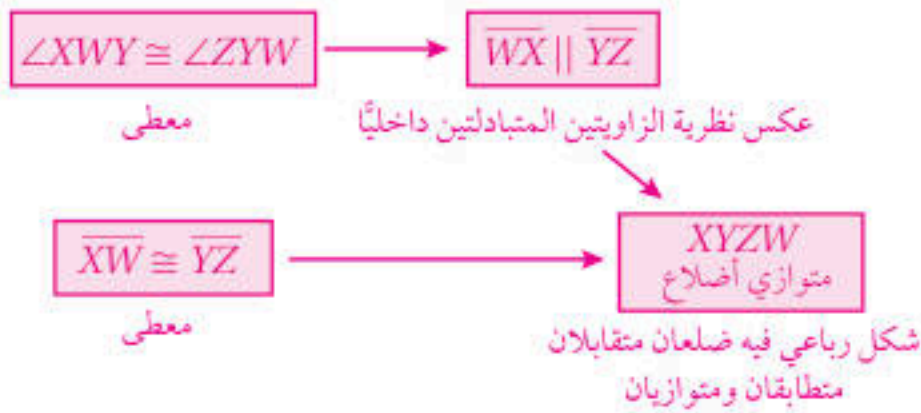


المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle 1 \cong \angle 2$
(2) معطى.	(2) $\angle 3 \cong \angle 4$
(3) لأن $\angle E$ و $\angle F$ متحالفتان.	(3) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$
(4) من المعطيات.	(4) $2(m\angle 2) + 2(m\angle 3) = 180^\circ$
(5) نتيجة الخطوة 4.	(5) $m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$
(6) مجموع زوايا المثلث.	(6) $m\angle EPF = 90^\circ$
(7) لأن $\angle EPF$ قائمة.	(7) $\overline{EK} \perp \overline{FJ}$

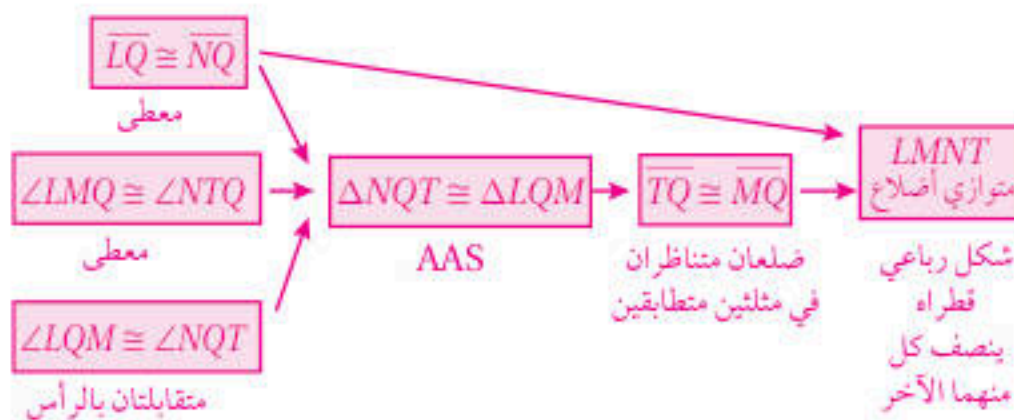
الدرس 3 (أندرب وأحل المسائل):

- 1) متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- 2) متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- 3) لا يمكن الحكم أنه متوازي أضلاع من المعطيات الموجودة.

(7)



(8)

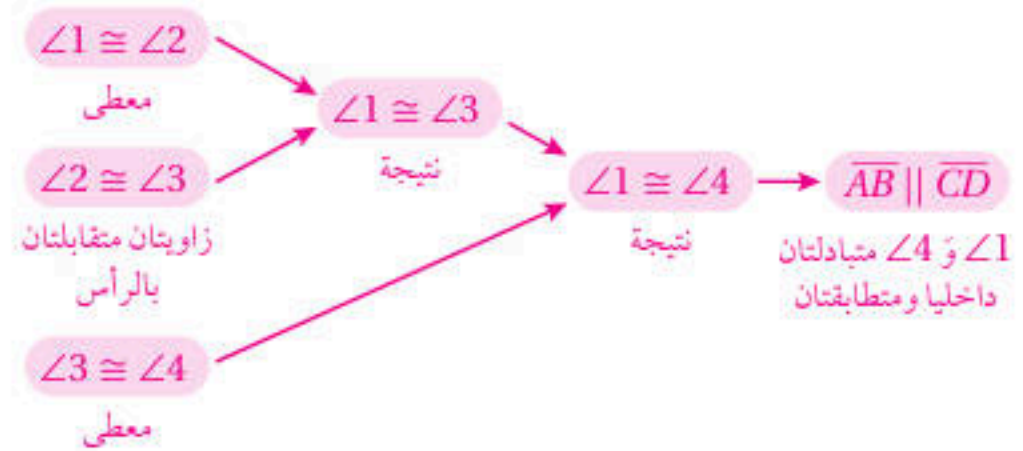


الدرس 1 (أندرب وأحل المسائل):

(11)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\overline{MJ} \parallel \overline{NK}$
(2) زاويتان متناظرتان.	(2) $\angle 1 \cong \angle 3$
(3) معطى.	(3) $\angle 1 \cong \angle 2$
(4) نتيجة.	(4) $\angle 1 \cong \angle 3$
(5) معطى.	(5) $\angle 3 \cong \angle 4$
(6) نتيجة.	(6) $\angle 2 \cong \angle 4$
(7) $\angle 4$ و $\angle 2$ عكس مسأمة الزاويتين المتناظرتين.	(7) $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$

(12)



الدرس 2 (أندرب وأحل المسائل):

(14)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $GDKH$ متوازي أضلاع
(2) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.	(2) $\overline{DK} \cong \overline{GH}$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle K \cong \angle G$
(4) $\angle DJK$ معطى، $\angle HFG$ تبادل داخلياً الزاوية القائمة القائمة FHJ في متوازي أضلاع.	(4) $\angle DJK \cong \angle HFG$ زاويتان قائمتان
(5) AAS	(5) $\triangle DJK \cong \triangle HFG$

(15)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\triangle AKM$ متطابق الضلعين
(2) زاويتا قاعدة في مثلث متطابق الضلعين.	(2) $\angle A \cong \angle CMD$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle A \cong \angle BCD$
(4) نتيجة الخطوتين 2 و 3.	(4) $\angle BCD \cong \angle CMD$

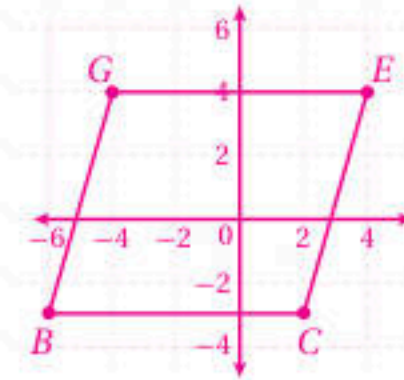
(9)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\triangle TRS \cong \triangle RTW$
(2) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.	(2) $\angle STR \cong \angle WRT$
(3) الزاويتان $\angle WRT$ و $\angle STR$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	(3) $\overline{ST} \parallel \overline{RW}$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(4) $\overline{ST} \cong \overline{RW}$
(5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.	(5) $RSTW$ متوازي أضلاع

(10)

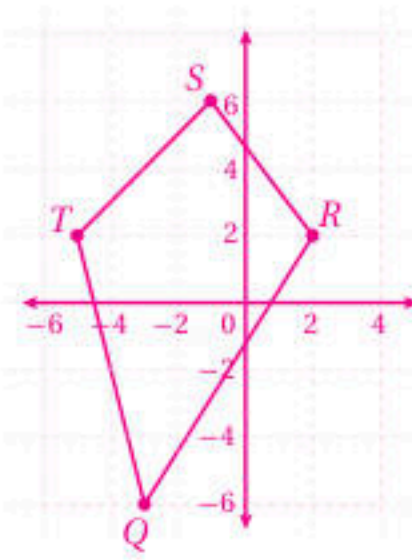
المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle ANL \cong \angle DLN$
(2) الزاويتان $\angle ANL$ و $\angle DLN$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	(2) $\overline{AN} \parallel \overline{DL}$
(3) معطى.	(3) $\angle ALN \cong \angle DNL$
(4) الزاويتان $\angle ALN$ و $\angle DNL$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	(4) $\overline{AL} \parallel \overline{DN}$
(5) تعريف متوازي الأضلاع.	(5) $ANDL$ متوازي أضلاع

(14)



المبررات	العبارات
(1) ميل $\overline{BG} = \frac{7}{2}$ ميل $\overline{CE} = \frac{7}{2}$	(1) $\overline{BG} \parallel \overline{CE}$
(2) ميل $\overline{BC} = 0$ ميل $\overline{GE} = 0$	(2) $\overline{BC} \parallel \overline{GE}$
(3) تعريف متوازي أضلاع.	(3) الشكل $BCEG$ متوازي أضلاع

(15)



الأضلاع المتقابلة غير متوازية؛ لأن:

ميل $\overline{QT} = -4$ ، ميل $\overline{RS} = \frac{-4}{3}$ ، ميل $\overline{QR} = \frac{8}{5}$ ، ميل $\overline{TS} = 1$

إذن؛ المضلع $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

(16) $D(4, 0)$

ميل $\overline{AB} = \text{ميل } \overline{DC} = 3$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

ميل $\overline{BC} = \text{ميل } \overline{AD} = \frac{-2}{3}$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{BC}$

(17) $E(6, 6)$

ميل $\overline{AB} = \text{ميل } \overline{CE} = 3$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$

ميل $\overline{BE} = \text{ميل } \overline{AC} = \frac{1}{4}$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$

(19)

المبررات	العبارات
(1) أنصاف أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.	(1) $\overline{AM} \cong \overline{OC}$ ، $\overline{BM} \cong \overline{DO}$
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(2) $\angle M \cong \angle O$
(3) SAS	(3) $\triangle AMB \cong \triangle DOC$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(4) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
(5) المبررات السابقة.	(5) $\overline{DA} \cong \overline{CB}$
(6) شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.	(6) $ABCD$ متوازي أضلاع

الدرس 4 (أندرب وأحل المسائل):

(24)



الدرس 5 (أندرب وأحل المسائل):

(1) النسبة بين طولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأصغر وطولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأكبر $\frac{3}{4}$ ، النسبة بين أطول ضلعين في كل من المثلثين $\frac{3}{4}$ ، إذن؛ المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SSS، $\triangle ACB \sim \triangle EGF$

(2) الزاوية S مشتركة بين المثلثين والنسبة بين طولي الضلعين اللذين يحصران الزاوية S في المثلثين هي $\frac{2}{3}$.

المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS، $\triangle PSQ \sim \triangle RST$

(3) النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة $\frac{6}{11}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $\frac{7}{12}$. المثلثان غير متشابهين.

(4) يوجد زوجان من الزوايا المتناظرة المتطابقة. المثلثان متشابهان بمسألة التشابه AA، $\triangle TSQ \sim \triangle PSR$

(5) $\angle ABE \cong \angle ACD$ ، $\angle AEB \cong \angle ADC$ زوايا متناظرة من متوازيين. بمسألة التشابه AA، $\triangle AEB \sim \triangle ADC$ ، $AB = \frac{18}{5}$

(6) $\angle EGF \cong \angle GHF$ زاويتان قائمتان، $\angle F$ زاوية مشتركة بين المثلثين. بمسألة التشابه AA، $\triangle EGF \sim \triangle GHF$ ، $HG = \frac{180}{13}$

(7) $\angle ACB \cong \angle ECF$ زاويتان متقابلتان بالرأس، $\angle A \cong \angle F$ معطى. بمسألة التشابه AA، $\triangle ACB \sim \triangle FCE$ ، $CE = 6$ ، $AC = 12$

(8) $\angle ASR \cong \angle ACB$ زاويتان قائمتان، $\angle A$ زاوية مشتركة بين المثلثين.

بمسألة التشابه AA، $\triangle ASR \sim \triangle ACB$ ، $AB = 15$

(10)

المبررات	العبارات
(1) زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ	(1) $\angle GJH \cong \angle MKL$
(2) معطى.	(2) $\angle H \cong \angle L$
(3) مسألة التشابه AA	(3) $\triangle GHJ \sim \triangle MLK$

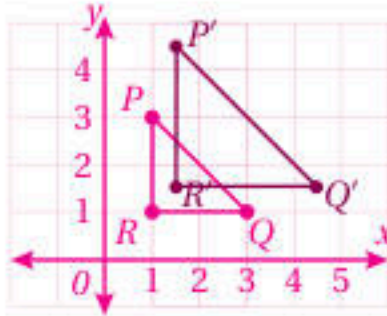
(11)



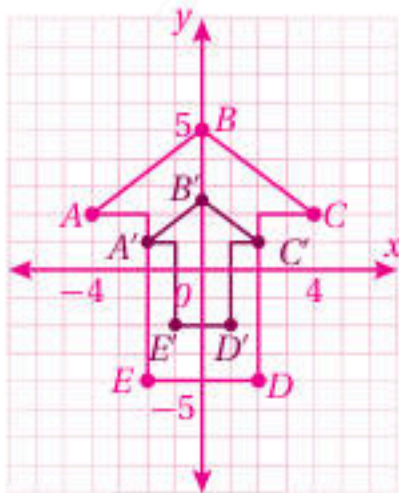
من التشابه $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ ، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

الدرس 6 (أندرب وأحل المسائل):

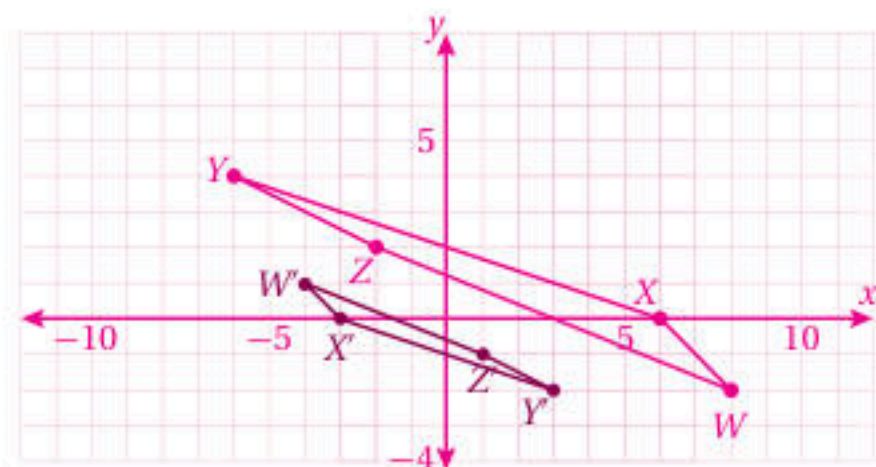
5)



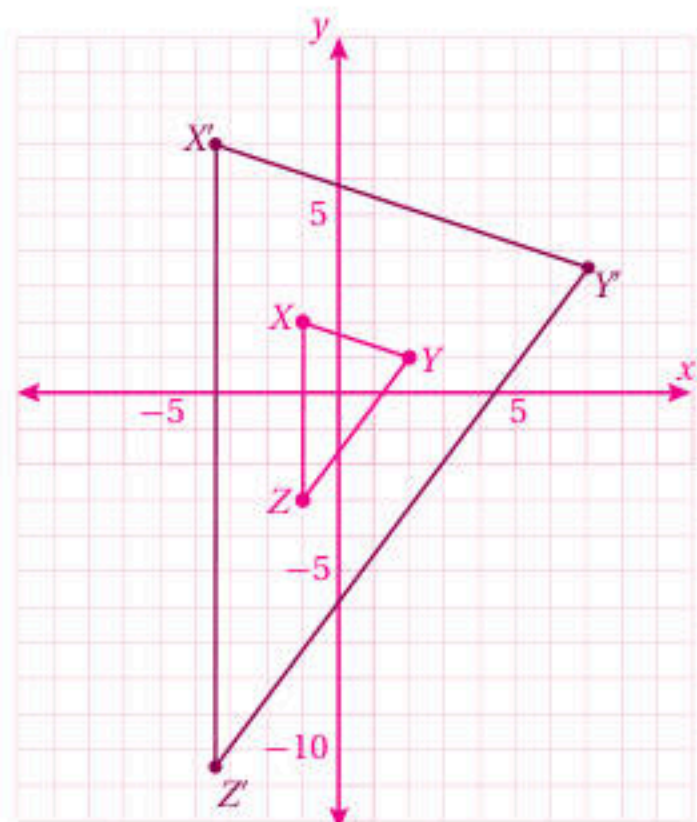
6)



9)

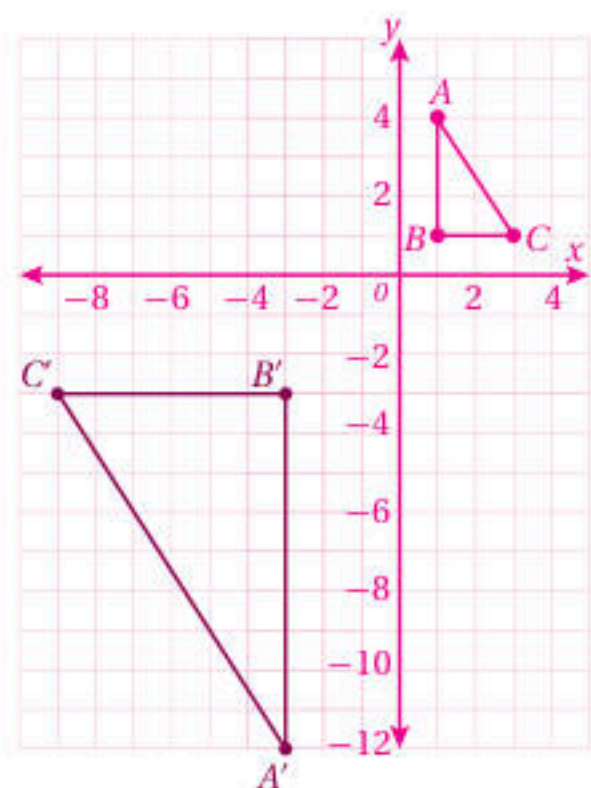


10)

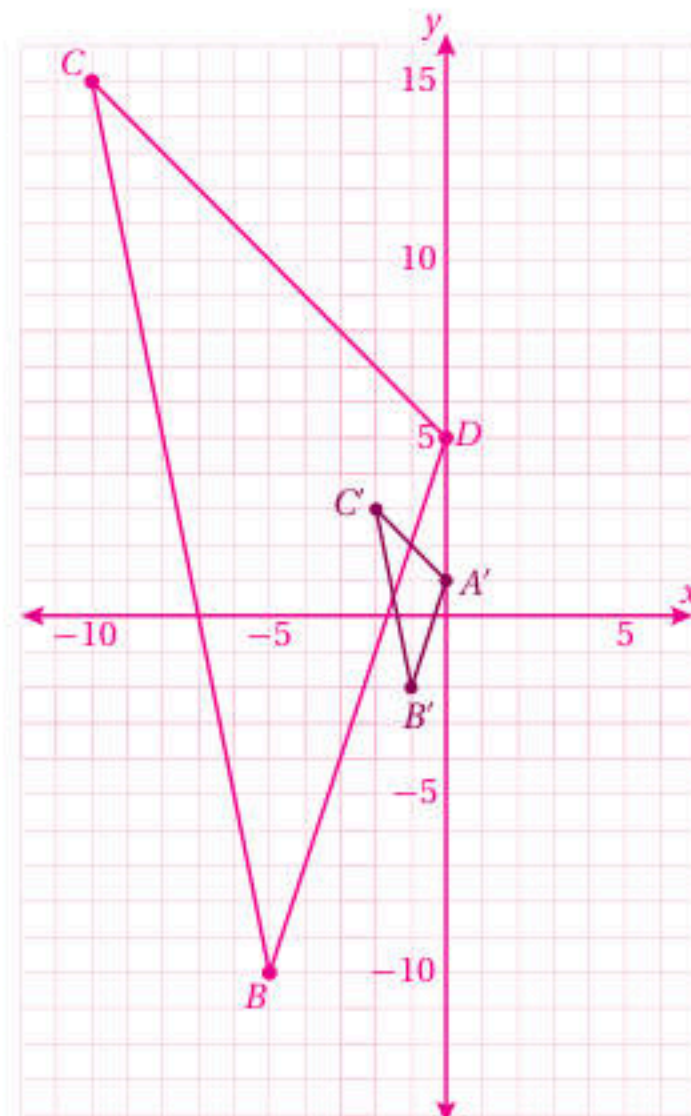


اختبار نهاية الوحدة:

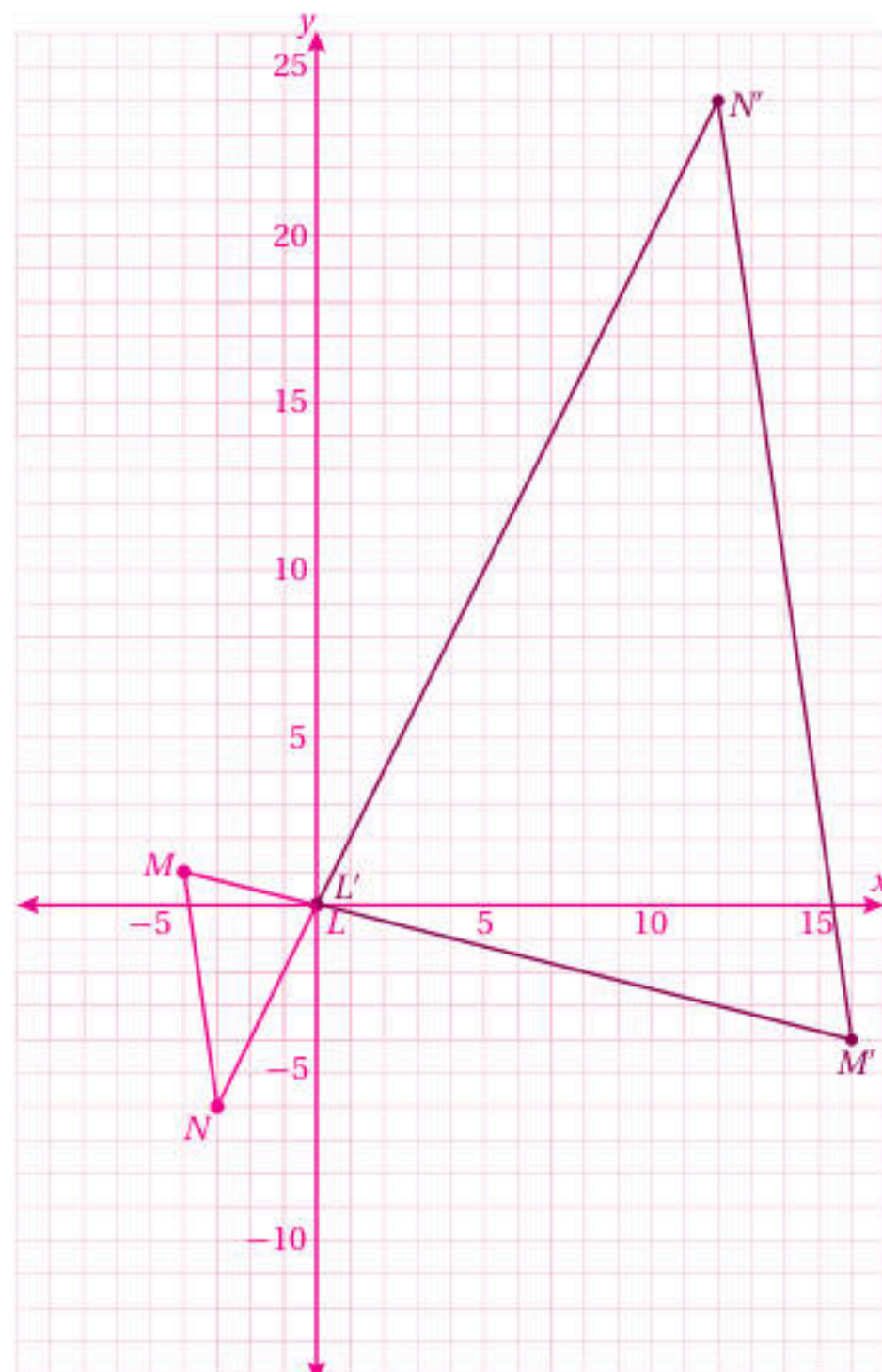
20)



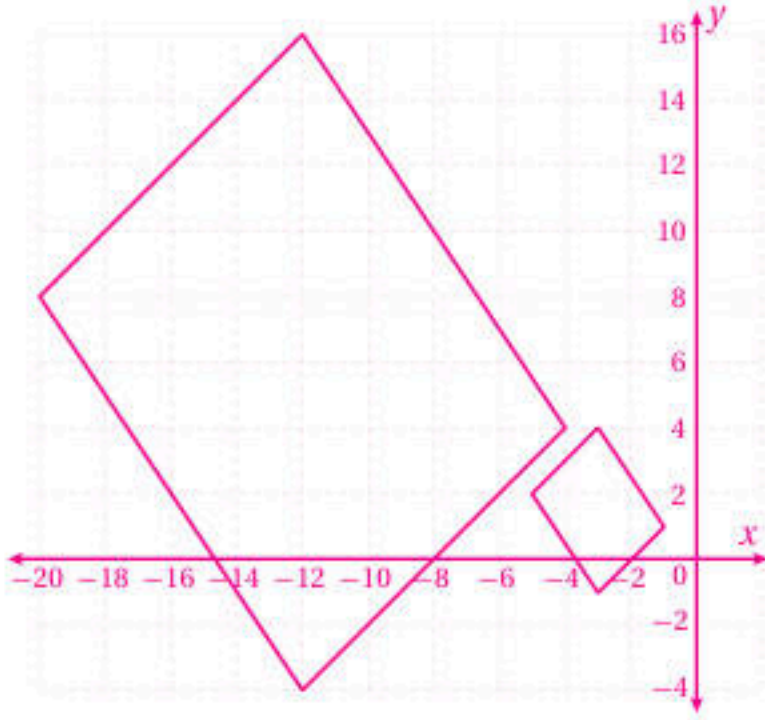
7)



8)



23)



كتاب التمارين - الدرس 1:

(1) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان داخليًا.

(2) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجيًا.

(3) غير كافية.

(4) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتناظرتان.

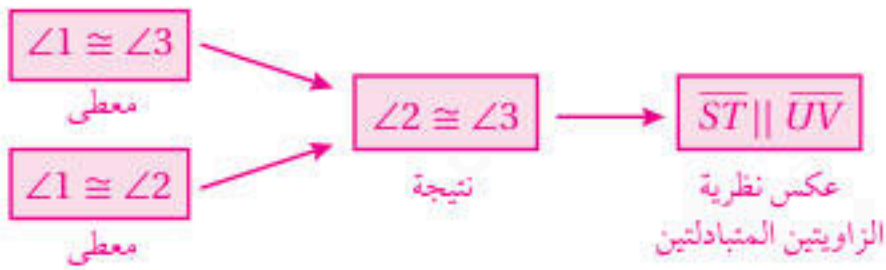
(5) غير كافية.

(6) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجيًا.

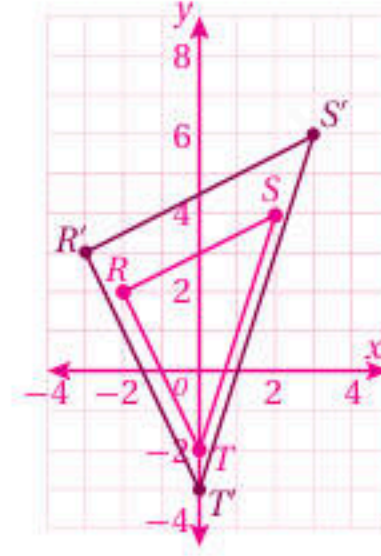
(7)

المبررات	العبارات
(1) $r \parallel s$ ، الزاويتان 6 و 7 متحالفتان.	(1) $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$
(2) معطى.	(2) $m\angle 5 = m\angle 6$
(3) نتيجة.	(3) $m\angle 5 + m\angle 7 = 180^\circ$
(4) الزاويتان 5 و 7 متحالفتان، ومجموع قياسيهما 180°	(4) $l \parallel m$

(8)



21)

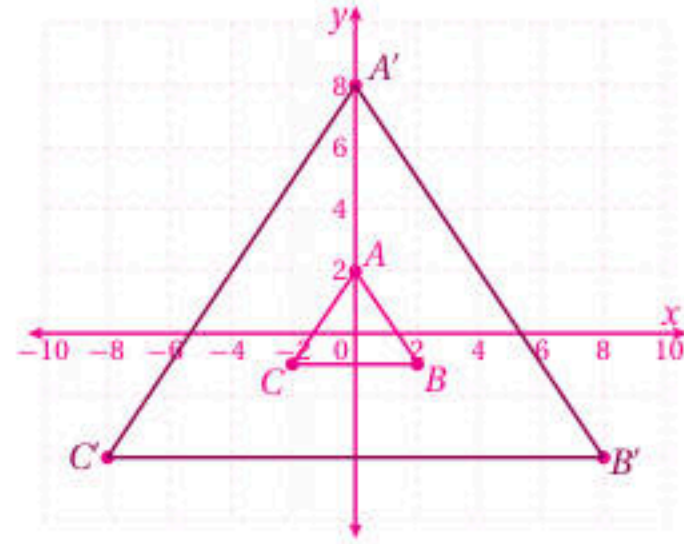


كتاب التمارين - (أستعد لدراسة الوحدة):

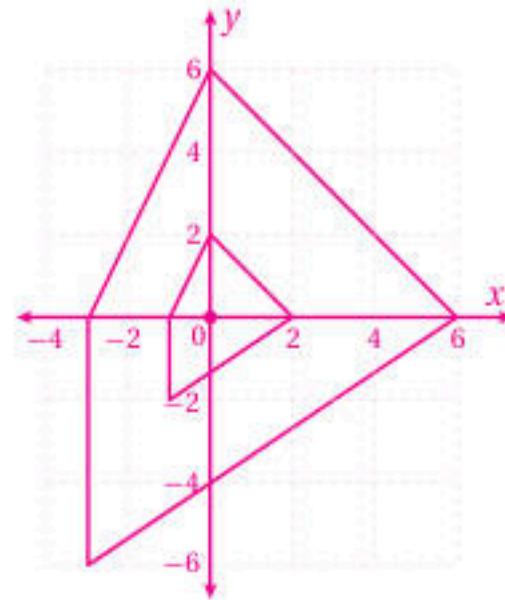
15) $\angle P \cong \angle T, \angle Q \cong \angle U, \angle S \cong \angle W, \angle R \cong \angle V,$ عامل المقياس يساوي $\frac{2}{3}$ 16) $\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle S, \angle E \cong \angle T, \angle D \cong \angle U, \angle C \cong \angle V,$

عامل المقياس يساوي 2

21)



22)



كتاب التمارين - الدرس 2:

(1) 13، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

(2) 7، قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

(3) 8، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

(4) 16.4، p منتصف MQ

(5) 80° متحالفة مع $\angle QLM$.

(6) 80° متحالفة مع $\angle QLM$.

(7) 100° ، تقابل $\angle QLM$ في متوازي أضلاع.

(8) 29° ، متبادلة داخلياً مع $\angle NQM$.

(16)

المبررات	العبارات
(1) $\overline{HD} \cong \overline{FD}$ معطى.	(1) $\triangle FDH$ متطابق الضلعين قاعدته $\overline{FH}$
(2) زاويتا قاعدة مثلث متطابق الضلعين.	(2) $\angle H \cong \angle F$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle H \cong \angle GCB$
(4) نتيجة.	(4) $\angle F \cong \angle GCB$

(17)

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(1) $\angle T \cong \angle X$
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(2) $\angle T \cong \angle R$
(3) نتيجة.	(3) $\angle R \cong \angle X$

كتاب التمارين - الدرس 3:

(7)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle B \cong \angle BCF$
(2) الزاويتان B و BCF متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(3) معطى.	(3) $\angle D \cong \angle BCF$
(4) الزاويتان D و BCF متطابقتان ومتناظرتان.	(4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
(5) تعريف متوازي الأضلاع.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع من العبارتين 2، 4

كتاب التمارين - الدرس 4:

(9)

المبررات	العبارات
(1) ضلعان في معين.	(1) $\overline{QR} \cong \overline{RT}$
(2) ضلعان في معين.	(2) $\overline{QR} \cong \overline{QT}$
(3) نتيجة.	(3) $\overline{QR} \cong \overline{RT} \cong \overline{QT}$
(4) تعريف المثلث متطابق الأضلاع.	(4) $\triangle QRT$ متطابق الأضلاع

كتاب التمارين - الدرس 5:

(1) $\angle Y$ زاوية مشتركة، $m\angle W = m\angle YZX = 50^\circ$ ، $\triangle YZX \sim \triangle YWU$ ، AA وفق مسلمة التشابه.

$$\frac{16.5}{22} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \checkmark, \frac{HJ}{HK} = \frac{HG}{HF} = \frac{GJ}{KF} \quad (2)$$

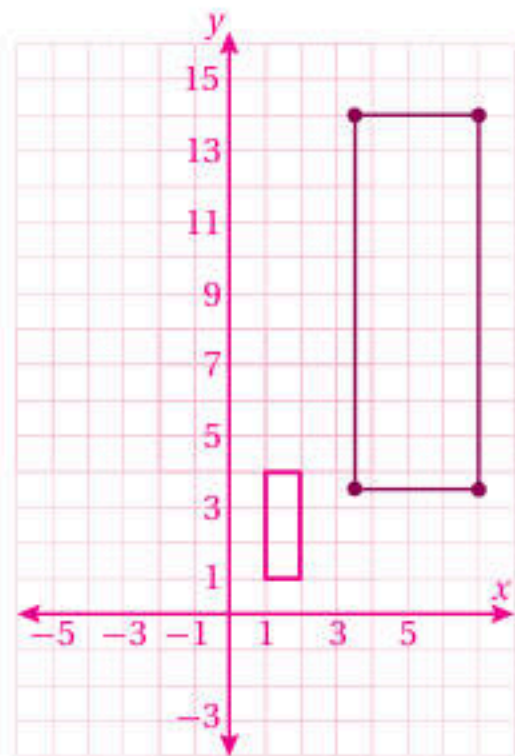
$\triangle HGJ \sim \triangle HFK$ وفق نظرية التشابه SSS.

$$\frac{24}{18} = \frac{16}{12} = \frac{12}{9} = \frac{3}{4} \checkmark, \frac{QS}{VT} = \frac{QR}{UT} = \frac{RS}{UV} \quad (3)$$

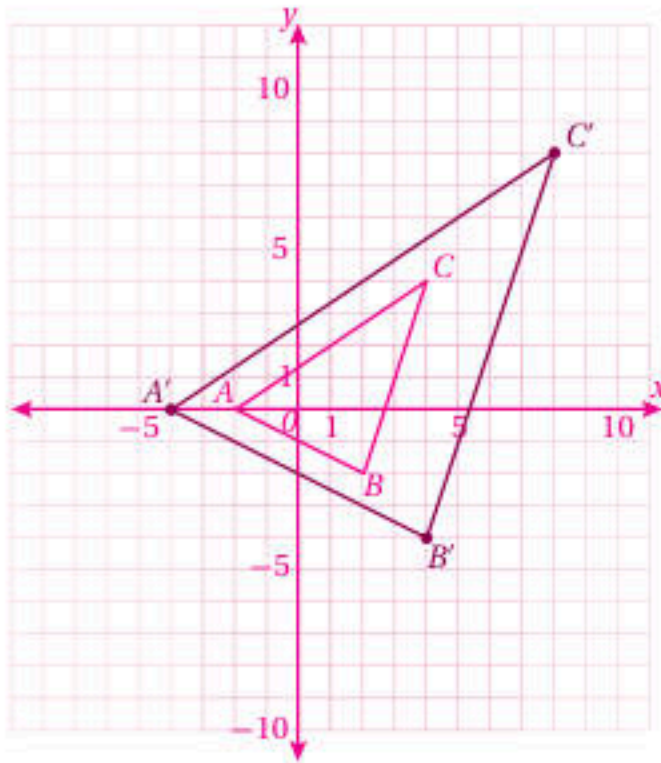
$\triangle QSR \sim \triangle TVU$ وفق نظرية التشابه SSS.

كتاب التمارين - الدرس 6:

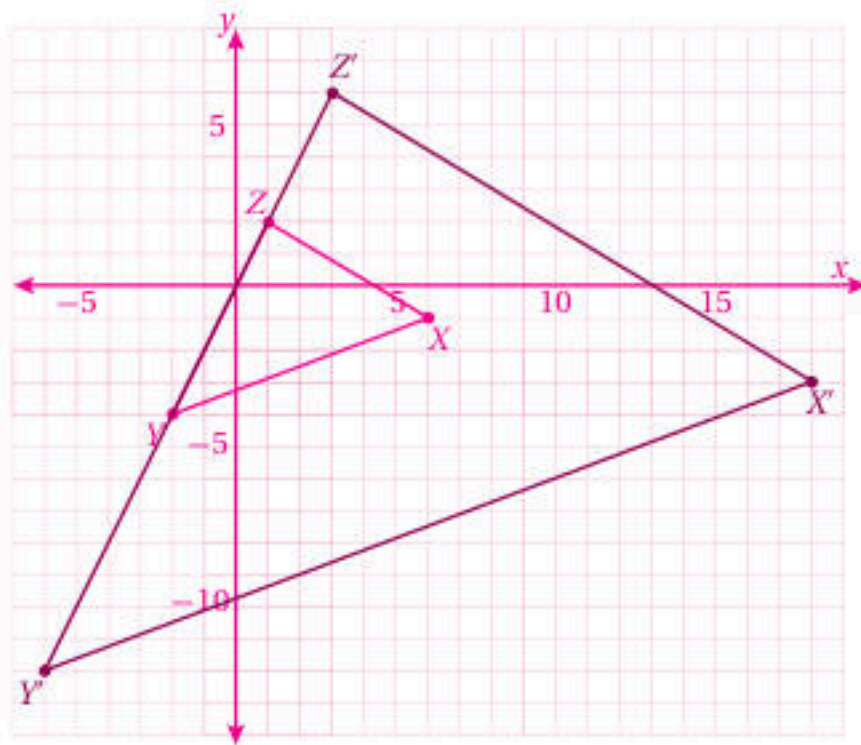
4)



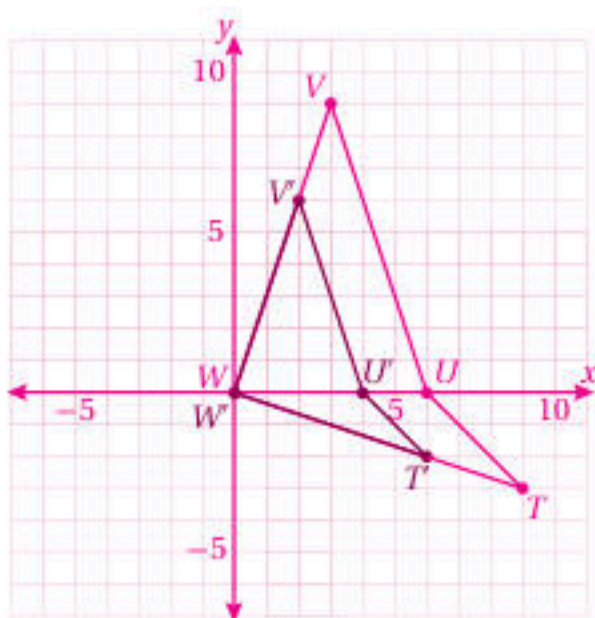
9)



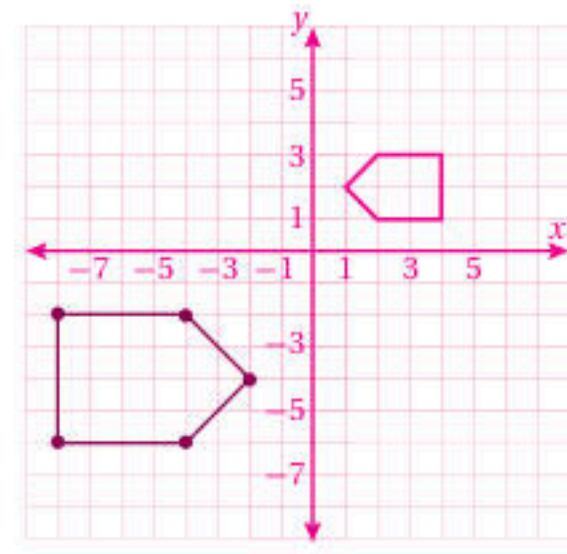
10)



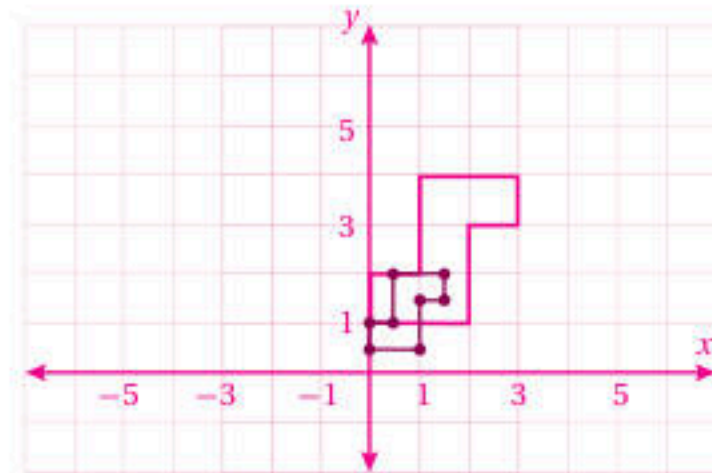
11)



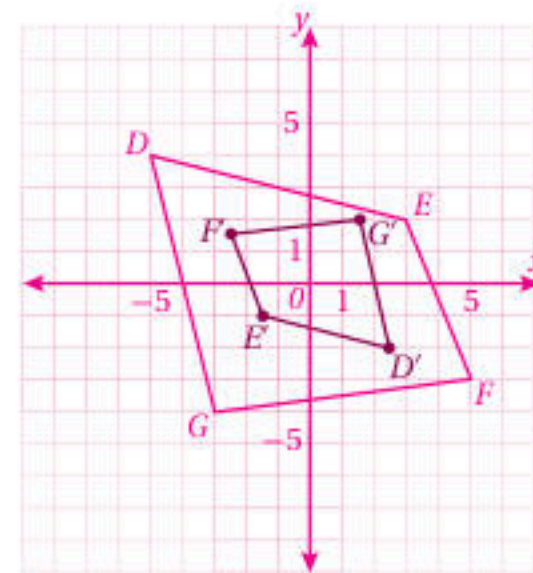
5)



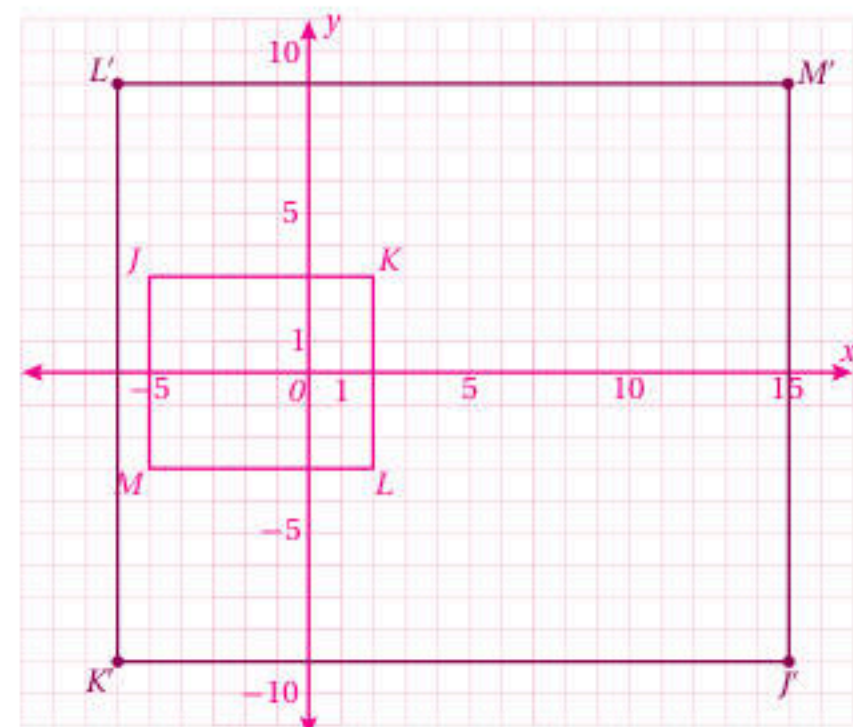
6)



7)



8)



الأشكال ثلاثية الأبعاد

الوحدة
8



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			- ورقة المصادر 13 24 مكعب وحدة.	1
الدرس 1: رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد	- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي. - رسم المسقط العلوي والجانب الأمامي لشكل ثلاثي الأبعاد. - استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.	- الرسم المتساوي. - المنظور. - المسقط العلوي. - المسقط الأمامي. - المسقط الجانبي.	- أوراق مثلثة متساوية القياس. - أوراق منقطة متساوية القياس. - مكعبات وحدة. - ورقة المصادر 13 - ورقة المصادر 14 - جهاز (أجهزة) حاسوب. - شبكة إنترنت.	3
الدرس 2: المقاطع والمجسمات الدورانية	- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى. - تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم. - تعرف المجسمات الدورانية. - وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوي حول محور معطى. - تحديد أبعاد مجسم دوراني. - إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركبة.	- المقطع. - المقطع العرضي. - المنشور. - مستوى التماثل. - المجسم الدوراني. - محور الدوران.	- أوراق منقطة متساوية القياس. - مكعبات وحدة. - مجسمات مختلفة. - جهاز (أجهزة) حاسوب. - شبكة إنترنت. - ورقة المصادر 15	3
الدرس 3: حجم الكرة ومساحة سطحها.	- إيجاد مساحة سطح الكرة. - إيجاد حجم الكرة.	- الكرة. - الدائرة الكبرى. - نصف الكرة.	- مجسمات كروية مختلفة. - مجسمات نصف كرة. - جهاز (أجهزة) حاسوب. - شبكة إنترنت.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			- قطع بوليسترين. - لاصق. - أوراق منقطة متساوية القياس. - كاميرا تصوير أو كاميرا هاتف محمول.	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				12 حصة

تهيئة الوحدة

الوحدة
8

الأشكال ثلاثية الأبعاد

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُعَدُّ الهندسة ثلاثية الأبعاد واحدة من أكثر فروع الرياضيات استعمالاً في التطبيقات العلمية والحياتية، وقد استعملها العلماء لحساب حجم الكرة الأرضية ومساحة سطحها، واستعملها المهندسون لتصميم المباني الجميلة.



1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط، وسيتعرفون أيضاً كيفية تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى، إضافة إلى تحديد عدد مستويات التماثل للمجسمات، وإيجاد حجم المنشور، وإيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط.
- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى، وعدد مستويات التماثل للمجسمات.
- إيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

تعلمت سابقاً:

- ✓ خواص الأشكال ثنائية الأبعاد.
- ✓ إيجاد المساحة الكلية والحجم للأشكال ثلاثية الأبعاد.
- ✓ حساب مساحة الدائرة ومحيطها.

الترباط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حساب مساحة الدائرة ومحيطها.
- إيجاد المساحة الكلية وحجم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- توظيف قوانين المساحة الكلية والحجوم في حل مسائل رياضية وتطبيقات حياتية.

الصف الثامن

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانب والمامي لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرف المجسمات الدورانية.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المربعة.
- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

الصف التاسع

- إيجاد أطوال وقياسات لزوايا مجهولة في أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال نظرية فيثاغورس والنسب المثلثية.

الصف الحادي عشر

والصف الثاني عشر

- إيجاد حجوم المجسمات الدورانية.
- استعمال المتجهات لتحديد قياسات في أشكال ثلاثية الأبعاد.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي؛ لإنشاء مجسم، ووصف مقطعه، ورسم مساقطه.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمشاركة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
- « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
- « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
- « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: الأشكال ثلاثية الأبعاد

4 أُنبي 3 تصاميم إضافية للمجسم الذي اخترته.

5 أقطع كل مجسم صمّمته قطعًا مختلفًا، ثم أصبُ الشكل الهندسي الناتج من القطع، ويمكنني تلوين جهة القطع لتسهيل وصفه.

6 أرسم كل قطع على ورقة مربعات.

7 أجد حجم المجسم الذي اخترته، وأجد مساحة سطحه الكلية.

8 أعد عرضًا تقديميًا يتضمن صورًا أو مقطعًا مرئيًا (فيديو) يوضّح خطوات عملي في المشروع، والمساقط والمقاطع التي رسمتها.

عرض النتائج:

• أعرّض المجسمات التي صمّمتها أمام طلبة صفّي، وأوضح أهميتها وعلاقتها بما تعلّمته في الوحدة.

• أقدم العرض التقديمي، وأحدث بالتفصيل عن خطوات المشروع والنتائج التي توصّلت إليها.

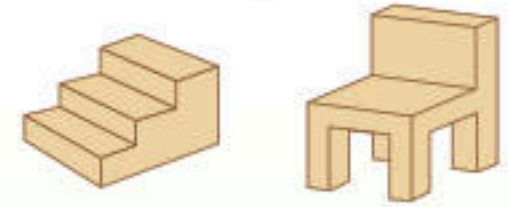
استعدّ ومجموعي لتنفيذ مشروعي الخاص الذي سنستعمل فيه ما مستعلّمه في هذه الوحدة حول رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي لإنشاء مجسم ورسم مساقطه.

المواد والأدوات:

- قطع بوليسترين.
- لاصق.
- أوراق منقطة متساوية القياس.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أختار أحد المجسمين الآتين، وأحد قياسيّه ثم أرسمه باستعمال الرسم المتساوي.



2 أُنبي المجسم الذي صمّمته باستعمال قطع البوليسترين واللاصق.

3 أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبّي، للمجسم الذي صمّمته على ورقة منقطة متساوية القياس.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	بناء المجسم، ورسمه بالرسم المتساوي.			
2	رسم مساقط المجسم ومقطعه.			
3	إيجاد حجم المجسم.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

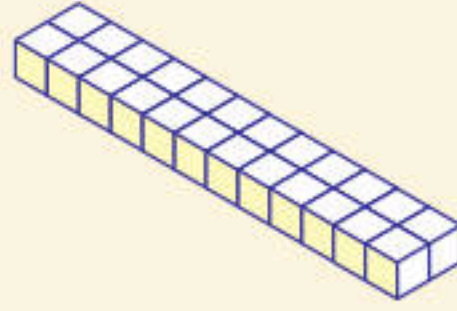
هدف النشاط:

- بناء متوازي مستطيلات، ورسم أوجهه الظاهرة.

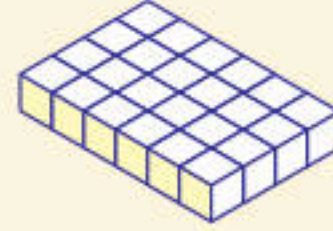
خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزود كل مجموعة بـ 24 مكعب وحدة، وورقة المصادر 13: شبكة مربعات.
- أطلب إلى كل مجموعة بناء متوازي مستطيلات بأحد الأبعاد الآتية:

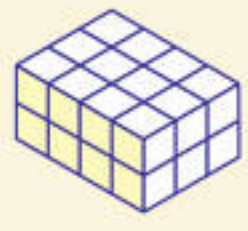
$$12 \times 2 \times 1$$



$$6 \times 4 \times 1$$



$$4 \times 3 \times 2$$



- أطلب إلى المجموعات رسم الوجه العلوي، والأمامي، والجانبى للشكل الذي بُني على ورق مربعات.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات فصل متوازي المستطيلات الذي بُني إلى جزأين متطابقين.
- أطلب إلى المجموعات وصف أحد الجزأين المتطابقين، من حيث طوله وعرضه وارتفاعه، وعلاقته بالشكل الأصلي.
- أناقش إجابات المجموعات.

التكليف: إذا واجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في رسم أوجه متوازي المستطيلات، يمكن وضع ورقة المربعات على الوجه وتحديد رؤوس مربعات الوجه ثم رسمه.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية فصل كل متوازي مستطيلات إلى جزأين متطابقين بأكثر من طريقة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة بناء أشكال أخرى من متوازي المستطيلات بالعدد نفسه من المكعبات، وإعادة تنفيذ خطوات النشاط.

نتائج الدرس:

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانب والمامي لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.

نتائج التعلم القبلي:

- رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورق مربعات.
- بناء مجسمات من مكعبات صغيرة.

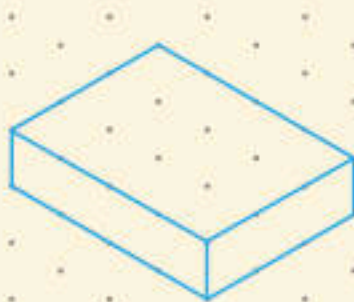
مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

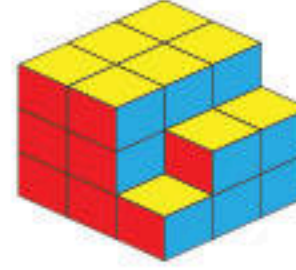
1

- أرسم الشكل الآتي على اللوح، ثم أسأل الطلبة:



- « هل الشكل ثلاثي الأبعاد أم ثنائي الأبعاد؟
ثلاثي الأبعاد.
- « ما اسم الشكل؟ ما أبعاده؟ متوازي مستطيلات،
أبعاده $4 \times 3 \times 1$
- « هل يظهر الشكل كاملاً؟ لا.
- « كم وجهاً مخفياً في الشكل؟ 3
- « كيف يمكن رسم الشكل؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

استكشف



ما عدد المكعبات التي يتكوّن منها الجسم المجاور؟

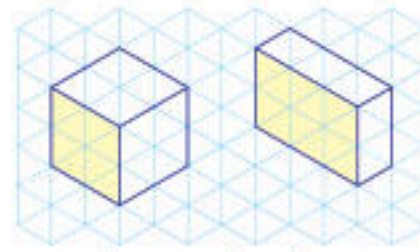
فكرة الدرس

أرسم أشكالاً ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط.

المصطلحات

الرسم المتساوي، المنظور، المسقط العلوي، المسقط المامي، المسقط الجانبي.

الرسم المتساوي (isometric drawing) طريقة لرسم الأشكال ثلاثية الأبعاد على ورقة ثنائية الأبعاد، تُستعمل فيها ورقة متساوية القياس مثلاً أو منقطة.



أشكال ثلاثية الأبعاد مرسومة على ورقة مثلية متساوية القياس



ورقة مثلية متساوية القياس

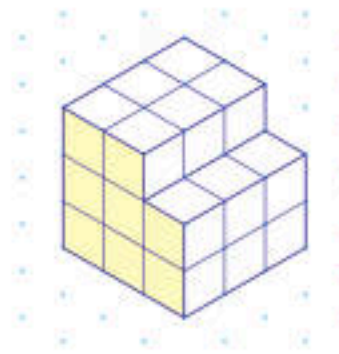


ورقة منقطة متساوية القياس

مثال 1

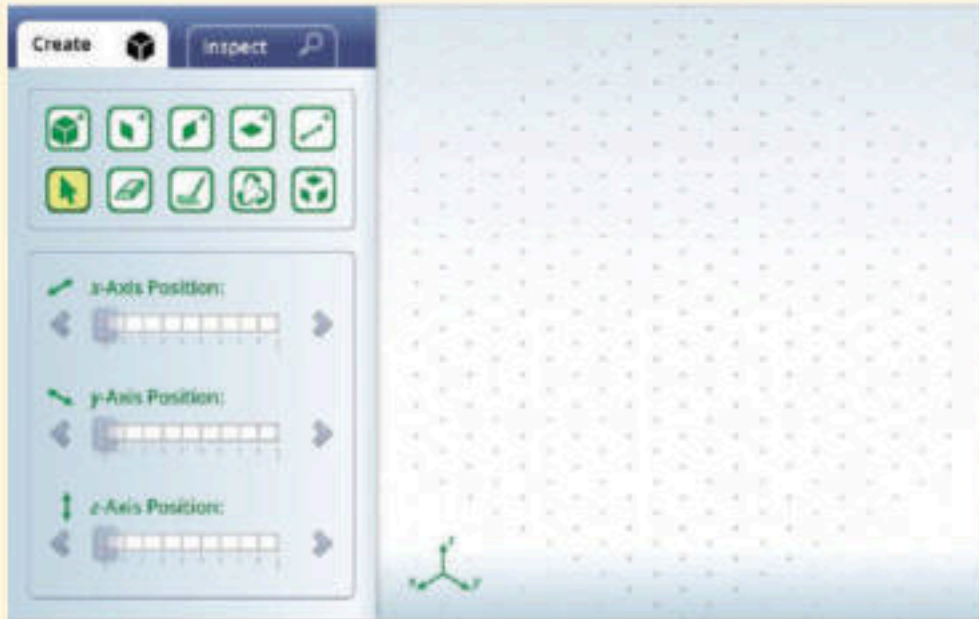
يبيّن الشكل المجاور مجسماً ثلاثي الأبعاد مرسوماً على ورقة منقطة متساوية القياس مكوّناً من مكعبات وحدة.

- 1 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها الجسم؟
يتكوّن الجسم من ثلاث طبقات، وفي كل طبقة 8 مكعبات وحدة.
إذن، يتكوّن الجسم من 24 مكعب وحدة.



✓ **إرشاد:** يفضل رسم متوازي المستطيلات على ورقة كبيرة منقطة متساوية القياس وعرض الرسم على الطلبة.

- أوضح للطلبة أن الأداة التي تظهر على شاشات حواسيبهم هي أداة للرسم المتساوي القياس، ثم أطلب إلى المجموعات استكشاف أيقونات الأداة.



- أمثل الشكل الوارد في المثال 1 باستعمال الأداة، وأوضح للطلبة أن المجسم مكوّن من مكعبات وحدة، ثم أناقش معهم حلّ الفرع 1 من المثال، وألفت انتباههم إلى أخذ الطبقات رأسياً عند عدّ المكعبات التي يتكوّن منها المجسم، ثم أطلب إليهم رسم المجسم نفسه باستعمال الأداة، ثم رسمه على الورق المنقط المتساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.

- أتابع عمل المجموعات وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- ألون باللون الأحمر المكعب المشار إليه في الفرع 2 من المثال بالنقر على الأيقونة  واختيار اللون الأحمر، ثم انقر على الأوجه الثلاثة الظاهرة من المكعب، ثم أسأل الطلبة:

« لو أزلنا المكعب الأحمر من المجسم، فكم مكعباً سيبقى؟
23 مكعباً.

« كيف سيصبح الشكل بعد إزالة المكعب الأحمر؟

- أزيل المكعب الأحمر بالنقر على الأيقونة  ثم انقر على المكعب الأحمر، ثم أحدّد الحواف الظاهرة للمكعبات المحيطة بالمكعب الأحمر باستعمال الأيقونة ، ثم أطلب إلى الطلبة تكرار الخطوات نفسها، ثم أطلب إليهم إزالة المكعب من رسم المجسم على الورق المنقط المتساوي القياس الخاص بهم.

- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشاف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:

« هل نرى مثل هذا الشكل في حياتنا اليومية؟ أين؟ نعم، إجابة محتملة: عند عرض عبوات المواد الغذائية في المحلات التجارية.

« هل يمكن تغيير شكل المجسم؟ كيف؟ نعم، بتغيير أماكن المكعبات.

- « ما عدد المكعبات في المجسم؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

- أذكر الطلبة بما تعلّموه سابقاً عن رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورقة ثنائية الأبعاد باستعمال شبكة مربعات، وأوضح لهم أنه يمكن رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضاً على ورقة ثنائية الأبعاد، وهو ما يُسمّى بالرسم متساوي القياس الذي لا نستعمل فيه ورق المربعات، إنما نستعمل فيه الورق المنقط متساوي القياس، أو الورق المثلث متساوي القياس، وأعرض أمامهم ورقة من كل نوع.



- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Isometric-Drawing-Tool/>

الوحدة 8

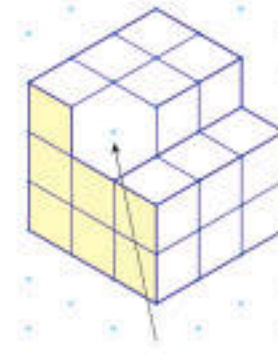
2 إذا أزيل المكعب الملون بالأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس.



الخطوة 2 أرسم الحواف التي أصبحت ظاهرة من المكعبات المحيطة بالمكعب الأحمر.



الخطوة 1 أزيل الحواف الثلاث الظاهرة للمكعب الأحمر.



تحقق من فهمي:

يتمثل الشكل المجاور مجسمًا ثلاثي الأبعاد مرسومًا على ورقة منقطة متساوية القياس مكونًا من مكعبات وحدة.

1 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكون منها المجسم؟ 12

2 إذا أزيل المكعب الأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظة: استعمل الورق المنقط متساوي القياس الموجودة في كتاب التمارين.

117

إرشادات:

- تؤكد أهمية الرسم متساوي القياس في الحياة اليومية، مثل: رسم مخططات الإنشاءات العمرانية، ورسم مخططات المصانع.
- أذكر الطلبة بمفهوم مكعب الوحدة الذي تعلموه سابقًا في الصف السادس الأساسي.
- ألقت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أيضًا أخذ الطبقات أفقيًا عند عدّ المكعبات التي يتكون منها المجسم.
- يُفضّل تنفيذ خطوات المثال في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن استعمال لوح متنقل خاص بالورق المنقط متساوي القياس لشرح المثال، والذي يمكن إعداده بسهولة بلصق ورقة منقطة متساوية القياس مكبرة، والصاقها على طبق من الكرتون المقوّى ثمّ تغطيته بلاصق شفاف.

تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تخيل الشكل الجديد بعد إزالة المكعب الأحمر، وعندها لا يمكنهم رسم الشكل الصحيح على الورق المنقط متساوي القياس؛ ولعلاج ذلك يمكن استعمال المكعبات لبناء الشكل، ثمّ إزالة المكعب المحدّد.

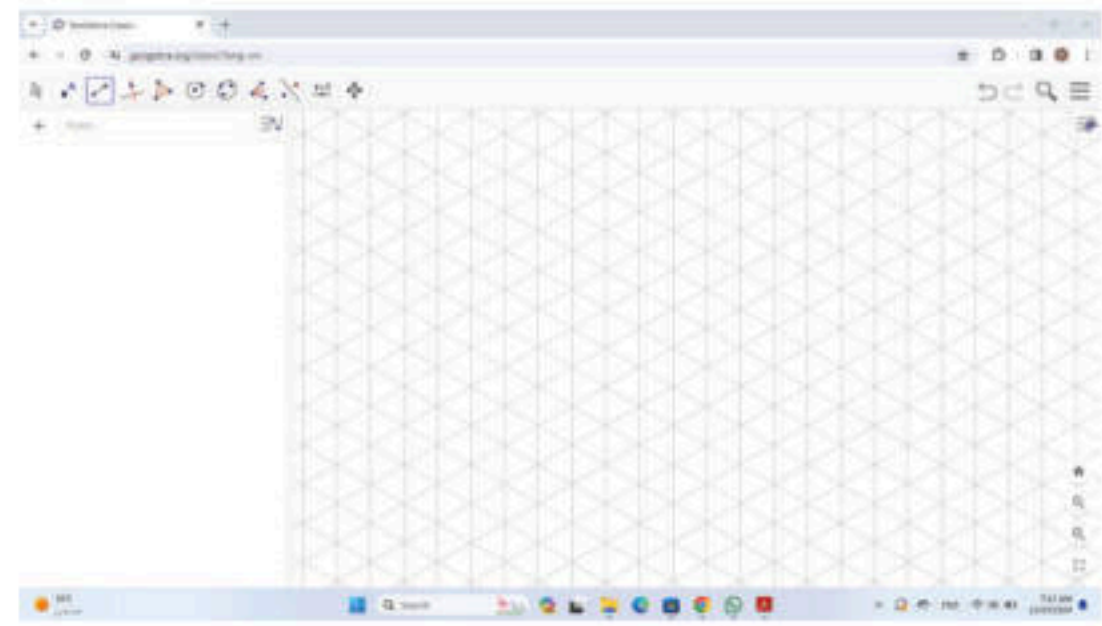
تعزيز اللغة ودعمها:

- أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجها.

إرشاد: يمكن استعمال برمجية جيو جبرا لتوضيح الرسم المتساوي بعد اختيار Isometric من Grid Type في نافذة خصائص الشبكة المنبثقة من خصائص Graphics view كما يظهر في الصورة أدناه.

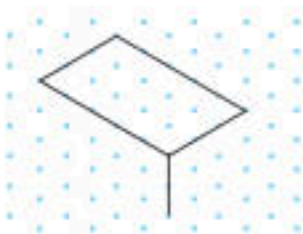


- ألاحظ من الرسم المتساوي في الأمثلة السابقة أن:
- الحواف مرسومة في ثلاثة اتجاهات.
 - الحواف المخفية لا تظهر في الرسم.
 - أحد الأوجه يظل للمساعدة على تصور الشكل ثلاثي الأبعاد.

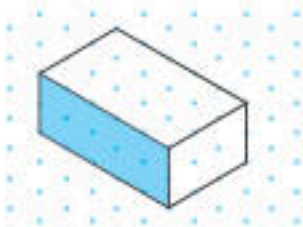
مثال 2

أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طولها 5 وحدات، وعرضها 3 وحدات، وارتفاعها 3 وحدات.

الخطوة 2 أكمل رسم المستطيل العلوي للمجسم.



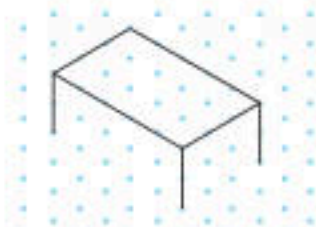
الخطوة 4 أصل بين الرؤوس المتقابلة، ثم أظلل الوجه الأمامي من المجسم.



الخطوة 1 أبدأ من نقطة محددة على الورقة، وأرسم منها ثلاث حواف للمجسم في ثلاثة اتجاهات؛ وحدتان للأسفل، و5 وحدات لليسار، و3 وحدات لليمين.



الخطوة 3 أرسم القطع المستقيمة الرأسية الظاهرة من المجسم بطول وحدتين.



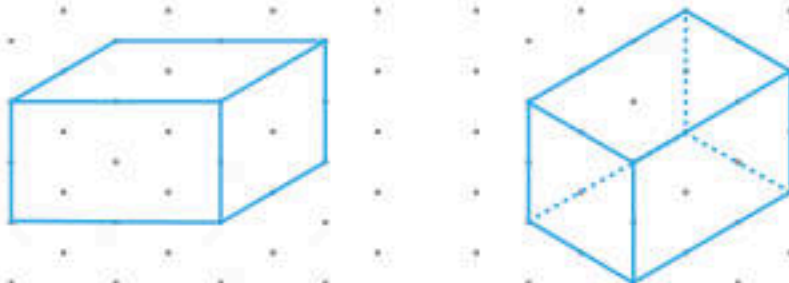
تحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طولها 4 وحدات، وعرضها 3 وحدات، وارتفاعها 3 وحدات.

- ناقش مع الطلبة ملاحظاتهم حول الرسم متساوي القياس، وألخص معهم هذه الملاحظات بالاستعانة بالفقرة التي تسبق المثال 2، ثم أيقن لهم أنه يمكن عد هذه الملاحظات شروطاً يجب التزامها عند الرسم المتساوي.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم الدخول إلى أداة الرسم المتساوي القياس التي استعملت في المثال 1.
- أطلب إلي أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثم أوضح للطلبة أنهم سيعملون الأيقونة لرسم متوازي المستطيلات الوارد في المثال.
- أوضح للطلبة خطوات تمثيل متوازي المستطيلات باستعمال أداة الرسم المتساوي، باتباع الإجراءات الواردة في المثال 2 بتنفيذ الخطوات أمامهم، ثم أطلب إليهم تنفيذ كل إجراء بعد ذلك.
- أطلب إلى الطلبة إعادة تنفيذ الخطوات الواردة في المثال لرسم متوازي المستطيلات على الورق المنقط متساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة عند الرسم على الورق المنقط متساوي القياس برسم الخطوط المخفية، وقد يخطئون أيضاً برسم خطوط أفقية كما في الأشكال الآتية؛ لذا أنبههم باستمرار إلى هذه الأخطاء.



- أطلب إلى الطلبة تحديد أي الأشكال مرسومة بشكل صحيح على الورق المنقط متساوي القياس في ورقة المصادر 14: أي الرسومات صحيحة؟

إرشاد: يمكن تظليل الوجه الأمامي لمتوازي المستطيلات باستعمال الأيقونة ، وذلك بالنقر على الأيقونة، ثم اختيار أحد الألوان من القائمة، ثم تظليل الوجه الأمامي بالنقر المتتابع حتى يُعبأ كامل الوجه باللون المطلوب.

تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم متوازي المستطيلات؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

- أناقش مع الطلبة المقصود بكل من المصطلحات الآتية: المنظور، والمسقط العلوي، والمسقط الأمامي، والمسقط الجانبي.
- أناقش مع الطلبة خطوات رسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي لكل مجسم في المثال 3 باتباع الخطوات الآتية:
- « أرسم المجسم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس.
- « انقر على أيقونة  ليظهر المجسم دون الورقة المنقطعة متساوية القياس.
- « أضغط على المجسم بزرّ الفأرة الأيمن بشكل مستمر، وأحرك المجسم لإظهار كل وجه من أوجهه بوضوح، ثم أطلب إلى الطلبة رسم الوجه الظاهر على ورق المربعات.
- « انقر على الأيقونة  لتظهر مساقط الشكل في خانة العمل، ثم أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة رسوماتهم بالمقارنة مع الرسومات الظاهرة على الشاشة.

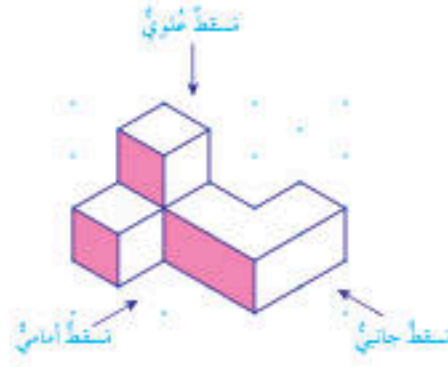
إرشادات:

- لإخفاء المحاور الثلاثة التي تظهر بعد الضغط على أيقونة  انقر على المربع المجاور لخيار .
- ألقت انتباه الطلبة إلى رسم حدود داخل المساقط للدلالة على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يمكن تزويد الطلبة بشبكة المربعات من ورقة المصادر 13.

الوحدة 8

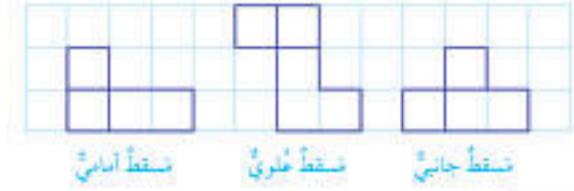
تُسمى النقطة التي يُنظر للمجسم من خلالها **المنظور** (perspective)، وتُستعمل منظورات مختلفة عند رسم المجسم؛ لأنّ منظوراً واحداً لا يُعطي تصوّراً مكتملاً عن المجسم.

يُعدّ **المسقط العلوي** (plan view) المنظور العلوي للمجسم، و**المسقط الأمامي** (front view) المنظور الأمامي للمجسم، و**المسقط الجانبي** (side view) المنظور الجانبي للمجسم.



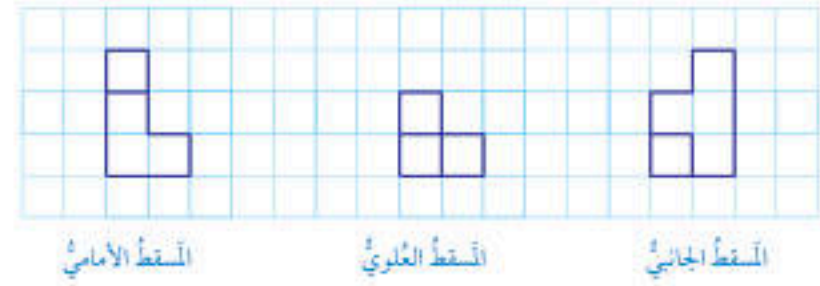
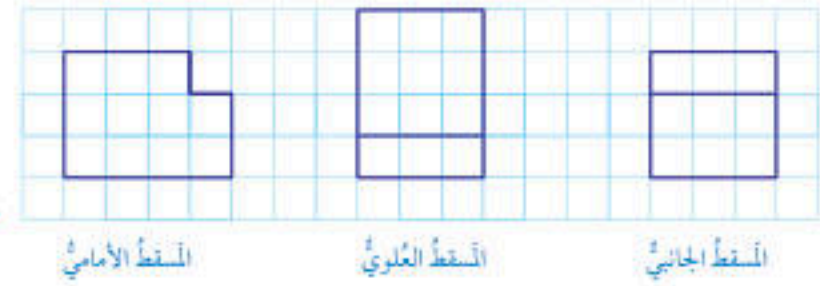
أتعلم

الحدود التي تظهر داخل المساقط تدلّ على وجود ارتفاعات مختلفة للمجسم.



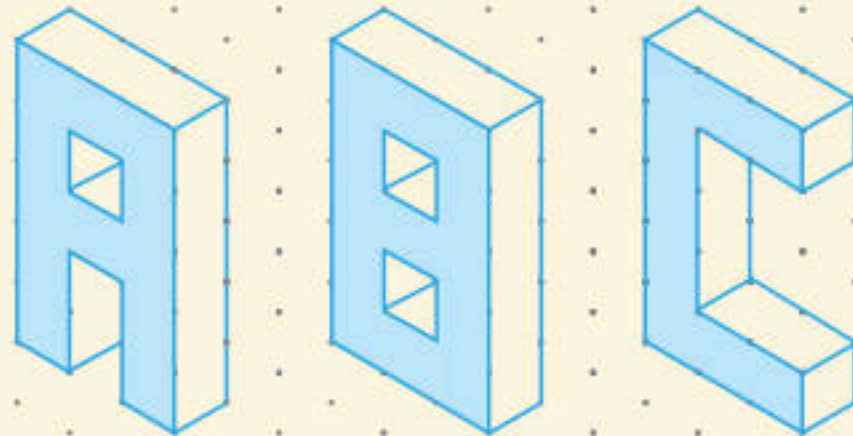
مثال 3

أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي، لكل من المجسمات الآتية:



توسعة: أطلب إلى الطلبة رسم أحرف أسمائهم بالأحرف الإنجليزية الكبيرة على الورق المنقط متساوي القياس.

مثال:



تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم مساقط المجسمات ثلاثية الأبعاد على ورق المربعات؛ لذا يمكن بناء المجسمات الواردة في المثال باستعمال مكعبات الوحدة والربط بين المجسم وأوجهه ومساقطه؛ لدوام أثر التعلم.

مثال 4

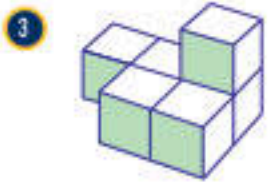
- أوضح للطلبة أنه إذا كانت المساقط الثلاثة للمجسم معلومة، فإنه يمكن رسم المجسم بالرسم المتساوي باستعمال مكعبات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم قراءة مثال 4 ورسم المجسم على الورق المنقط المتساوي القياس.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات التحقق من صحة رسمهم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس، وذلك برسم المجسم باستعمال الأداة، ثم التحقق من تطابق مساقط المجسم الذي رسموه مع المساقط الواردة في المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن الحدود المرسومة داخل المساقط تدل على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يُفضّل استعمال أداة الرسم متساوي القياس؛ للتحقق من صحة الرسم، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا فإنه يمكن توجيه المجموعات إلى بناء المجسمات باستعمال المكعبات، ثم ملاحظة مساقط الشكل ومقارنتها بالمساقط الواردة في المثال.

تحقق من فهمي:

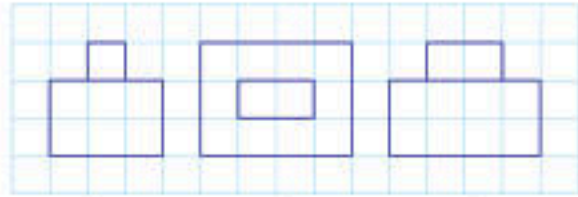
(3-4) أنظر الهامش.



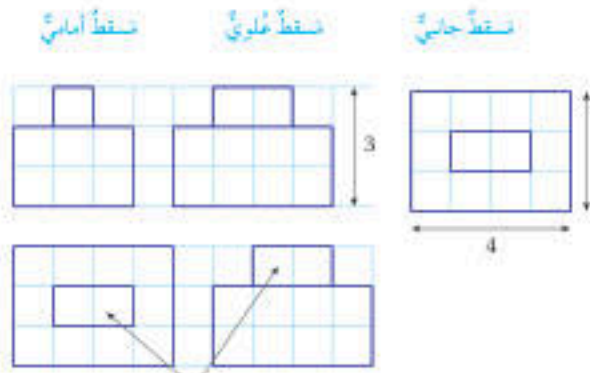
إرشاد: استعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

يمكن استعمال المساقط وورقة منقطة متساوية القياس لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.

مثال 4



استعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المجاورة، لرسم المجسم من مكعبات وحدة.



• يُظهر المسقط العلوي أن قاعدة المجسم على شكل مستطيل طوله 4 وحدات وعرضه 3 وحدات.

• يُظهر المسقط الأمامي أن الارتفاع الكلي للمجسم 3 وحدات.

• يُظهر المسقط الجانبي أن المجسم متوازي مستطيلات يعلوه مكعبان متجاوران في المنتصف.

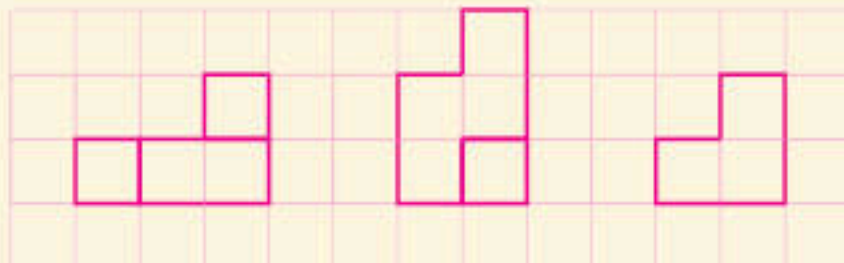
• أرسم المجسم الذي توصّلت إلى وصفه من خلال المساقط على الورقة المنقطة متساوية القياس، ثم أظلل الجهة الأمامية.



120

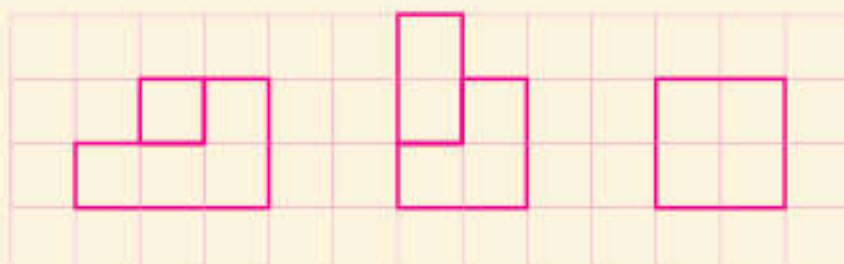
إجابات (تحقق من فهمي 3):

3)



المسقط الجانبي المسقط العلوي المسقط الأمامي

4)



المسقط الجانبي المسقط العلوي المسقط الأمامي

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (4 - 1)، والمسائلتين (7، 8)، والمسائلتين (13، 14)، والمسائلتين (17، 18)، ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشادات:

- في سؤال 3، أحثّ الطلبة على عدّ المكعبات بطرائق مختلفة. مثلاً: ثلاث طبقات عمودية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات، أو طبقتان عموديتان في كلّ طبقة منها 9 مكعبات، أو ثلاث طبقات أفقية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات.
- في السؤالين 9 و 10، أوجه الطلبة لقراءة الإرشاد الوارد في هامش السؤال، وأؤكد أهمية جملة "أقل عدد من مكعبات الوحدة" الواردة في السؤال.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

الوحدة 8

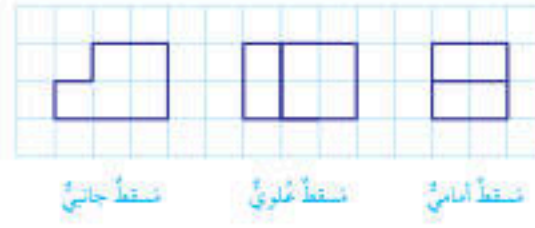
أَتَحَقِّقُ مِنْ فَهْمِي:

استعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المجاورة، لرسم المجسم من مكعبات وحدة.

ملحوظة: استعمل الورق المنقط متساوي

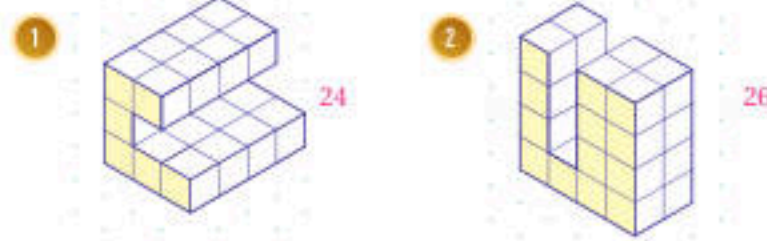
القياس الموجودة في كتاب التمارين.

أنظر ملحق الإجابات.



أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

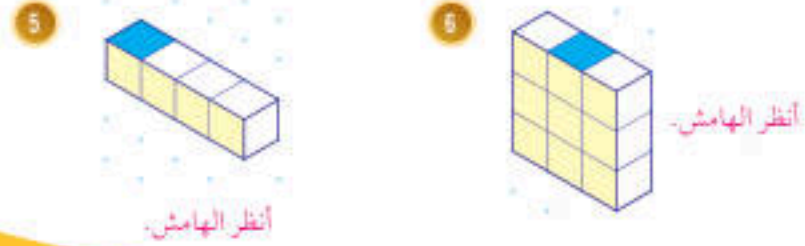
أجد عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها كل مجسم مما يأتي:



3 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها المجسم المجاور؟ 18

4 إذا أزيل المكعب الأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.

إذا وُضِعَ مكعب وحدة فوق كلّ متوازي مستطيلات مما يأتي ليغطّي المربع المرسوم باللون الأزرق، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس:



إجابات (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ):

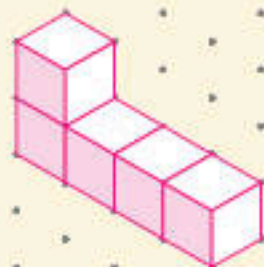
4)



6)



5)



- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين (19, 20).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 5, 6, 9, 10 كتاب التمارين: 1, 3, 5, 7
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 6, 10, 11, 12, 15 كتاب التمارين: 2, 4, 6, 8, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 10, 11, 12, 16, 19, 20 كتاب التمارين: (5 - 10)

5 الإثراء

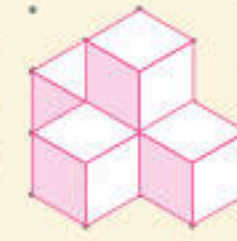
البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« أرسم جميع الحالات الممكنة للمجسم الناتج من ترتيب 5 مكعبات بشكل متلاصق، ثم أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب لكل مجسم.

إجابة ممكنة:

أنظر رسم الطلبة
للمجسمات
ومساقطها.



تنبيه: ألفت انتباه الطلبة إلى أن تلاصق المكعبات يعني أن يكون أحد أوجه المكعب على الأقل متصلاً اتصالاً كاملاً بوجه مكعب آخر.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

7 أرسم متوازي مستطيلات على ورقة منقطة متساوية القياس طولها 3 وحدات، وعرضها 3 وحدات، وارتفاعها 6 وحدات. **أنظر الهامش.**

8 أرسم متوازي مستطيلات على ورقة منقطة متساوية القياس طولها 4 وحدات، وعرضها وحدتان، وارتفاعها 3 وحدات. **أنظر الهامش.**

يتكوّن كل مجسم من 6 مكعبات وحدة. أجد أقل عدد من مكعبات الوحدة التي يمكن إضافتها إلى كل مجسم ليصبح متوازي مستطيلات:



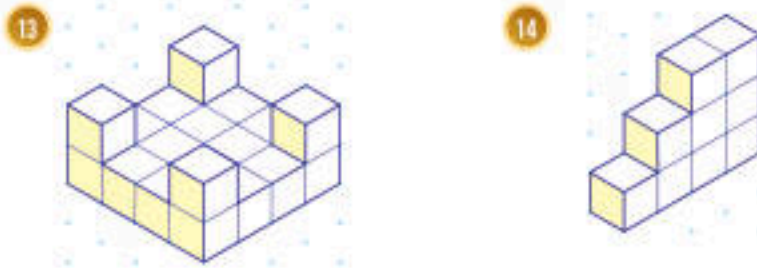
إرشاد

أحدد مواقع المكعبات الستة التي تكمل الشكل إلى متوازي مستطيلات أولاً قبل البدء بالرسم.

أرسم كل مجسم من 6 مكعبات على ورقة منقطة متساوية القياس: (11-12) **أنظر الهامش.**



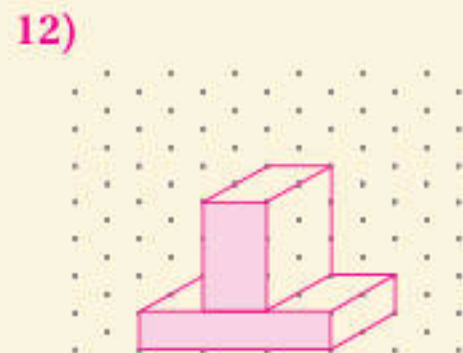
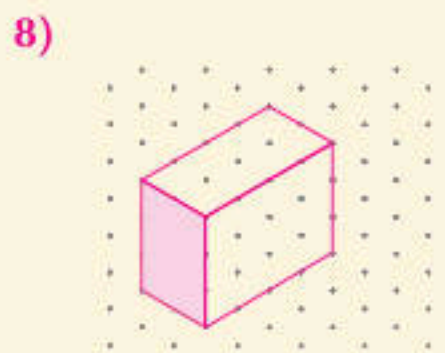
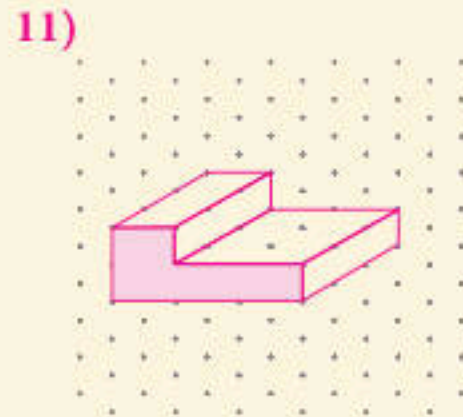
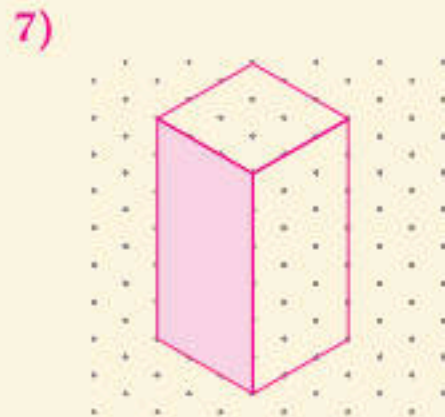
(13-14) **أنظر ملحق الإجابات.** أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب لكل من المجسمات الآتية:



إرشاد

أستعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إجابات (أندرب وأحل المسائل):



نشاط التكنولوجيا



أحفظ الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التفاعلية التي يحويها لتحديد مساقط الأشكال ثلاثية الأبعاد، وأخبرهم أن الموقع يحوي مسائل تفاعلية بأربع مستويات مختلفة.

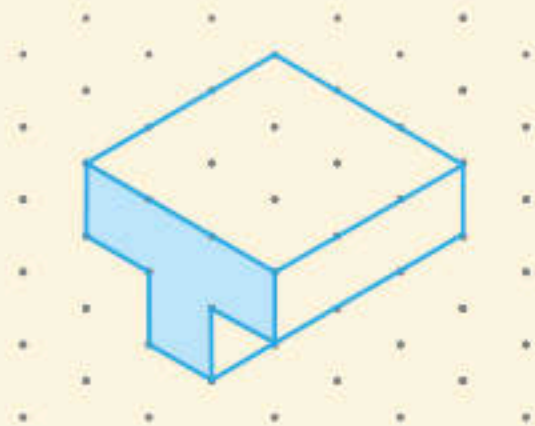
✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-3) من خطوات تنفيذ المشروع.

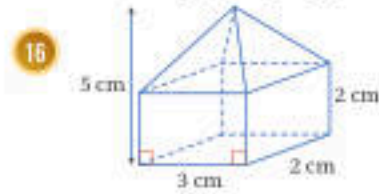
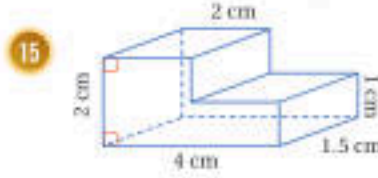
6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
 - إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- « أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، للمجسم الآتي.

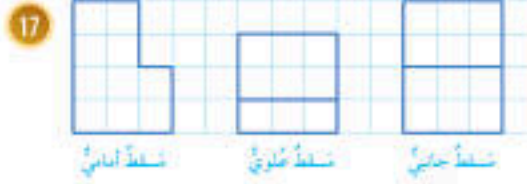


الوحدة 8

أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، لكل من المجسمات الآتية: (أرسم كل مسقط بأبعاده الحقيقية)



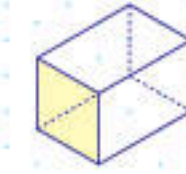
أستعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المعطاة، لرسم كل مجسم متآبتي من مكعبات وحدة.



أنظر الهامش.



أنظر الهامش.



19 **اكتشف الخطأ:** رسم عامر متوازي المستطيلات المجاور على ورقة منقطة متساوية القياس. اكتشف الخطأ الذي وقع فيه عامر، وأصححه بإعادة رسم المتوازي على ورقة منقطة متساوية القياس. **أنظر الهامش.**

20 **تحذ:** أستخدم ورقة منقطة متساوية القياس، لرسم المجسم المعطى مساقطه في ما يأتي من مكعبات وحدة. **أنظر الهامش.**



21 **اكتب** كيف أرسم المساقط الثلاثة لمجسم؟ **أنظر إجابات الطلبة.**

123

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

19 الخطأ: ظهور الحواف المخفية. الرسم التالي هو الصحيح:



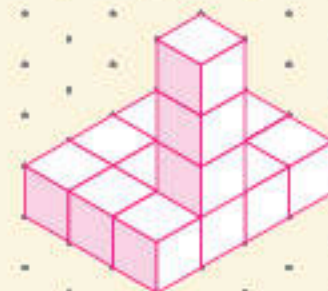
20)



17)



18)



الدرس 2 المقاطع والمجسمات الدّورانية

استكشف



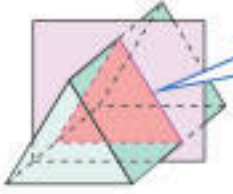
كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن المجاورة للحصول على شرائح مستطيلة الشكل؟

فكرة الدرس

- أخذ الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- أخذ عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرّف المجسمات الدّورانية.

المصطلحات

المقطع، المقطع العرضي، المنشور، مستوى التماثل، المجسم الدّوراني، محور الدّوران.



المقطع العرضي مثلث

أفترض أن مستوى قطع مجسمًا، عندها يُسمى الشكل ثنائي الأبعاد الناتج من تقاطع مستوى مع مجسم **مقطعًا** (section). فمثلاً، يبين الشكل المجاور أن تقاطع مستوى ومنشور ثلاثي هو مثلث. ويُسمى المقطع الموازي لقاعدة المجسم **المقطع العرضي** (cross section).

مثال 1

أحدد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كل مما يأتي، وأحدد أي المقاطع هو مقطع عرضي:



المقطع مستطيل.



المقطع سداسي، وهو مقطع عرضي؛ لأنه مواز للقاعدة.



المقطع مثلث، وهو مقطع عرضي؛ لأنه مواز للقاعدة.

تحقق من فهمي



المقطع مستطيل.



المقطع سداسي، وهو مقطع عرضي.



المقطع مثلث.

نتائج الدرس:

- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرّف المجسمات الدورانية.
- وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوي حول محور معطى.
- تحديد أبعاد مجسم دوراني.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركبة.

نتائج التعلم القبلي:

- الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- محور الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- مركز الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقدة التعليمي لدى الطلبة.

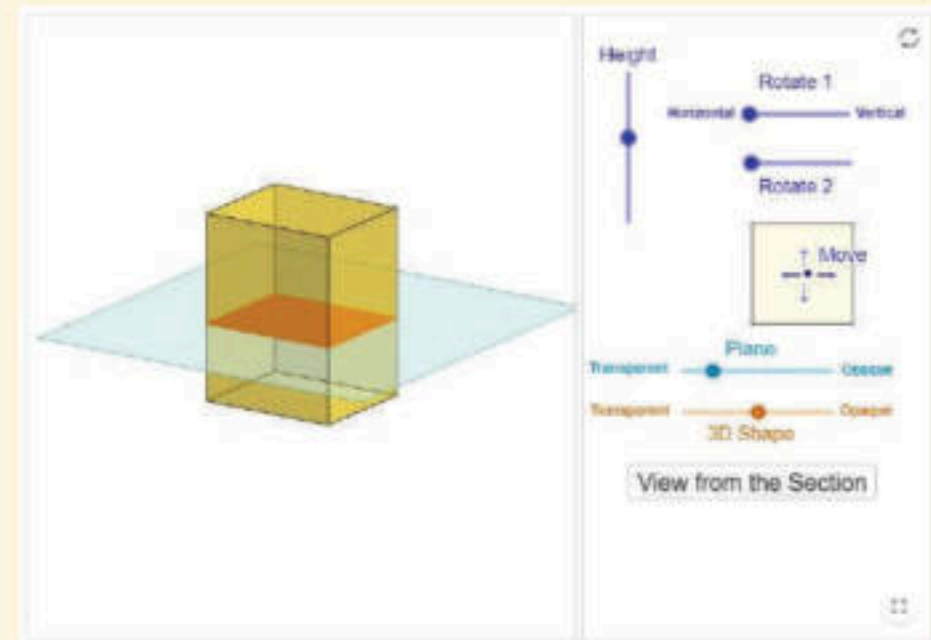
التهيئة

1

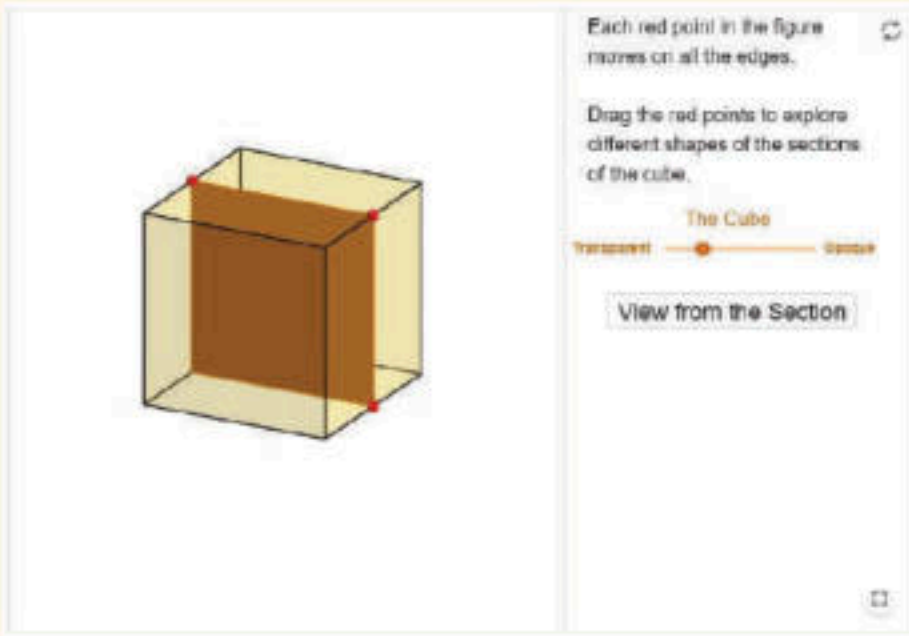
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 15: لوحة الهدف.
- أطلب إلى المجموعات تحديد حرف من لوحة الهدف على كل مما يأتي:
- « حرف ليس له أي محور تماثل.
- « حرف له محور تماثل.
- « حرف له محور تماثل.
- أناقش الحل مع الصف كاملاً.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
- « ما الأشكال التي تُصنع بها الجبنة؟ منشور رباعي، منشور ثلاثي.
- « كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن الظاهرة في الصورة إلى شرائح مثلثة الشكل؟ بتقطيعها بسكين بشكل يوازي قاعدتها المثلثة.
- « كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن إلى شرائح مستطيلة؟ بتقطيعها بسكين بشكل عمودي على قاعدتها المثلثة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
- « مَنْ يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أوضّح للطلبة المقصود بكلّ من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.
 - أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):
- <https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH>
- أطلب إلى الطلبة اختيار Sections of Rectangular Prisms (Cuboids) من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:



- أحرّك المستوى الذي يقطع المجسم بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كلّ مرة، ثم أنقر على View from the Section لإظهار شكل المقطع، وأنحَق من صحة إجابات الطلبة في كلّ مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف المؤشرات المختلفة الموجودة في الشاشة، وتحديد تأثير كلّ منها على وضع المستوى ومكانه بالنسبة إلى المجسم، ثم أطلب إليهم استكشاف مقاطع مختلفة، وألفت انتباههم إلى إمكانية النقر على [↺] لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي.
- أطلب إلى المجموعات العودة إلى الصفحة الرئيسة، واختيار Exploring Sections of Cubes من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:



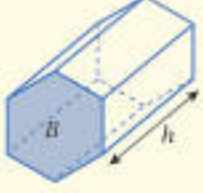
- أطلب إلى المجموعات تحريك النقاط الحمراء على حدود المكعب لتحريك المستوى الذي يقطع المجسم؛ لمحاكاة الشكل الوارد في الفرع 1 من المثال 1، ثم أسأل الطلبة:
- برأيكم، ما شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى مع المكعب؟ مستطيل، أو مربع.
- أطلب إلى المجموعات النقر على View from the Section لإظهار شكل المقطع والتحقّق من إجاباتهم.
- أطلب إلى المجموعات النقر على [↺] لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي، ثم أطلب إليهم تحريك المستوى بأوضاع مختلفة؛ لاستكشاف المقطع الناتج في كلّ مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف جميع مقاطع المجسمات الموجودة في الصفحة الرئيسة.
- أناقش حلّ الفرعين 2 و3 من المثال 1 مع الطلبة من دون استعمال البرمجة؛ للتحقق من تمكّنهم من مفهوم المقطع.

الوحدة 8

المنشور (prism) هو شكل ثلاثي الأبعاد، له قاعدتان متطابقتان ومتوازيتان، ومقاطع العرضية جميعها متطابقة، ويمكن إيجاد حجم المنشور بضرب مساحة المقطع العرضي له (القاعدة) في ارتفاعه.

حجم المنشور

مفهوم أساسي

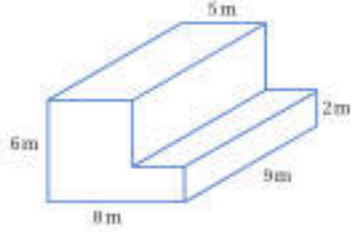


• **بالكلمات:** حجم المنشور يساوي ناتج ضرب مساحة مقطعه العرضي في ارتفاعه.

• **بالرموز:** $V = Bh$

حيث h ارتفاع المنشور، و B مساحة المقطع العرضي للمنشور.

مثال 2



أجد حجم المنشور المجاور.

الخطوة 1 أجد مساحة المقطع العرضي.

أجد مساحة المقطع العرضي (B) بجمع مساحتي المستطيلين B_1 و B_2

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 \\ &= (l_1 \times w_1) + (l_2 \times w_2) \\ &= (6 \times 5) + (3 \times 2) \\ &= 30 + 6 = 36 \end{aligned}$$

إذن، مساحة المقطع العرضي للمنشور 36 m^2

الخطوة 2 أجد حجم المنشور.

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= 36 \times 9 \\ &= 324 \end{aligned}$$

إذن، حجم المنشور 324 m^3

أخطاء شائعة:

يظن بعض الطلبة خطأً أن قاعدة المنشور يجب أن تكون مضلعاً منتظماً؛ لذا يؤكد باستمرار أنه يمكن أن تكون القاعدتان أي مضلع بشرط أن تكونا متطابقتين ومتوازيتين.

إرشاد: يُفضل تنفيذ إجراءات المثال 1 في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكناً، فإنه يمكن توضيح نوع المقطع والمقطع العرضي للمجسمات باستعمال مجسمات حقيقية مصنوعة من الورق أو الكرتون أو أي مجسمات أخرى مناسبة.

تنبيه: أتجنب مناقشة مقاطع الكرة؛ لأن ذلك سيناقش في الدرس القادم.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

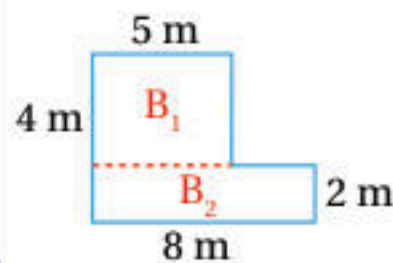
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أناقش مفهوم المنشور مع الطلبة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك مثل: منشور ثلاثي، رباعي، خماسي،
- أناقش مع الطلبة صيغة إيجاد حجم المنشور بالكلمات والرموز الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي).
- أناقش حلّ مثال 2، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

إرشاد: أوضح للطلبة أنه يمكن تقسيم المقطع



العرضي بشكل مختلف عما في المثال كما في الشكل المجاور.

مثال 3

- أعرض أمام الطلبة متوازي مستطيلات، مثل: صندوق أغذية، أو صندوق مناديل ورقية، ثم أوضح لهم كيف يمكن وضع مرآة مستوية تمرّ في مركز الصندوق وتوازي وجهين متوازيين فيه، بحيث ينعكس أحد نصفي الصندوق على نصفه الآخر تمامًا.
- أسأل الطلبة: بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟ لماذا؟
- 3 طرائق، بعدد أزواج الأوجه المتوازية في متوازي المستطيلات.
- أوضح للطلبة أن المرآة تمثل مستوى تماثل، ثم أوضح لهم المقصود بمستوى التماثل، وأقدم لهم أمثلة على ذلك.
- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 3.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

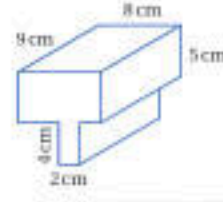
- يمكن عرض منشور ثلاثي شفاف أمام الطلبة؛ لتوضيح عدد مستويات التماثل للمنشور الثلاثي.
- يمكن الاستفادة من عدد محاور التماثل لقاعدة المجسم لتحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.

أخطاء شائعة:

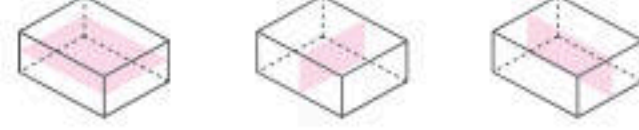
- قد يظن الطلبة خطأً أن المستوى الذي يحوي حرفين متقابلين من متوازي المستطيلات يشكل مستوى تماثل. أوضح للطلبة أن مستوى التماثل يجب أن يقسم الشكل ثلاثي الأبعاد إلى نصفين متطابقين كلّ منهما صورة مرآة للآخر.
- هذا الخطأ يشبه خطأ الظنّ بأن قطر المستطيل محور تماثل.

أتدقّق من فهمي:

أجد حجم المنشور المجاور. 432 cm^3

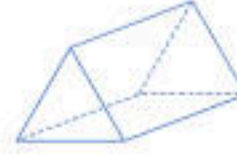


مستوى التماثل (plane of symmetry) هو مستوى يقسم الشكل ثلاثي الأبعاد إلى نصفين متطابقين كلّ منهما صورة مرآة للآخر، فمثلاً تبيّن الأشكال الآتية مستويات التماثل جميعها لمتوازي المستطيلات.

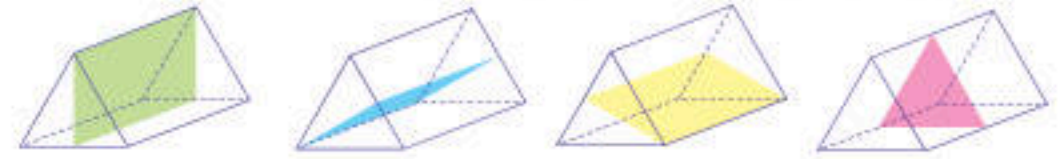


مثال 3

بيّن الشكل المجاور منشورًا ثلاثيًا قاعدته مثلث متطابق الأضلاع. أجد عدد مستويات التماثل للمنشور.

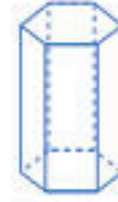


بما أن قاعدة المنشور مثلث متطابق الأضلاع، فإن لها ثلاثة خطوط تماثل، وهذا يعني أن للمنشور مستوى تماثل مرتبطًا بكلّ من هذه الخطوط الثلاثة، ويوجد أيضًا مستوى تماثل مواز للقاعدة يقطع المنشور إلى نصفين متطابقين. ومنه فإن المجموع الكليّ لمستويات تماثل هذا المنشور هو 4 مستويات.



أتدقّق من فهمي:

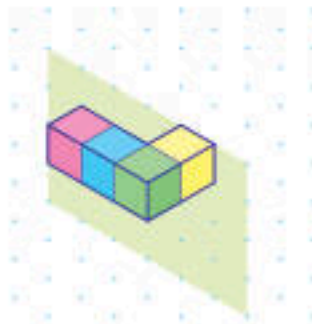
أجد عدد مستويات التماثل للمنشور السداسي المنتظم المجاور. 7



يمكن إكمال الرسم المتساوي لشكل ثلاثي الأبعاد إذا علمت مستوى تماثل الشكل وأخذ النصفين المتطابقين حوله.

مثال 4

أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علماً بأن المستوى المظلل مستوى تماثل. بما أنه توجد 4 مكعبات في الشكل، فهذا يعني أنه يجب إضافة 4 مكعبات أخرى على الجهة الأخرى من مستوى التناظر.



تحقق من فهمي:

أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علماً بأن المستوى المظلل مستوى تماثل. ملحوظة: استعمل الورق المنقط متساوي القياس الموجود في كتاب التمارين. أنظر الهامش.



المجسمات الدورانية

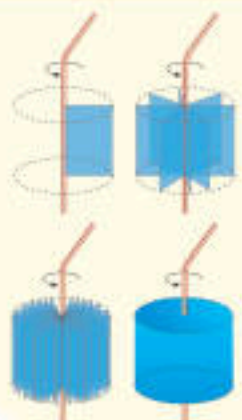
نشاط هندسي

الإجراءات:

- الخطوة 1: أرسم مستطيلاً على ورقة مقواة، ثم أقصه.
- الخطوة 2: استعمل شريطاً لاصقاً لتثبيت المستطيل على ماصّة.
- الخطوة 3: أدور نهاية الماصّة بين يدي، وأراقب النتيجة.

أحلّ النتائج:

ما المجسم الناتج من دوران المستطيل حول الماصّة؟



إجابة - (تحقق من فهمي 4):



- أوضح للطلبة أن من فوائد مستويات التماثل في المجسمات: إكمال الرسم المتساوي لشكل ثلاثي الأبعاد إذا عُرف مستوى تماثل له وأحد نصفيه المتطابقين حول هذا المستوى.
- أناقش حلّ المثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد أن عدد المكعبات على جهتي مستوى التماثل متساويان.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: يمكن مناقشة المثال مع الطلبة باستعمال أداة الرسم المتساوي، وفي حال لم يكن ذلك ممكناً، فإنه يمكن استعمال لوح متنقل خاص بالورق المنقط متساوي القياس لشرح المثال.

نشاط هندسي: المجسمات الدورانية

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بقطعة كرتون مستطيلة الشكل، وماصّة، ولاصق.
 - أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط الهندسي الوارد في الصفحة 127 من كتاب الطالب.
 - أختار أحد أفراد المجموعات، وأطلب إليه عرض النشاط أمام الطلبة، ثم أسأل الطلبة:
- « ما المجسم الناتج من دوران قطعة الكرتون مستطيلة الشكل حول الماصّة؟ أسطوانة.

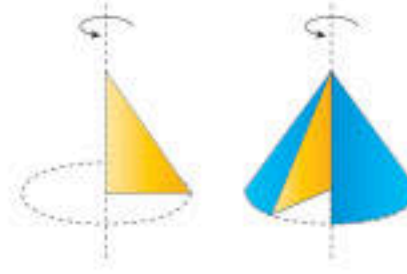
إرشاد: أطلب إلى أفراد المجموعات توزيع الأدوار في ما بينهم أثناء تنفيذ النشاط، فمثلاً يثبت أحد فردي المجموعة قطعة الكرتون على الماصّة الملتصقة، ثم يدور الفرد الآخر نهاية الماصّة بيديه.

مثال 5

- أقدم مفهوم المجسم الدوراني ومحور الدوران، وأستعين بالأسطوانة التي نتجت من دوران المستطيل في النشاط السابق.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم قراءة مثال 5 ومناقشة حله، ثم أكلف مندوباً عن إحدى المجموعات بحلّ المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله.
- أطلب تبرير النتائج وخاصة في ما يتعلق بأبعاد المجسم الدوراني وأبعاد الشكل الأصلي المدور.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

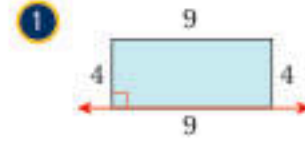
قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في وصف المجسم الدوراني الناتج من وصف الأشكال المستوية؛ لذا يمكن نمذجة المسائل بطريقة مشابهة للنشاط الهندسي.



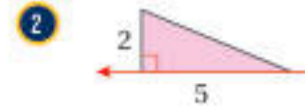
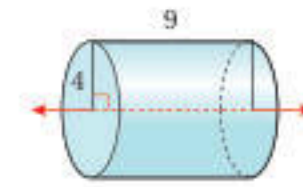
المجسم الدوراني (solid of revolution) هو شكل ثلاثي الأبعاد ناتج من دوران شكلٍ مستوي حول محور، ويُسمى المستقيم الذي يدور حوله الشكل المستوي **محور الدوران** (axis of revolution). فمثلاً، عند تدوير مثلث حول محور يحوي أحد أضلاعه، فإن المجسم الدوراني الناتج مخروط.

مثال 5

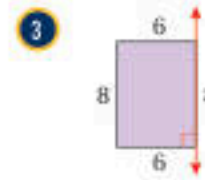
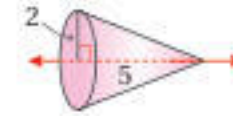
أصف المجسم الدوراني الناتج من دوران كلٍّ من الأشكال المستوية الآتية حول المحور المعطى، ثم أحدد قياساته وأرسمه:



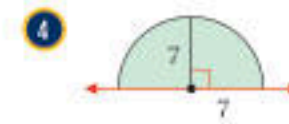
المجسم الدوراني الناتج أسطوانة ارتفاعها 9 وطول نصف قطرها 4



المجسم الدوراني الناتج مخروط ارتفاعه 5 وطول نصف قطرها 2



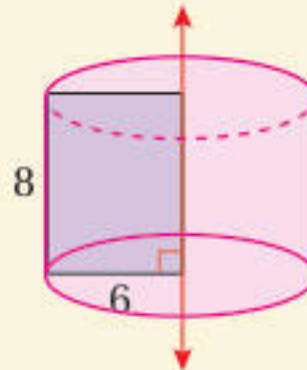
(3-4) أنظر الهامش.



✓ **أتحقق من فهمي:**

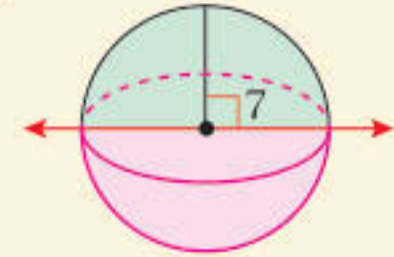
إجابات - (أتحقق من فهمي 5):

3)



المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطرها 6

4)



المجسم الدوراني الناتج: كرة طول نصف قطرها 7

أحدّد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كلِّ ممّا يأتي، وأحدّد أيّ المقاطع هو مقطع عرضي:

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ

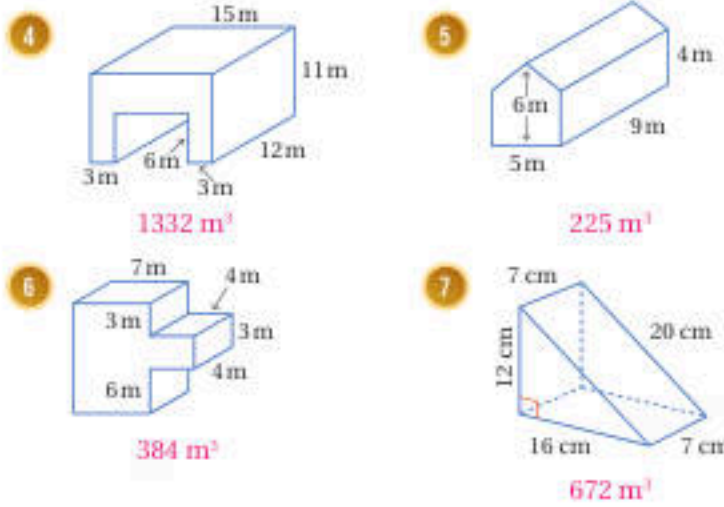
معلومة

للمقاطع أهمية كبيرة في دراسة الهياكل التشريحية للحيوانات والنباتات، ومن خلالها كشف العلماء الثغاب عن الأنسجة والأعضاء المخفية.



المقطع مثلث، وهو مقطع عرضي.
 المققطع دائرة.
 المققطع مربع، وهو مقطع عرضي.

أجدّد حجم كل منشور ممّا يأتي:



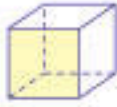
1332 m³

225 m³

384 m³

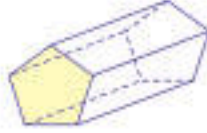
672 m³

8 يبيّن الشكل الآتي مكعباً، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المكعب.



8 يبيّن الشكل الآتي منشوراً خماسياً منتظماً، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المنشور.

6



أفكّر

إذا كانت قاعدة المنشور مضلعاً منتظماً، فما علاقة ذلك بمستويات التماثل؟

- أوجّه الطلبة إلى بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشاد:** أوجّه الطلبة إلى قراءة المعلومة المرتبطة بالأسئلة (1-3) حول أهمية المقاطع العرضية في دراسة الحيوانات والنباتات.

توسعة: في السؤال 17، أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن خصائص الفولاذ ومجالات استخدامه، وكتابة فقرة قصيرة عن ذلك.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليشركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (21 - 18).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17 كتاب التمارين: (1 - 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (17 - 19) كتاب التمارين: (1 - 5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18 - 21) كتاب التمارين: (3 - 6)

الإثراء

5

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:



« يبين الشكل المجاور

مجسمًا مكونًا من

5 مكعبات وحدة.

أضيف إلى المجسم

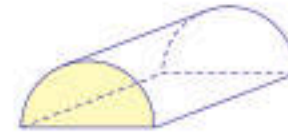
مكعبًا سادسًا بحيث يصبح للمجسم:

- مستوى تماثل واحد.

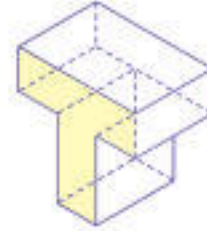
- مستويًا تماثل.

- 3 مستويات تماثل.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.



10 يبين الشكل المجاور مجسمًا مقطوعًا العرضي نصف دائرة، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المجسم. 2

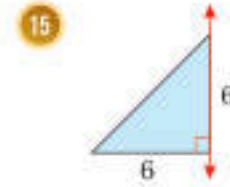
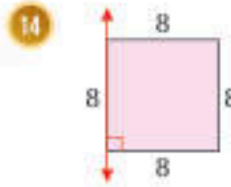


11 يبين الشكل المجاور منشورًا مقطوعًا العرضي على شكل حرف T، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المنشور. 2

أكمل رسم المجسم في كلّ ممّا يأتي، علمًا بأنّ المستوى المظلل مستوى تماثل: (12-13) أنظر ملحق الإجابات.



أصف المجسم الدوراني الناتج من دوران كلّ من الأشكال المستوية الآتية حول المحور المُعطى، ثمّ أحدّد قياساته وأرسمه: (14-15) أنظر ملحق الإجابات.



16 علبة: يبين الشكل المجاور علبة سطحها العلوي والسفلي متطابقان، وكلاهما مكون من مستطيل طوله 9 cm وعرضه 4 cm مع نصف دائرة عند كلّ نهاية. إذا كان ارتفاع العلبة 3 cm، فأجد حجمها. 145.7 cm³

130

إجابات - (أندرب وأحلّ المسائل):

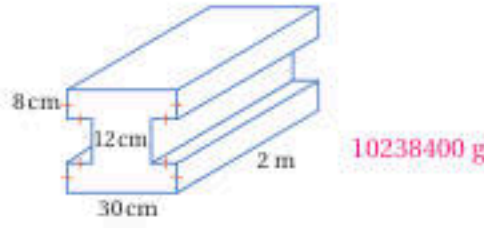
12)



13)



17 **دعامة فولاذية:** يبين الشكل الآتي المقطع العرضي لدعامة فولاذية على شكل منشور، طولها 2 m، إذا كانت كتلة 1 cm³ من الفولاذ 79 g، فأوجد كتلة الدعامة.



معلومة

يُعدّ الفولاذ المادة الأكثر شيوعاً لبناء البنية التحتية، وفي الصناعات حول العالم؛ فهو يستخدم لتصنيع جميع المواد بدءاً من الإبرة إلى ناقلات البترول.

مهارات التفكير العليا

تبرير: أرسم المجسم المركب الناتج من تدوير كلٍّ من الأشكال المسنوية الآتية حول المحور المعطى، ثم أصف المجسم الناتج وأحدد قياساته:

(18-19) **أنظر الهامش.**



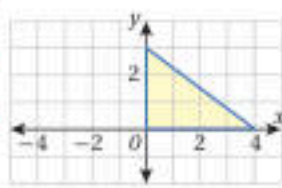
20 **تحذ:** أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس مجسماً مكوناً من 6 مكعبات وحدة لـ 5 مستويات تماثل. **أنظر ملحق الإجابات.**

21 **تبرير:** أجد المساحة الكلية لسطح المجسم الناتج من دوران المثلث الآتي حول المحور y، وأبرر إجابتي. (اكتب الإجابة بدلالة π)

36π ، المجسم الدوراني

الناتج: مخروط طول نصف

قطر قاعدته 4 وارتفاعه 3



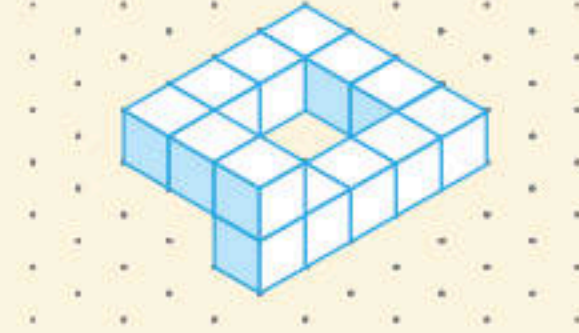
إرشاد

أحدد أبعاد المجسم الناتج عن الدوران أولاً، لأنّ من إيجاد مساحة سطحه الكلية.

22 **اكتب:** كيف يمكن تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم؟ **أنظر إجابات الطلبة.**

نشاط التكنولوجيا

- أعرض الشكل الآتي على الطلبة، وأخبرهم أن المجسم الظاهر فيها يُسمى شكلاً مستحيلًا (impossible object)، وأوضح لهم أن الشكل المستحيل هو نوع من أنواع الخداع البصري، وهو شكل ثنائي الأبعاد يُفسّر بصرياً على أنه شكل ثلاثي الأبعاد، ولكن وجوده هندسياً غير ممكن.



- أطلب إلى الطلبة البحث عن صور لأشكال مستحيلة في شبكة (الإنترنت).
- أطلب إلى الطلبة رسم الشكل المستحيل الخاص بهم على الورق المنقطة متساوي القياس.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (4-7) من خطوات تنفيذ المشروع.

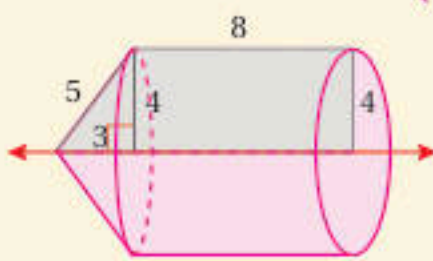
الختام

6

- أوجه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل: «ما عدد مستويات التماثل لموازي مستطيلات قاعدته مربعة؟ أبرر إجابتي. 3؛ لأن كل مستوى يصل بين منتصفيه وجهين متوازيين يشكل مستوى تماثل.

إجابات - (أدرب وأحل المسائل):

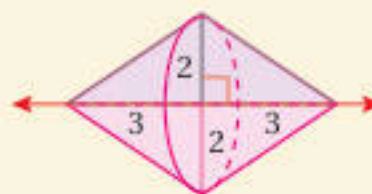
(19)



المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة يعلوها مخروط.

طول نصف قطر كلٍّ من الأسطوانة وقاعدة المخروط 4، ارتفاع الأسطوانة 8، ارتفاع المخروط 3 وارتفاعه الجانبي 5

(18)



المجسم الدوراني الناتج: مخروطان متماثلان قاعدتهما ملتصقتان ورأساهما باتجاهين مختلفين. طول نصف قطر قاعدة كل مخروط 2 وارتفاعه 3

نتائج الدرس:

- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد مساحة الدائرة.
- إيجاد حجم المنشور ومساحة سطحه.
- إيجاد حجم المخروط، ومساحة سطحه.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أضع على الطاولة أمام الطلبة: كرة قدم، وحبة برتقال، وكرة تنس طاولة، ثم أسألهم:

« ما الصفة المشتركة بين هذه المجسمات؟ كل منها على شكل كرة.

« ما الاختلافات بين المجسمات؟ ستختلف إجابات الطلبة، إجابة محتملة: تختلف المجسمات في الحجم.

حجم الكرة ومساحة سطحها

3

الدرس

استكشف



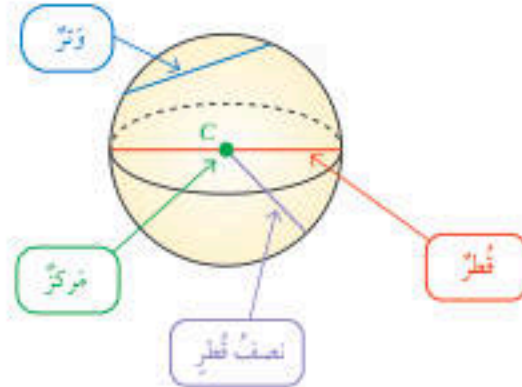
كَمْ مستقيماً مربعاً ومن الجسد يلزم لصنع الكرة المجاورة؟

فكرة الدرس

أجد مساحة سطح الكرة وحجمها.

المصطلحات

الكرة، الدائرة الكبرى، نصف الكرة.

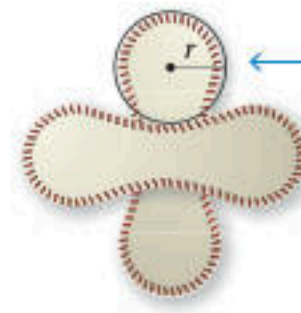


الكرة (sphere) هي مجموعة النقاط جميعها في الفضاء التي تبعد بُعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تُسمى مركز الكرة.

- نصف قطر الكرة هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الكرة وأي نقطة على الكرة.
- وتر الكرة هو قطعة مستقيمة طرفاها أي نقطتين على الكرة.
- قطر الكرة وتر يمر في المركز.

يمكن إيجاد صيغة لمساحة سطح الكرة بقص كرة كما في الشكل أدناه وملاحظة القطعتين اللتين تتكون منهما.

الاحظ أن كل قطعة مكونة تقريباً من دائرتين متطابقتين متصلتين، مما يعني أن الكرة بأكملها مكونة من 4 دوائر متطابقة تقريباً طول نصف قطر كل منها r ، وبما أن مساحة الدائرة $A = \pi r^2$ ، فإن مساحة القطع التي تتكون منها الكرة تساوي $4\pi r^2$ ، وهذه هي الصيغة العامة لمساحة سطح الكرة.



مساحة كل دائرة تساوي πr^2 تقريباً

مساحة سطح الكرة

مفهوم أساسي



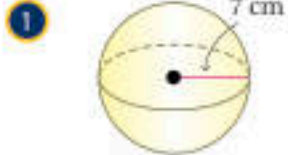
• **بالكلمات:** مساحة سطح الكرة (S.A) هي حاصل ضرب 4π في مربع طول نصف قطرها.

• **بالرموز:** $S.A = 4\pi r^2$

حيث r طول نصف قطر الكرة.

مثال 1

أجد مساحة سطح كل كرة مما يأتي، وأقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة:



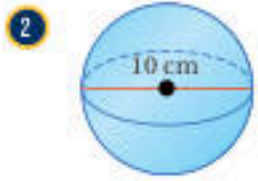
صيغة مساحة سطح الكرة

أعوض $r = 7$

أبسط

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، مساحة سطح الكرة $196\pi \text{ cm}^2$ ، أو 615.8 cm^2 تقريباً.



بما أن طول قطر الكرة 10 cm فإن هذا يعني أن طول نصف قطرها 5 cm

صيغة مساحة سطح الكرة

أعوض $r = 5$

أبسط

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، مساحة سطح الكرة $100\pi \text{ cm}^2$ ، أو 314.2 cm^2 تقريباً.

• أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:

« أين تستعمل هذه الكرة؟ في لعبة كرة القدم.

« هل توجد كرات تستعمل في ألعاب أخرى؟ ما الأمثلة على ذلك؟ نعم، توجد، مثلاً: كرة السلة، كرة الطائرة، كرة اليد، كرة التنس الأرضي.

« كم سنتيمتراً مربعاً من الجلد نحتاج إليه لصنع الكرة الظاهرة في الصورة؟

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟

• أعزز الإجابات الصحيحة.

التدريس

مثال 1

• أوضح للطلبة المفهوم الرياضي للكرة، وعناصرها بالاستعانة بما ورد في كتاب الطالب.

• أسأل الطلبة السؤال الآتي:

« ما صيغة حساب مساحة الدائرة؟ $A = \pi r^2$

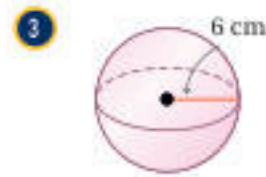
• أستمع لإجابات الطلبة، ثم أكتب صيغة مساحة الدائرة على اللوح.

• أناقش الطلبة في طريقة التوصل إلى صيغة حساب مساحة سطح الكرة باستعمال كرة يمكن فتحها، وملاحظة أن سطح الكرة مكون من أربع دوائر متطابقة تقريباً، ثم أكتب الصيغة بالكلمات والرموز كما ورد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) في كتاب الطالب.

• أناقش مع الطلبة حل المثال 1 على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

• إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ اتحقق من فهمي:



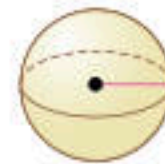
452.4 cm²



2827.4 cm²

يمكن إيجاد طول قطر الكرة إذا علمت مساحة سطحها.

مثال 2



$SA = 30\pi \text{ m}^2$

أجد طول قطر الكرة المجاورة إذا علمت أن مساحة سطحها $30\pi \text{ m}^2$ ، وأقرب إجائي لأقرب جزء من عشرة.

$$SA = 4\pi r^2$$

صيغة مساحة سطح الكرة

$$30\pi = 4\pi r^2$$

أعوض $SA = 30\pi$

$$r^2 = 7.5$$

أقسم طرفي المعادلة على 4π

$$r = \pm \sqrt{7.5}$$

تعريف الجذر التربيعي

$$= \pm 2.7$$

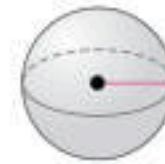
استعمل الآلة الحاسبة

وبما أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا، إذن، طول نصف قطر الكرة يساوي 2.7 تقريبًا. أجد طول قطرها $(2r)$ كالآتي:

$$2r = 2 \times 2.7 = 5.4$$

إذن، طول قطر الكرة يساوي 5.4 m تقريبًا.

✓ اتحقق من فهمي:



$SA = 20.25\pi \text{ m}^2$

أجد طول قطر الكرة المجاورة إذا علمت أن مساحة سطحها $20.25\pi \text{ m}^2$ ، وأقرب إجائي لأقرب جزء من عشرة.

4.5 m

مثال 2

• أسأل الطلبة:

« كيف يمكن إيجاد طول نصف قطر كرة عُلِمَت مساحتها؟ بتعويض المساحة في صيغة مساحة سطح الكرة، وحل المعادلة الناتجة.

• أناقش حلّ مثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأوضح لهم أنه يُعدّ تطبيقًا غير مباشر على قانون مساحة سطح الكرة.

✓ إرشاد:

ألفت انتباه الطلبة عند حلّ المثال 2 إلى أن r تمثل طول نصف القطر، ولا يمكن أن يكون الطول سالبًا؛ لذا عند حلّ المعادلة الناتجة نأخذ القيمة الموجبة لـ r ، ونهمل القيمة السالبة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجهم.

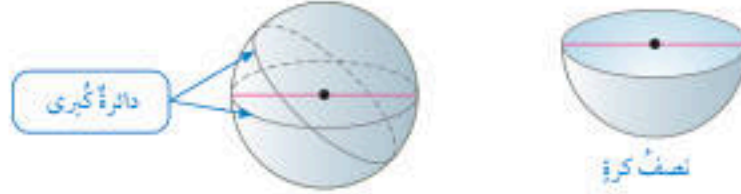
إذا قطع مستوى كرة فإنه يقطعها في نقطة أو في دائرة، وإذا كان المستوى يحتوي مركز الكرة فعندها يُسمى هذا التقاطع **الدائرة الكبرى** (great circle)، والدائرة الكبرى لها مركز الكرة نفسه، وطول نصف قطرها مساوٍ لطول نصف قطر الكرة، ومحيطها هو محيط الكرة نفسه.



تقسم كل دائرة كبرى الكرة إلى نصفين متطابقين يُسمى كل منهما **نصف كرة** (hemisphere).

الأنشطة

تحتوي الكرة عددًا لا نهائيًا من الدوائر الكبرى.



مثال 3: من الحياة



الكرة الأرضية: يبلغ طول خط استواء الكرة الأرضية حوالي 40070 km تقريبًا. أجد مساحة سطح الكرة الأرضية التقريبية، مقربًا لإجابتي لأقرب جزء من عشرة. بما أن خط الاستواء يمثل محيط دائرة كبرى للكرة الأرضية، فطولُه يمثل محيط الكرة الأرضية.

الخطوة 1 أجد طول نصف قطر الكرة الأرضية.

$$C = 2\pi r$$

$$40070 = 2\pi r$$

$$r \approx 6377.3$$

صيغة محيط الدائرة

أعزّض $C = 40070$

استعمل الآلة الحاسبة

إذن، طول نصف قطر الكرة الأرضية 6377.3 km تقريبًا.

مثال 3: من الحياة



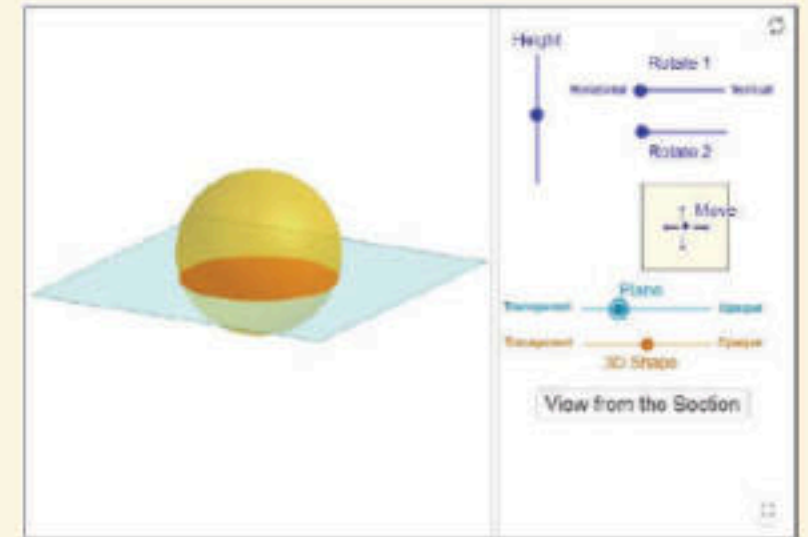
أوضح للطلبة المقصود بكل من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.



أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

<https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH#material/ZHaaZ7E4>

أحرك المستوى الذي يقطع الكرة بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والكرة في كل مرة، ثم أنقر على **View from the Section** لإظهار شكل المقطع والتحقق من صحة إجابات الطلبة في كل مرة.



أتوصل مع الطلبة عن طريق مناقشة ما سبق إلى أن ما ينتج من تقاطع مستوى مع كرة يكون إما نقطة أو دائرة، وأوضح لهم أن أكبر هذه الدوائر والتي لها مركز الكرة نفسه تُسمى الدائرة الكبرى، ثم أوضح لهم كل ما يتعلق بالدائرة الكبرى من حيث: نصف قطرها، ومحيطها، وعلاقتها بمحيط الكرة ونصف قطرها.

أناقش مع الطلبة مفهوم نصف الكرة، ويمكن توضيح ذلك عمليًا بإحضار 3 حبات برتقال وقطع كل حبة برتقال قطعًا مختلفًا، أو ملامستها بمستوى كما في الأشكال المرسومة في كتاب الطالب.

أطلب إلى المجموعات قراءة المثال 3 ومناقشة حلّه، ثم أكلف مندوبًا عن إحدى المجموعات حلّ المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى وجود عدد لا نهائي من الدوائر الكبرى للكرة.
- يُفضّل توضيح مقاطع الكرة في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن توضيح ذلك باستعمال مجسمات حقيقية.

تنويع التعليم:

في المثال 3، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في إيجاد تفسير للمسائل الحياتية، مثل: تخيل محيط الأرض وطول نصف قطرها؛ لذا أقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، مع التنويه بضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل؛ ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة.

مثال 4

- أذكر الطلبة بقانون حساب حجم المنشور وقانون حساب حجم الأسطوانة، ثم أعرض عليهم قانون حساب حجم الكرة بالكلمات والرموز كما ورد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) في كتاب الطالب.
- أناقش حل مثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ الطلبة في إدخال $\frac{4}{3}$ في آلاتهم الحاسبة عند حساب حجم الكرة؛ لذا أتأكد أن الطلبة يستخدمون آلاتهم الحاسبة الخاصة بطريقة صحيحة، وألفت انتباههم إلى أن استخدام قيم تقريبية مثل 1.33 يؤدي إلى أخطاء في الإجابات.

الخطوة 2 استعمال نصف القطر لإيجاد مساحة سطح الكرة الأرضية.

$$\begin{aligned} S.A &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi(6377.3)^2 \\ &\approx 511073731 \end{aligned}$$

صيغة مساحة سطح الكرة

أعوض $r = 6377.3$

استعمل الآلة الحاسبة

إذن، مساحة سطح الكرة الأرضية 511073731 km^2 تقريبًا.

أتحقق من فهمي:

كرة: يبلغ محيط كرة بلاستيكية 60 cm ، أجد مساحة سطحها التقريبية مقربًا إجابتي لأقرب عدد صحيح.

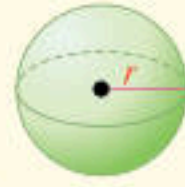
1146 cm^2



يمكن إيجاد حجم الكرة باستعمال القاعدة الآتية:

حجم الكرة

مفهوم أساسي



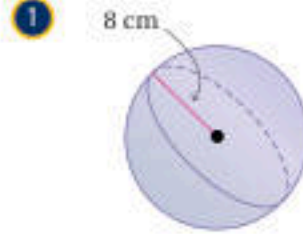
• بالكلمات: حجم الكرة (V) يساوي حاصل ضرب $\frac{4}{3}\pi$ في مكعب طول نصف قطرها.

• بالرموز: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

حيث r طول نصف قطر الكرة.

مثال 4

أجد حجم كل كرة أو نصف كرة متما ياتي، مقربًا إجابتي لأقرب عدد صحيح:



$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi(8)^3 \\ &= \frac{2048}{3}\pi \\ &\approx 2145 \end{aligned}$$

صيغة حجم الكرة

أعوض $r = 8$

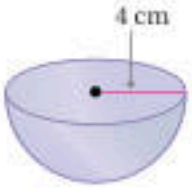
أبسط

استعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم الكرة 2145 cm^3 تقريبًا.

الوحدة 8

2



$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi (4)^3 \right)$$

$$= \frac{128}{3} \pi$$

$$\approx 134$$

صيغة حجم نصف الكرة

أعزّس $r = 4$

أبسط

استعمل الآلة الحاسبة

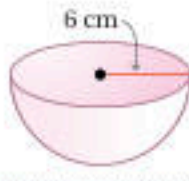
إذن، حجم نصف الكرة 134 cm^3 تقريباً.✓ **أتدرب من فهمي:**

3



113 cm³

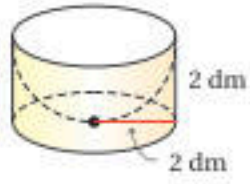
4



452 cm³

يمكن إيجاد حجم الجسم المركب بتحديد الأشكال الهندسية التي يتكوّن منها والعملية الحسابية اللازمة لإيجاد حجومه.

مثال 5



المجسم المجاور أسطوانة تحتوي نصف كرة مفرغة، أجد حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة دون نصف الكرة مقرباً لإجابتي لأقرب جزء من مئة.

لإيجاد حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة دون نصف الكرة (V)، أشرح حجم نصف الكرة (V_1) من حجم الأسطوانة (V_2)

$$V = V_1 - V_2$$

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$= \pi (2)^2 (2) - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi (2)^3 \right)$$

$$= 8\pi - \frac{16}{3} \pi$$

$$= \frac{8}{3} \pi$$

$$\approx 8.38$$

صيغة حجم المجسم

بتعويض صيغتي حجم الأسطوانة وحجم نصف الكرة

أعزّس $r = 2, h = 2$

أبسط

أشرح

استعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم المجسم $\frac{8}{3} \pi \text{ dm}^3$ أو 8.38 dm^3 تقريباً.

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أناقشهم في مضمونه، وأساعدهم على تخيل الشكل وتحديد المطلوب، وهو حجم الأسطوانة مطروح منه حجم نصف كرة.
- أناقش حلّ المثال مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

التدريب

4

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشادات:**

- في السؤالين 12 و13، أوضح للطلبة أن هذا الشكل يُسمّى المغزل، ويُستعمل في الأعمال اليدوية، مثل: نسج الملابس، وعمل الحبال.
- ألقت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أتدرب وأحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في مساعدتهم على حلّ الأسئلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلا منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18 - 16).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

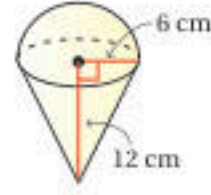
- أطلب إلى الطلبة حل السؤالين الإثرائيين الآتيين:

« خزان ماء أسطواناني يتسع إلى 30 m^3 من الماء. ما أقل نصف قطر لكرة تتسع إلى الكمية نفسها من الماء؟ أقرب الإجابة لأقرب جزء من عشرة. 1.9 m »

« أبحث في تأثير حجم الكرة عند ضرب طول نصف قطرها في d . يُضرب الحجم في d^3 . يكبر الحجم إذا كان $d > 1$ ، يصغر الحجم إذا كان $0 < d < 1$ »

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

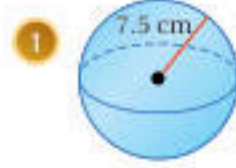
أنتحق من فهمي:



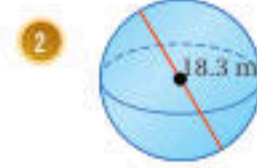
أجد حجم المجسم المجاور، المكوّن من مخروط ارتفاعه 12 cm يعلوه نصف كرة طول نصف قطرها 6 cm ، مقرّباً إجابتي لأقرب جزء من مئة. 904.78 cm^3

أندرب وأحل المسائل

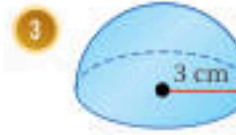
أجد مساحة سطح كل كرة أو نصف كرة متماثلي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة:



706.9 cm^2



1052.1 m^2



84.8 cm^2



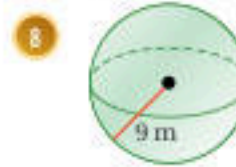
50.3 in^2

أجد طول قطر الكرة في كل من الحالات الآتية، مقرّباً إجابتي لأقرب جزء من عشرة:

5 كرة مساحة سطحها 200 cm^2 8 كرة 6 كرة حجمها 200 cm^3 7.3 cm

7 كرة حجمها 50 m^3 4.6 m

أجد حجم كل كرة أو نصف كرة متماثلي، مقرّباً إجابتي لأقرب عدد صحيح:



3054 m^3



262 cm^3



4189 cm^3



1437 ft^3

إرشاد

لإيجاد مساحة سطح نصف الكرة، لا أنسى إضافة مساحة الدائرة الكبرى.

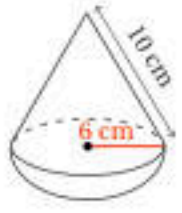
إرشاد

لإيجاد طول نصف قطر الكرة في السؤالين 6 و 7، أحل المعادلة بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 16 كتاب التمارين: 1, 3, 5, 7
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 16) كتاب التمارين: 4, 6, 8, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (15 - 18) كتاب التمارين: (7 - 12)

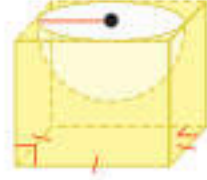


المأب: يتكوّن الجزء العلويّ من لعبة الغزل المجاورة من مخروط ونصف كرة. أجد بدلالة π :

12 حجم لعبة الغزل. $240\pi \text{ cm}^3$

13 المساحة الكلية لسطح لعبة الغزل. $132\pi \text{ cm}^2$

14 كرة معدنية طول نصف قطرها 15 cm، صُهِّرت وأعيد تشكيلها لأسطوانة طول نصف قطرها 6 cm، أجد ارتفاع الأسطوانة. 125 cm



15 مكعب طول ضلعه 5 cm يحتوي نصف كرة مفرغة طول نصف قطرها 2.5 cm، أجد حجم الجزء المتبقي من المكعب مقرباً إجابتي لأقرب عدد صحيح. 92 cm^3

معلومة

تعدّ لعبة الغزل من أقدم الألعاب التي اكتشفها علماء الآثار، حيث يعود تاريخها إلى القرن الخامس والثلاثين قبل الميلاد.



مهارات التفكير العليا

16 **تبرير:** ما عدد مستويات التماثل للكرة؟ أبرّر إجابتي. عدد لانتهائي؛ لأن عدد أقطارها لا نهائي، وكل قطر يمرّ به مستوى تماثل.



17 **تحذ:** تصنع شركة كرات صغيرة من الفولاذ المقاوم للصدأ (ستيل) لعجلات الأحذية طول قطرها 4 mm، أجد عدد الكرات الصغيرة التي يمكن للشركة تصنيعها من 1 متراً مكعباً من (ستيل). 29841551



18 **تحذ:** كرة طول قطرها 10 cm تُجثت من مكعب خشبي طول ضلعه 10 cm، أحسب النسبة المئوية لكمية الخشب المهدور.

حجم الكرة 523.6 cm^3 ، المهدور 476.4 cm^3 ، نسبة المهدور 48%

19 **اكتب:** كيف أجد مساحة سطح كرة وحجمها إذا علّمت طول نصف قطرها؟ أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات استكمال العمل في المشروع وإعداد الصور والمقاطع المرئية (الفيديوهات) والتقارير اللازمة؛ تمهيداً للبدء في عرض المشروع أمام الطلبة.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد حجم كل كرة ممّا يأتي: (اكتب الإجابة بدلالة π)

1 كرة طول نصف قطرها 3 cm $36\pi \text{ cm}^3$

2 كرة طول نصف قطرها 6 cm $288\pi \text{ cm}^3$

3 كرة طول قطرها 24 cm $2304\pi \text{ cm}^3$

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة (1 - 5) فرديًا، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعًا في حل بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (6 - 20)، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها؛ لمناقشتها على اللوح.

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1. أأخذ الأشكال الآتية لا ينتج من تقاطع مكعب مع مستوى:

(a) المثلث (b) المستطيل
(c) النقطة (d) الدائرة

2. مساحة السطح التقريبية للكرة المجاورة تساوي:

(a) 3217 cm² (b) 4287 cm²
(c) 12861 cm² (d) 17149 cm²

3. إذا كانت مساحة الدائرة الكبرى لكرة تساوي 33 cm²، فإن مساحة سطح الكرة تساوي:

(a) 42 cm² (b) 132 cm²
(c) 117 cm² (d) 264 cm²

4. ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكون منها الجسم أدناه؟ 16

5. إذا أزيل المكعب الملون بالأحمر من الجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.



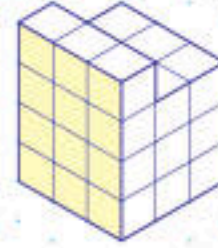
6. إذا وضع مكعب وحدة فوق متوازي المستطيلات الآتي ليغطي المربع باللون الأزرق، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.



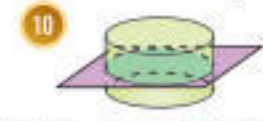
7. أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 4 وحدات، وعرضه 4 وحدات، وارتفاعه 7 وحدات. أنظر الهامش.

8. أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 4 وحدات وعرضه وحدتان، وارتفاعه 6 وحدات. أنظر الهامش.

9. أرسم المساقط: العلوي، والامامي، والجاني، للجسم الآتي: أنظر ملحق الإجابات.



- أحدد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كل مما يأتي، وأحدد أي المقاطع هو مقطع عرضي:

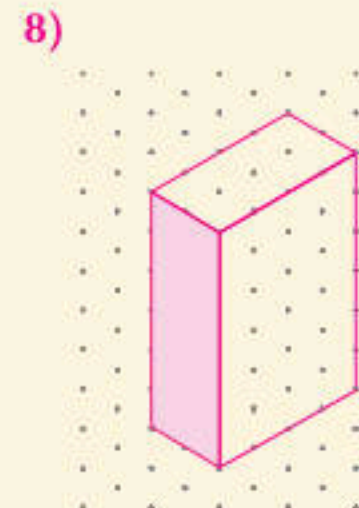
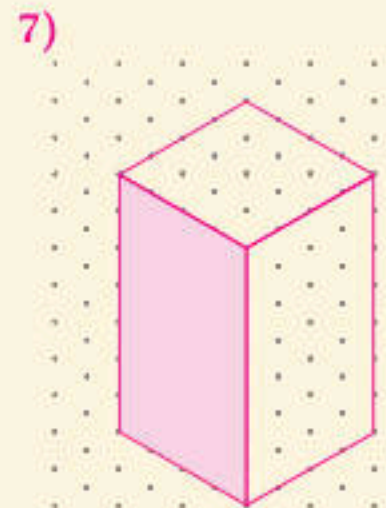
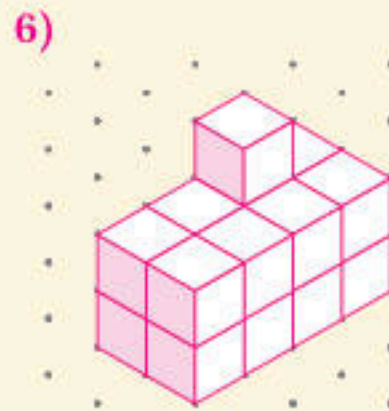
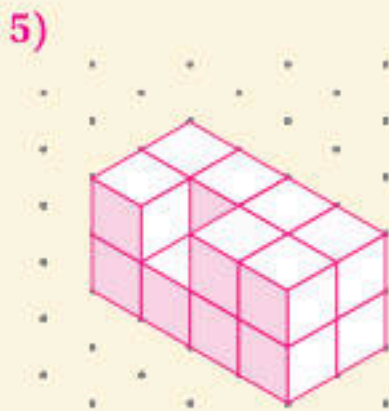


المقطع دائرة، وهو مقطع عرضي.



المقطع مثلث.

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):



تدريب على الاختبارات الدولية

- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فرديًا، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

16 أكمل رسم المجسم في

الشكل المجاور، علمًا

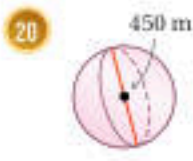
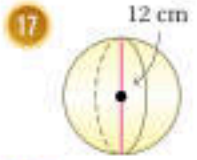
بأن المستوى المظلل

مستوى تماثل.

(16-20) أنظر ملحق الإجابات.

أجد مساحة سطح كل كرة أو نصف كرة مما يأتي، ثم

أجد حجمها، وأقرب إجاباتي لأقرب جزء من مئة:



تدريب على الاختبارات الدولية

21 ما قطر الكرة التي مساحتها $100\pi \text{ m}^2$ ؟

- a) 5 m **b) 10 m**
c) $5\pi \text{ m}$ d) $25\pi \text{ m}$

22 أي المجسمات الآتية لهُ عددٌ لا نهائيٌّ من مستويات

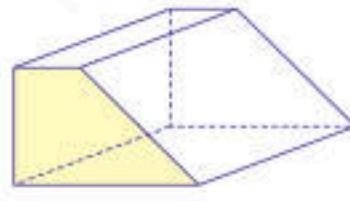
التماثل؟

- a) هرم ثلاثي منتظم
b) متوازي مستطيلات
c) أسطوانة
d) منشور سداسي منتظم

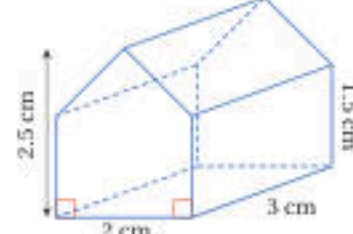
12 يبين الشكل الآتي منشورًا مقطوعًا العرضي شبه

منحرف، أحدد عدد مستويات تماثل المنشور.

1

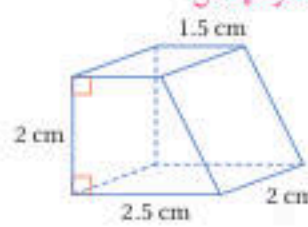
أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، لكلٍ من
المجسمات الآتية: (أرسم كل مسقط بأبعاده الحقيقية)

13



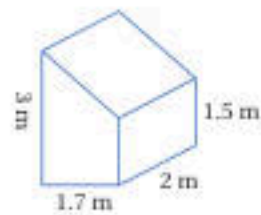
(13-14) أنظر الهامش.

14



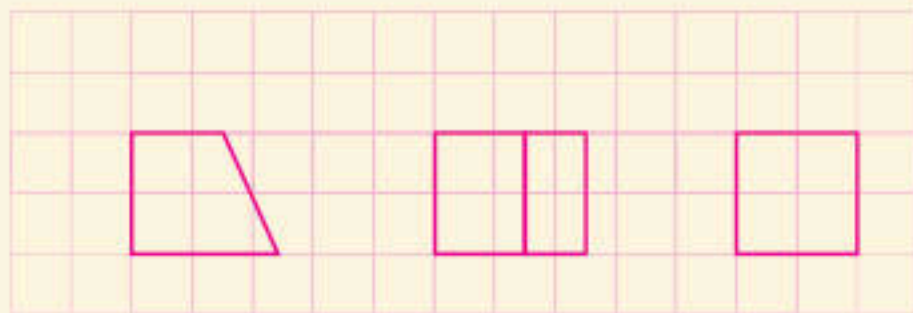
15 أجد حجم المنشور الآتي:

7.7 m³



إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

(14)



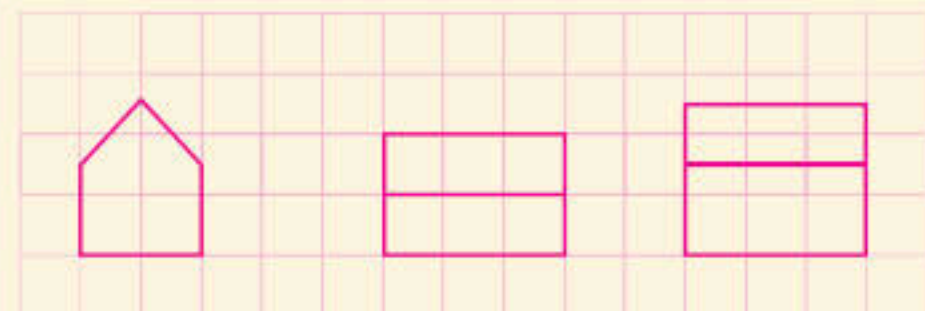
المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

طول مربع الشبكة 1 cm

(13)



المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

طول مربع الشبكة 1 cm

كتاب التمارين

الوحدة 8 الأشكال ثلاثية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

التمرين 3 أوجد مجموع المساحات:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 9 + 18 + 27 = 54 \text{ cm}^2$$

أوجد مجموع المساحات
أوجد واحد الناتج

التمرين 6 محيط الدائرة ومساحتها (الدرس 2)

أوجد محيط كل دائرة ومساحتها في كل من يأتي:

1. نصف قطر: 9 cm، المساحة: 254.5 cm²

2. نصف قطر: 8 cm، المساحة: 50.3 cm²

3. نصف قطر: 1.5 cm، المساحة: 7.1 cm²

مثال: أوجد محيط الدائرة المجاورة ومساحتها.

أولاً: أوجد محيط الدائرة:

$$C = 2\pi r$$

$$= 2 \times 3.14 \times 5$$

$$= 31.4$$

إذن، محيط الدائرة يساوي 31.4 cm تقريباً.

ثانياً: أوجد مساحة الدائرة:

$$A = \pi r^2$$

$$= 3.14 \times (5)^2$$

$$= 78.5$$

إذن، مساحة الدائرة تساوي 78.5 cm² تقريباً.

34

الوحدة 8 الأشكال ثلاثية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

اختر معلوماتي بحل التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعمل بالمثال النمطي.

مساحة الأشكال المركبة (الدرس 2)

أوجد مساحة كل شكل من يأتي:

1. 20 m، 14 m، 5 m، 3 m، 10 m، 5 m، 310 m²

2. 4 m، 4 m، 4 m، 12 m، 80 m²

3. 4 m، 8 m، 8 m، 208 m²

مثال: أوجد مساحة الشكل المجاور.

التمرين 1 انحلّ الشكل إلى مستطيلات:

أوجد مساحة A₁، A₂، A₃:

$$A_1 = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 9 \times 3 = 27 \text{ cm}^2$$

التمرين 2 أوجد مساحة A₁، A₂، A₃:

مساحة المستطيل

$$A = l \times w$$

$$A_1 = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 9 \times 3 = 27 \text{ cm}^2$$

أوجد مساحة المستطيل
أوجد مساحة المستطيل
أوجد مساحة المستطيل

33

الوحدة 8 الأشكال ثلاثية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

التمرين 3 أوجد المساحة الكلية لسطح المخروط:

$$S.A = L.A + B$$

$$= 1178.1 + 706.9$$

$$= 1885$$

إذن، المساحة الكلية لسطح المخروط تساوي 1885 cm² تقريباً.

حجم المنشور والأسطوانة (الدرس 3)

أوجد حجم كل مجسم من يأتي:

1. 10 m، 1131 m³

2. 15 cm، 22619.5 cm³

3. 4 mm، 10 mm، 15 mm، 300 mm³

4. 6.5 cm، 2125.7 cm³

5. 13.25 cm، 7.8 cm، 4302.1 cm³

6. 29 cm، 29 cm، 35 cm، 7150 cm³

مثال: أوجد حجم كل مجسم من يأتي:

أوجد حجم المنشور:

$$V = Bh$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right)h$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) \times 6$$

$$= 36$$

إذن، حجم المنشور يساوي 36 cm³.

36

الوحدة 8 الأشكال ثلاثية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

مساحة سطح المخروط (الدرس 2)

أوجد المساحة الكلية لسطح كل مجسم من يأتي:

1. 15 m، 10.6 m، 832.5 m²

2. 8 m، 4 m، 150.8 m²

3. 6.5 m، 3.5 m، 110 m²

مثال: أوجد المساحة الكلية لسطح المخروط المجاور.

التمرين 1 أوجد المساحة الجانبية لسطح المخروط:

$$L.A = \pi r l$$

$$= \pi(15)(25)$$

$$= 1178.1$$

إذن، المساحة الجانبية لسطح المخروط تساوي 1178.1 cm².

التمرين 2 أوجد مساحة القاعدة:

$$B = \pi r^2$$

$$= \pi(15)^2$$

$$= 706.9$$

إذن، مساحة القاعدة تساوي 706.9 cm².

35

كتاب التمارين

الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد

أوجد عدد مكعبات الوحدة التي يتكون منها كل جسم مما يأتي:

1.  18

2.  20

أكمل رسم كل جسم مما يأتي:

3.  مكعب طول ضلعيه وحدتي

4.  متوازي مستطيلات الأبعاد: 3 وحدات، 4 وحدات، 2 وحدات

5.  أضيف 3 مكعبات هنا

6.  أضيف 3 مكعبات هنا

7.  أضيف 3 مكعبات هنا

8.  أضيف 3 مكعبات هنا

الأشكال ثلاثية الأبعاد

استعد لدراسة الوحدة 8

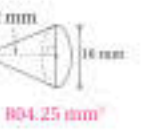
b)  $V = \pi r^2 h$
 $= \pi (6^2)(12.5)$
 $= 1130.973355$
 إذن، حجم الأسطوانة يساوي 1130.973355 cm^3 تقريباً.

جسم المخروط (الدروس 3)

أوجد حجم كل جسم مما يأتي، واقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة:

i)  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \pi (5^2)(13)$
 $= 340.34$

ii)  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \pi (15^2)(15)$
 $= 1272.35$

iii)  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \pi (12^2)(16)$
 $= 804.25$

مثال: أوجد حجم المخروط المجاور، واقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة:

 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \pi (5^2)(12)$
 $= 314.16$
 إذن، حجم المخروط يساوي 314.16 cm^3 تقريباً.

الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد (يتبع)

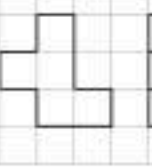
أكمل رسم الجسم الذي باستعمال مسطّيق: الجانبي، والعلوي.

1.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

2.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

3.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

4.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

5.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

6.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد (يتبع)

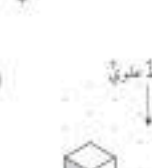
يتميّز متوازي المستطيلات أدناه من 12 مكعب وحدتي. ارسّم الشكل الناتج بعد إزالة المكعبين المظلّلين.

1.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

2.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

3.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

4.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

5.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

6.  مسطّيق علوي، مسطّيق جانبي، مسطّيق أمامي

كتاب التمارين

الدرس 2 المقاطع والمجسمات الدورانية



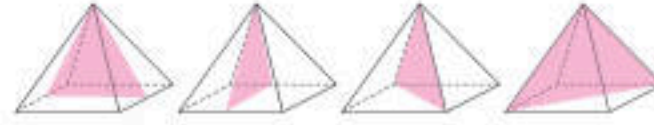
تتبع: بين الشكل المجاور مساحتين قاعدته من أحد الأطراف إلى الطرف الآخر:

- 1 قبل المسح على شكل منشور؟ أبرز إجابتك. نعم، على شكل منشور، له قاعدتان متوازيتان متساويتان كل منهما على شكل شبه منحرف.
- 2 أوجد كثافة الماء اللازمة لملء المسح.
 $V = \left(\frac{25 + 10}{2} \times 1.2 \right) \times 2.2 = 425 \text{ m}^3$

أخذ عدة مستويات التمثيل لكل مجسم مما يأتي:



- 1 ارسم مستويات التمثيل الأربعة لهم قاعدته مربعة.



- 1 أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علنا بالأسود المستوى المظلل مستوي تماثل.



الدرس 3 حجم الكرة ومساحة سطحها

أوجد مساحة سطح كل كرة أو نصف الكرة وحجنتها مما يأتي. أقرب إجابتك لأقرب جزء من عشرة:

- | | | |
|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| | | |
| مساحة السطح: 12.6 m^2
الحجم: 4.2 m^3 | مساحة السطح: 113.1 cm^2
الحجم: 113.1 cm^3 | مساحة السطح: 1017.9 m^2
الحجم: 3053.0 m^3 |
| 4 | 5 | 6 |
| | | |
| مساحة السطح: 153.9 in^2
الحجم: 179.6 in^3 | مساحة السطح: 2120.6 m^2
الحجم: 7068.6 m^3 | مساحة السطح: 763.4 cm^2
الحجم: 1526.8 in^3 |

أوجد مساحة سطح كل كرة وحجنتها مما يأتي بدلالة π :

- | | |
|--|---|
| 7 | 8 |
| كرة نصف قطرها 13 cm | كرة محيطها 30 cm |
| مساحة السطح: $676\pi \text{ cm}^2$ ، الحجم: $2929.3\pi \text{ cm}^3$ | مساحة السطح: $\frac{438}{\pi} \text{ cm}^2$ ، الحجم: $\frac{988}{\pi} \text{ cm}^3$ |



- 1 لتقريباً: لعمق من البلاستيك على شكل نصف كرة مجوفة من الداخل كما في الشكل المجاور. أوجد كثافة البلاستيك اللازمة لصنع اللعبة. 16 cm^3

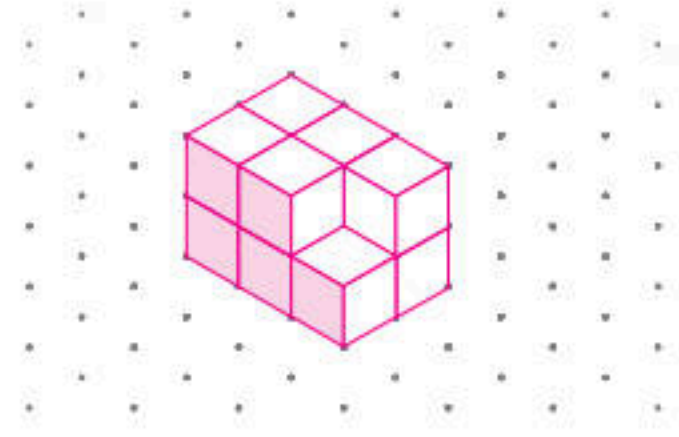
أوجد حجم كل مجسم مما يأتي:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|
| 9 | 10 | 11 |
| | | |
| 2261.9 cm^3 | 7749.3 cm^3 | 94.2 cm^3 |

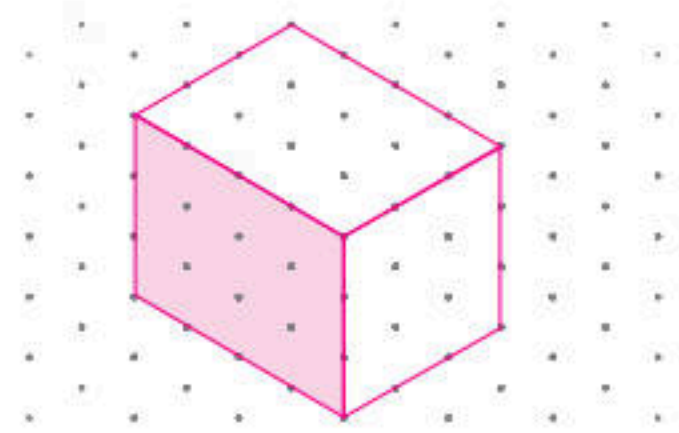
ملاحظات

الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 1):

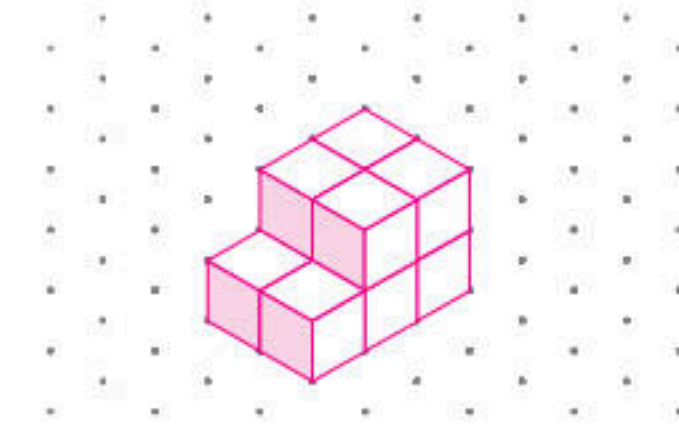
2)



الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 2):

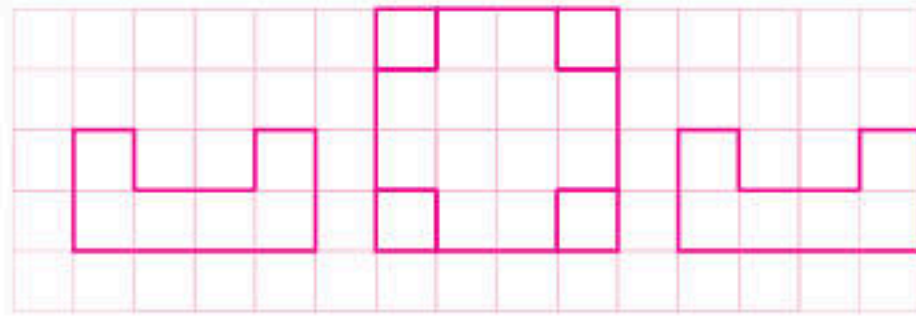


الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 4):



الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

13)

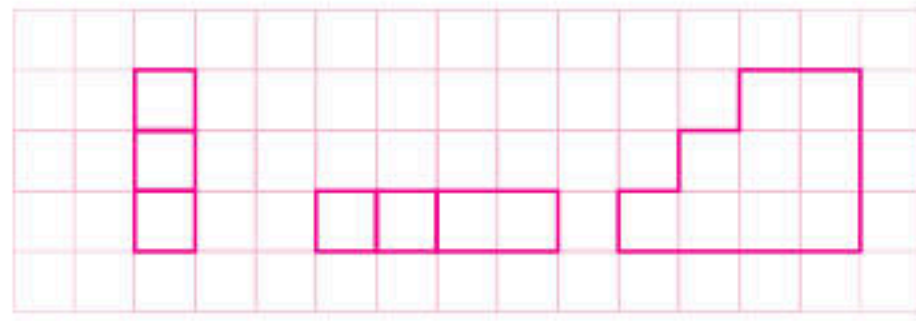


المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

14)

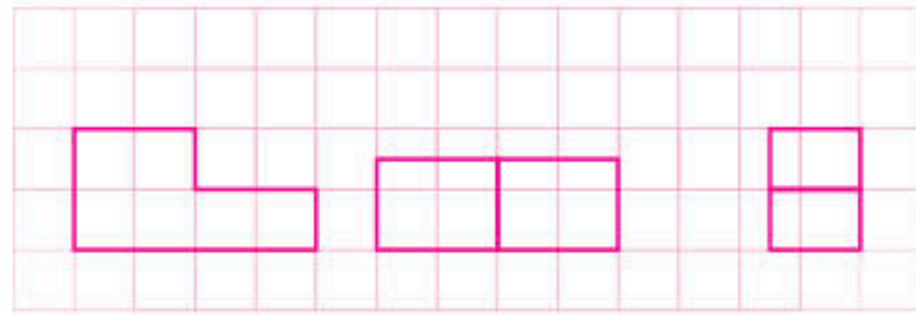


المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

15)



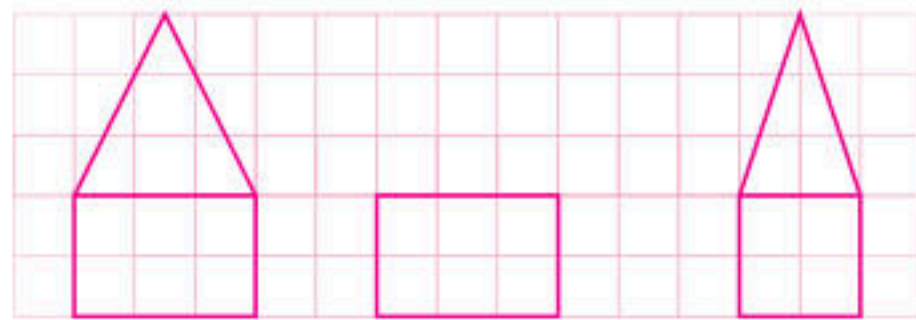
المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

(طول مربع الشبكة 1 cm)

16)



المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

(طول مربع الشبكة 1 cm)

16)



17) مساحة السطح: 452.39 cm^2 ، الحجم: 904.78 cm^3

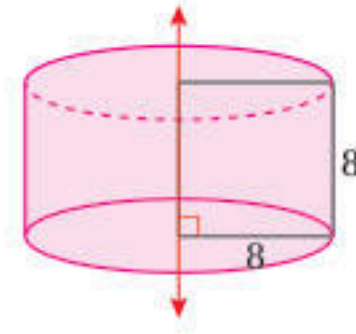
18) مساحة السطح: 143.35 cm^2 ، الحجم: 124.24 cm^3

19) مساحة السطح: 2642.08 cm^2 ، الحجم: 12770.05 cm^3

20) مساحة السطح: 636172.51 m^2 ، الحجم: 47712938.43 m^3

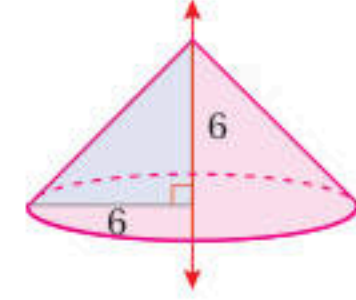
الدرس 2 (أندرب وأحل المسائل):

14)



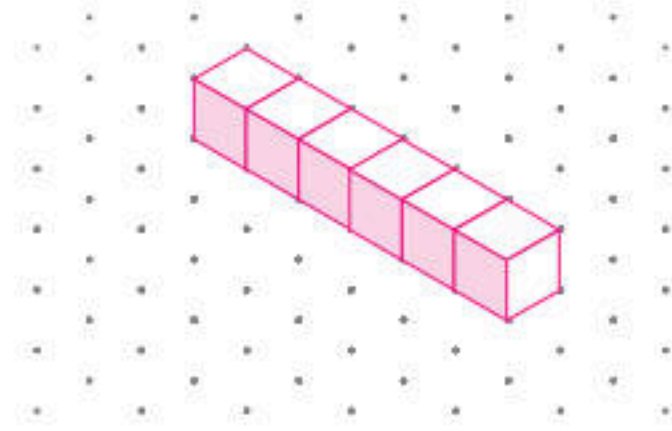
المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطر قاعدتها 8

15)



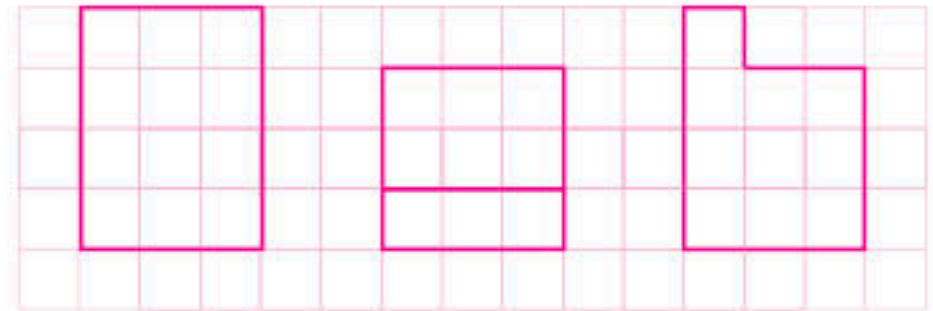
المجسم الدوراني الناتج: مخروط ارتفاعه 6 وطول نصف قطر قاعدته 6

20)



اختبار نهاية الوحدة:

9)



المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 16	1
الدرس 1: الربيعيات	• تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات. • تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.	• مقاييس التشتت. • المدى. • الربيعيات. • المدى الربيعي. • الربيع الأدنى. • الربيع الأعلى. • القيمة المتطرفة. • الصندوق ذو العارضتين.	• مسطرة. • ورقة المصادر 17	3
الدرس 2: اختيار التمثيل الأنسب	• اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة. • كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.	• البيانات العددية. • البيانات النوعية. • الاستدلال.	• ورقة المصادر 18 • ورقة المصادر 19	3
الدرس 3: عدّ النواتج	• تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.	• النواتج. • الحادث. • الفضاء العيني. • مخطط الشجرة. • مخطط الاحتمال.	• كرتون مقوى. • أقلام تلوين.	2
الدرس 4: احتمال الحوادث المركبة	• إيجاد احتمالات حوادث مركبة.	• حادث بسيط. • حادث مركب.	• أحجار نرد. • أوراق بيضاء.	2
عرض نتائج مشروع الوحدة				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصة

تهيئة الوحدة

الوحدة
9

الإحصاء والاحتمالات

ما أهمية هذه الوحدة؟

برزت أهمية الإحصاء والاحتمالات حديثاً بسبب الاعتماد المتزايد على الحواسيب في شتى مجالات الحياة، فتتيح عن ذلك بيانات كثيرة تحتاج إلى تحليلها، وفهمها؛ لتتخذ قرارات صحيحة بناءً عليها. وسأتعلم في هذه الوحدة مهارات إحصائية كثيرة ستساعدني على اتخاذ قرارات صحيحة في حياتي.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة أحد مقاييس تشتت البيانات، وهو: المدى الربيعي، وسيتعرفون أيضاً كيفية تمثيل البيانات باستعمال الصندوق ذي العارضتين، وتفسير بيانات ممثلة بالصندوق ذي العارضتين.

وسيتعرف الطلبة أيضاً كيفية اختيار التمثيل الأنسب لمجموعة من البيانات وفقاً لنوع البيانات والهدف من كل تمثيل، إضافة إلى تعرف مفهوم الاستدلال وكتابة استدلال حول بيانات ممثلة.

سيتعلم الطلبة في هذه الوحدة عدة طرائق لإيجاد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وهي: مخطط الشجرة، والجدول، ومخطط الاحتمال، إضافة إلى استعمال هذه الطرائق في إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تمثيل بيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.
- اختيار التمثيل الأنسب لمجموعة من البيانات.
- إيجاد الفضاء العيني لتجربة عشوائية.
- إيجاد احتمال حادث مركب.

تعلمت سابقاً:

- ✓ إيجاد الوسيط والمدى لمجموعة من البيانات.
- ✓ تمثيل مجموعة من البيانات بالقطاعات الدائرية، والجدول التكرارية، والمخططات التكرارية، ومخططات الساق والورقة.
- ✓ إيجاد احتمال وقوع الحادث.

الترباط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- وصف أثر القيمة المتطرفة في الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.
- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- تمثيل البيانات باستعمال مخطط الساق والورقة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثلة في جداول ذات اتجاهين.
- إيجاد الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

الصف الثامن

- تعرف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.
- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.
- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

الصف التاسع

- إيجاد مقاييس التشتت لبيانات مفردة، وأخرى منظمّة في جداول تكرارية.
- تنظيم البيانات في جداول تكرارية ذات فئات.
- تقدير مقاييس النزعة المركزية للجدول التكرارية ذات الفئات.
- إيجاد الاحتمال باستعمال أشكال فن.
- إيجاد احتمالات هندسية باستعمال الأطوال والمساحات والزوايا.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة لجمع البيانات، وتحليلها واختيار التمثيل الأنسب لها، وكتابة استنتاجات حولها.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
- « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
- « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
- « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: جمع البيانات، وتحليلها

7 أمثل البيانات التي حصلت عليها من إجابات كل سؤال باستعمال إحدى طرائق تمثيل البيانات التي تعلمتها سابقاً، وأبزر اختيار كل تمثيل.



8 أكتب استنتاجاً اعتماداً على إجابات الطلبة عن كل سؤال.

9 أصف حادثاً بسيطاً وحادثاً مركباً حول البيانات النوعية التي حصلت عليها.

عرض النتائج:

- أكتب تقريراً أضفته الأسئلة الإحصائية التي كتبها، بحيث يلي كل سؤال التمثيل الإحصائي للبيانات التي حصلت عليها من إجابات السؤال، والاستنتاج الذي وضعته حول هذه البيانات.
- أضفت التقرير مقياس الترتيب المركزي، ومقاييس التشتت، والقياس المتطرف لكل مجموعة بيانات.
- أناقش مع زملائي / زميلاتي صحة الاستنتاجات التي توصلت إليها.

استعدت ومجموعتي لتنفيذ مشروعي الخاص الذي ستعمل فيه ما ستتعلمه في هذه الوحدة لجمع بيانات، وتحليلها، وكتابة استنتاجات حولها.

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أختار موضوعاً شائقاً، وأكتب ثلاثة أسئلة إحصائية حولته تكون إجاباتها بيانات عددية، وسؤالين إحصائيين تكون إجابتهما بيانات نوعية. مثلاً، قد يكون الموضوع (الحفاظ على البيئة) أو (خطر التدخين).
- 2 أصمم استبانة بطريقة جذابة، وأكتب فيها الأسئلة الإحصائية التي أعدتها، ثم أطبع 20 نسخة منها على الأقل.
- 3 أطلب إلى 20 طالباً / طالبة في مدرستي الإجابة عن فقرات الاستبانة.
- 4 أجد للبيانات العددية التي حصلت عليها:
 - مقياس الترتيب المركزي (الوسط الحسابي، والوسيط، والينوال).
 - المدى، والترتيعات، والمدى الربيعي.
- 5 أمثل البيانات بالصدوقي ذي العارضتين.
- 6 أحدد القياس المتطرف لكل مجموعة بيانات (إن وجدت).

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	كتابة 20 سؤالاً إحصائياً حول موضوع معين.			
2	إيجاد المدى والربيعيات والمدى الربيعي لمجموعة من البيانات.			
3	وصف حادث بسيط وحادث مركب حول مجموعة من البيانات النوعية.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

- 1 تقديم نتائج أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتائج خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتائج صحيح كامل.

هدف النشاط:

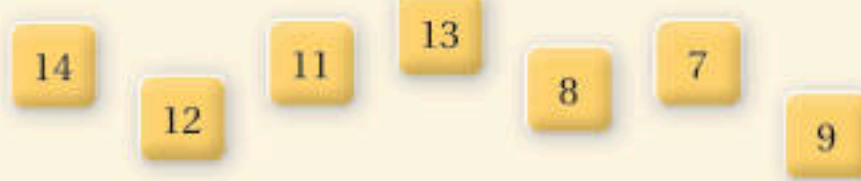
- التحقق من امتلاك الطلبة لمهارات حساب مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من البيانات، وحلّ المشكلات.

إجراءات النشاط:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية.

- أكتب الأعداد المجاورة

على اللوح، ثم أخبر
الطلبة بما يأتي:



« يلعب هشام لعبة مرّات عدّة، وفي كلّ محاولة يكون عدد النقاط التي يحرزها بين 1 و 20، وتبيّن الأعداد المكتوبة على اللوح علاماته في 7 محاولات ».

- أخبر المجموعات أن هشامًا لعب اللعبة الثامنة، ثمّ أوزع عليهم البطاقات أدناه من ورقة المصادر 16: نشاط أسئلة إحصائية، وأطلب إليهم الإجابة عن السؤال الموجود على كلّ بطاقة.

ما عدد النقاط التي
أحرزها هشام في اللعبة
الثامنة، إذا كان وسيط
النقاط في المحاولات
الثمانية 10؟

ما عدد النقاط التي
أحرزها هشام في اللعبة
الثامنة، إذا كان المدى
للنقاط في المحاولات
الثمانية 9؟

ما عدد النقاط التي
أحرزها هشام في اللعبة
الثامنة، إذا كان الوسط
الحسابي للنقاط في
المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي
أحرزها هشام في اللعبة
الثامنة، إذا كان وسيط
النقاط في المحاولات
الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي
أحرزها هشام في اللعبة
الثامنة، إذا كان الوسط
الحسابي للنقاط في
المحاولات الثمانية 9.5؟

- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

- أناقش إجابات الأسئلة مع الطلبة على اللوح.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأهمية ترتيب البيانات تصاعديًا عند إيجاد الوسيط.
- أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل الحصة الصفية.

نتائج الدرس:

- تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.

نتائج التعلم القبلي:

- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- وصف أثر القيمة المتطرفة في الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أخبر الطلبة أنهم سيلعبون لعبة تقيس سرعة ردود أفعالهم.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أطلب إلى أحد فردي المجموعة الإمساك بمسطرة طولها 30 cm رأسياً بطرف أصابعه من نقطة الصفر فوق أصابع الفرد الآخر، ثم أطلب إليه إفلات المسطرة دون تحدّث، وعلى الفرد الثاني الإمساك بالمسطرة بسرعة، ثم تحديد طول المسطرة أسفل خنصره، وأخبرهم أنّه كلّما كانت ردة فعلهم أسرع، كان طول المسطرة أسفل الخنصر أقل.

استكشف



سألت هديل مجموعة من طالبات صفّها عن عدد أكواب الماء التي تشربها كلّ واحدة منهنّ في اليوم، ومثلت ما حصلت عليه بالنقاط كما في الشكل المجاور:

- (1) أجد وسيط هذه البيانات.
- (2) أرّسب البيانات في مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى. ما عدد القيم في كلّ مجموعة؟
- (3) أجد الوسيط لكل مجموعة.
- (4) وضعت هديل الفرضية الآتية، هل الفرضية التي وضعتها هديل صحيحة؟
يشرب ربع مجموعة الطالبات كوبين ماء أو أقل في اليوم.

فكرة الدرس

- تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
- أمثل بيانات بالصندوق ذي العارضتين، وأفسرها.

المصطلحات

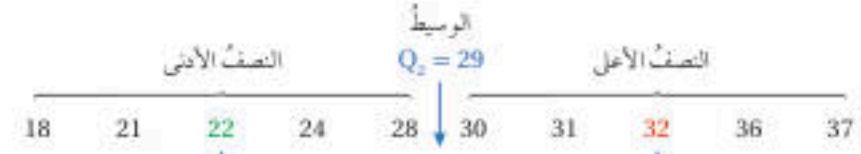
مقاييس التشتت، المدى، الرّبيعيّات، المدى الربيعي، الرّبيع الأدنى، الرّبيع الأعلى، القيمة المتطرفة، الصندوق ذي العارضتين.

التفكير

الوسط الحسابي والوسيط والمنوال هي مقاييس لدرجة مركزية ونصف مركز للبيانات بطرق مختلفة.

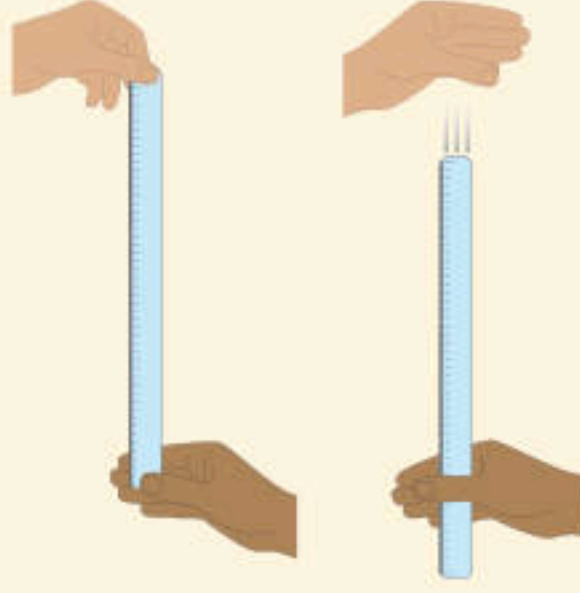
تُستعمل مقاييس التشتت (measures of variation) لوصف مقدار تشتت البيانات وتباعدتها. ويُعدّ المدى (range) أحد مقاييس التشتت، وهو يساوي الفرق بين أكبر قيم البيانات وأصغرها، ويُرمز إليه بالرمز R.

الرّبيعيّات (quartiles) قيم تقسم البيانات إلى أربع مجموعات متساوية تحوي كلّ منها ربع البيانات، إذ يقسم الوسيط البيانات إلى مجموعتين متساويتين.



وسيط النصف الأدنى من البيانات، وتُسمى الرّبيع الأدنى (lower quartile)، ويُرمز إليه بالرمز Q_1 ، وربع البيانات يقل عنه أو يساويه.

وسيط النصف الأعلى من البيانات، وتُسمى الرّبيع الأعلى (upper quartile)، ويُرمز إليه بالرمز Q_3 ، وربع البيانات يزيد عليه أو يساويه.



- أطلب إلى فردي المجموعة تكرار التجربة 10 مرات، ثم إيجاد الوسط الحسابي للأطوال التي حصل عليها الفرد الثاني، وتسجيل النواتج في ورقة المصادر 17: سرعة ردة الفعل.
- أطلب إلى فردي المجموعة تبادل الأدوار.
- يفوز في اللعبة الفرد الذي يكون لديه أفضل ردة فعل؛ أي الفرد الذي يكون الوسط الحسابي له أقل.

الاستكشاف

2

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « كم طالبة في صفّ هديل تشرب 3 أكواب من الماء يوميًا؟ 4 طالبات.
 - « كم طالبة في صفّ هديل تشرب 5 أكواب من الماء يوميًا؟ طالبة واحدة.
 - « ما وسيط البيانات التي حصلت عليها هديل؟ 3
 - « عند ترتيب البيانات في مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، ماعدد البيانات في كل مجموعة؟ 8
 - « ما وسيط كل مجموعة؟ وسيط المجموعة الأولى (2)، وسيط المجموعة الثانية (4.5).
- كما يظهر في السؤال الرابع من فقرة (استكشف) أن هديل وضعت فرضية تفيد بأن ربع الطالبات يشربن كوبين ماء أو أقل. هل فرضية هديل صحيحة؟ نعم، صحيحة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكن؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (استكشف)، أعزز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية الاستهلاك الكافي والمنتظم من الماء، فكمية الماء التي يشربها الشخص يوميًا تلعب دورًا مهمًا في الحفاظ على صحة الجسم، ولهذا يوصي خبراء التغذية بشرب 8 إلى 10 أكواب من الماء كل يوم للحفاظ على صحة جيدة.

- لا يقلل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحدًا، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال مرة أخرى، وأعززه / أعزّزها كما عزّزت من قدم الإجابة الصحيحة.

مثال 1: من الحياة



- أذكر الطلبة بمقاييس النزعة المركزية التي تعلموها سابقاً وهي: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، وأذكرهم بأن هذه المقاييس تصف مركز البيانات بطرائق مختلفة؛ لذا سُميت مقاييس النزعة المركزية.
- أبين للطلبة وجود مقاييس أخرى تصف مقدار تشتت البيانات وتباعدها عن بعضها وتسمى مقاييس التشتت، وألفت انتباههم إلى أنهم تعرفوا سابقاً مقياساً من هذه المقاييس؛ ألا وهو المدى.
- أكتب البيانات الآتية على اللوح: 18, 21, 22, 24, 28, 30, 31, 32, 36, 37
- أسأل الطلبة الأسئلة الآتية:
 - « ما وسيط هذه البيانات؟ 29 »
 - « إذا قسمنا البيانات إلى مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، فما وسيط كل مجموعة؟ وسيط النصف الأعلى (32)، ووسيط النصف الأدنى (22).

- أبين للطلبة أن وسيط البيانات ووسيط النصف الأعلى ووسيط النصف الأدنى قيم تقسم البيانات إلى أربع مجموعات متساوية في كل منها ربع البيانات؛ لذا تسمى هذه القيم بالربيعيات، ثم أخبرهم أن وسيط النصف الأدنى من البيانات يسمى الربع الأدنى ويُرمز إليه بالرمز Q_1 ، وأن ربع البيانات تقل عنه أو تساويه، وأخبرهم أيضاً أن وسيط النصف الأعلى من البيانات يسمى الربع الأعلى، ويُرمز إليه بالرمز Q_3 ، وأن ربع البيانات تزيد عليه أو تساويه، أما وسيط البيانات فيرمز إليه بالرمز Q_2 .
- أخبر الطلبة أنه يمكن وصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات باستعمال جمل، مثل:
 - « نصف البيانات تقل عن 29 (الوسيط) أو تساويه.
 - « ثلاثة أرباع البيانات تقل عن 32 (الربع الأعلى) أو تساويه.

- أطلب إلى الطلبة إعطاء مزيد من الجمل التي تصف توزيع البيانات وأكتبها على اللوح، وأناقشهم في صحتها.
- أتوصل عن طريق مناقشة الطلبة في الجمل التي تصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات إلى استنتاج أن النصف الأوسط من البيانات يقع بين الربع الأعلى والربع الأدنى، وهو ما يُسمى المدى الربيعي، ثم أقدم لهم المفهوم بالكلمات والرموز بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

الوحدة 9

استنتج منا سبق أن النصف الأوسط من البيانات يقع بين الربعين: الأعلى، والأدنى، وهذا يقودنا إلى مقياس آخر من مقاييس التشتت هو المدى الربيعي (interquartile range) الذي يُرمز إليه بالرمز (IQR).

المفهوم الأساسي

• **بالكلمات:** المدى الربيعي هو مدى النصف الأوسط من البيانات، وهو الفرق بين الربعين: الأعلى، والأدنى.

• **بالرموز:** $IQR = Q_3 - Q_1$

مثال 1: من الحياة

محافظات: يبين الجدول المجاور مساحات المحافظات الأردنية مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

1 أجد المدى.

الخطوة 1 أرتب البيانات تصاعدياً.

0.4, 0.4, 0.9, 1.1, 1.5, 2.2, 3.4, 4.7, 6.9, 7.5, 26.5, 32.8

الخطوة 2 أجد المدى.

أكبر قيم البيانات 32.8 وأصغرها هي 0.4، إذن المدى هو:

$$R = 32.8 - 0.4 = 32.4$$

2 أجد المدى الربيعي (IQR).

المحافظة	المساحة (بالآلاف الكيلومترات المربعة)
عجلون	0.4
عمّان	7.5
العقبة	6.9
البلقاء	1.1
إربد	1.5
جرش	0.4
الكرك	3.4
معان	32.8
مادبا	0.9
المفرق	26.5
الطفيلة	2.2
الزرقاء	4.7

$$Q_3 = \frac{2.2 + 3.4}{2} = 2.8$$

$$Q_1 = \frac{0.9 + 1.1}{2} = 1$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 2.8 - 1 = 1.8$$

إذن، المدى الربيعي (IQR) للبيانات هو 1.8

- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد أهمية استعمال المدى والمدى الربيعي في وصف توزيع البيانات.

إرشاد: أذكر الطلبة أنه إذا كان عدد القيم زوجياً عند إيجاد الوسيط، فإنه توجد قيمتان في الوسط، وعليه يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد المدى الربيعي بعدم ترتيب البيانات تصاعدياً؛ لذا أؤكد بصورة مستمرة أهمية ترتيب البيانات؛ وذلك لأن كل ربع يمثل بحد ذاته وسيطاً لمجموعة من البيانات، ويجب ترتيب البيانات تصاعدياً لإيجاده.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكراً في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أذكر الطلبة بمفهوم القيمة المتطرفة الذي تعلّموه سابقاً وتأثيره في الوسط الحسابي للبيانات.
- أبين للطلبة إمكانية إيجاد القيم المتطرفة لمجموعة من البيانات باستعمال الربيعيات، فأني قيمة تقلّ عن المقدار $Q_1 - 1.5(IQR)$ ، أو تزيد على المقدار $Q_3 + 1.5(IQR)$ تُعدّ قيمة متطرفة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أنه ليس بالضرورة وجود قيم متطرفة.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- يمكنني الاستعانة بالشكل التوضيحي الوارد في الصفحة 146 من كتاب الطالب لتوضيح علاقة القيم المتطرفة بالربيعيات.
- أذكر الطلبة بأن مخطط الساق والورقة هو طريقة لتنظيم البيانات تُقسّم فيها كلّ قيمة في البيانات إلى جزأين، هما: الساق وهو الرقم (أو الأرقام) الذي في منزلة الكبرى، والورقة وهي الأرقام الأخرى.
- أذكر الطلبة أنه يمكن تفسير توزيع البيانات الممثّلة بمخطط الساق والورقة ووصفها بسهولة؛ لأنّها مرتّبة تصاعدياً.

3 استعمل المدى والمدى الربيعي لوصف البيانات.

مَدَى هذه البيانات 32.4 ألف كيلومتر مربع، وربع محافظات المملكة مساحتها ألف كيلومتر مربع أو أقلّ، وربع المحافظات أيضاً مساحتها 7.2 آلاف كيلومتر مربع أو أكثر، وتتراوح مساحات النصف الأوسط من المحافظات بين ألف كيلومتر مربع و 7.2 آلاف كيلومتر مربع، ولا تتجاوز الفروق بين مساحاتها 6.2 آلاف كيلومتر مربع.

4-6) أنظر الهامش.

عدد النقاط	64	61	67	59	60
	58	57	71	56	62

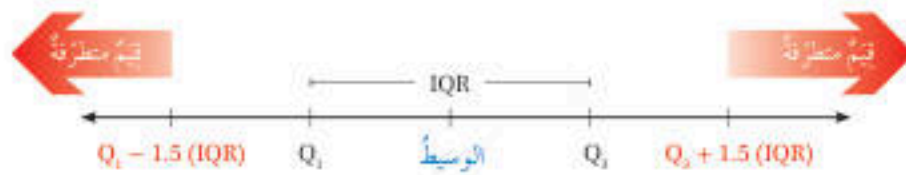
يبين الجدول المجاور عدد النقاط التي سجّلها فريق كرة سلة في أحد المواسم:

4 أجد المدى.

5 أجد المدى الربيعي.

6 استعمل المدى والمدى الربيعي لوصف البيانات.

القيمة المتطرفة (outlier) هي قيمة أكبر بكثير أو أقل بكثير من قيمة الوسيط، وتُعدّ أيّ قيمة تقلّ عن المقدار $Q_1 - 1.5(IQR)$ أو تزيد على المقدار $Q_3 + 1.5(IQR)$ قيمة متطرفة.



مثال 2

الساق	الورقة
1	2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6 6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6

أجد القيم المتطرفة (إن وجدت) في البيانات الممثّلة بمخطط الساق والورقة المجاور.

1 الخطوة أجد الربيعيات.

الساق	الورقة
1	2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6 6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6

استعمل الأقواس لتحديد النصف العلوي والسفلي من القيم، ثمّ أجد القيم اللازمة لإيجاد الربيعيات.

$$Q_1 = \frac{23 + 23}{2} = 23 \quad Q_3 = \frac{30 + 31}{2} = 30.5$$

إجابات - (أتحقّق من فهمي 1):

4) 15

5) 6

4) مدى هذه البيانات 15، سجّل الفريق 58 نقطة أو أقل في ربع مبارياته، وأيضاً سجّل 64 نقطة أو أكثر في ربع مبارياته. يتراوح عدد النقاط التي سجّلها الفريق في النصف الأوسط من مبارياته بين 58 نقطة و 64 نقطة ولا يتجاوز الفرق بين عدد نقاطها 6 نقاط.

مثال 3: من الحياة



- أقدم للطلبة طريقة الصندوق ذي العارضتين في تمثيل البيانات، وأبين لهم استناد هذه الطريقة في التمثيل على الربيعيات، إضافة إلى القيمتين العظمى والصغرى، وأستعين في ذلك بالمخطط الوارد في الصفحة 147 من كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأؤكد أهمية تحديد النقاط الأساسية، ثم رسم الصندوق والعارضتين باستعمال هذه القيم.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بعدم رسم خط رأسي داخل الصندوق يمرّ بالوسيط؛ لذا أنبههم على أهمية هذه الخطوة.

الوحدة 9

الخطوة 2: أجد المدى الربيعي.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 30.5 - 23 = 7.5$$

الخطوة 3: أجد القيم المتطرفة (إن وجدت).

$$Q_1 - 1.5(IQR) = 23 - 1.5(7.5) = 11.75$$

$$Q_3 + 1.5(IQR) = 30.5 + 1.5(7.5) = 41.75$$

بما أن البيانات لا تحتوي قيمة أقل من 11.75، لكنها تحتوي القيمة 46 وهي أكبر من 41.75، إذن القيمة المتطرفة الوحيدة هي 46.

أتدقق من فهمي:

أجد القيم المتطرفة (إن وجدت) للبيانات الممثلة بمخطط

$$Q_1 = 66.5, Q_3 = 86$$

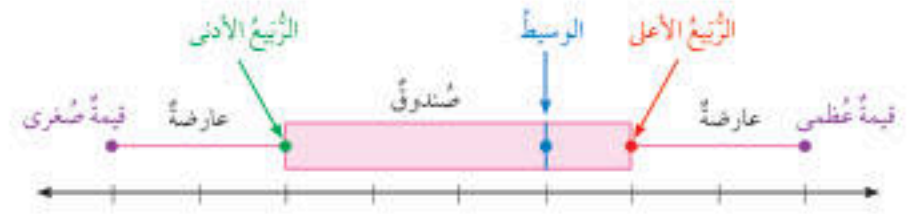
لا يوجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 37.25 أو تزيد على 115.25

الورقة	الساق
5	3 6 8
6	5 8
7	0 3 7 7 9
8	1 4 8 8 9
9	9
المتناح: 5 3 = 53	

يُستعمل الصندوق ذو العارضتين (box-and-whisker plot) لتمثيل البيانات باستعمال القيمتين العظمى والصغرى وربعيات البيانات.

التعليق

يُستعمل الصندوق ذو العارضتين لتحديد مدى انتشار (تباين) البيانات.



مثال 3: من الحياة

برتقال: أستخدم الصندوق ذا العارضتين لتمثيل عدد صناديق البرتقال التي أنتجتها مزرعة خلال 9 سنوات:

572, 452, 457, 460, 360, 407, 380, 458, 264



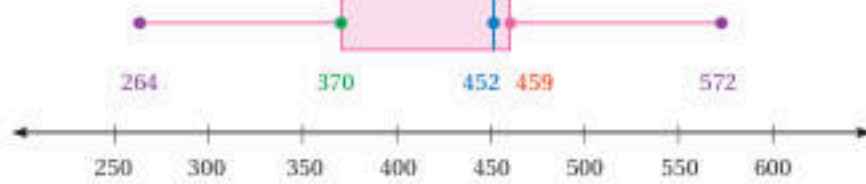


الخطوة 1 أرّب البيانات تصاعديًا، وأجد الوسيط، والرّبعيّات، والقيمتين: العظمى، والصّغرى:



الخطوة 2 أرسم خطّ أعداد، وأعيّن عليه نقاطًا تمثل كلّاً من: القيمتين العظمى والصّغرى، والوسيط، والرّبع الأدنى، والرّبع الأعلى.

الخطوة 3 أرسم صندوقًا باستعمال الرّبعيّات، ثمّ أرسم خطًّا رأسّيًّا داخل الصندوق يمرّ بالوسيط، ثمّ أرسم العارضتين من الصندوق إلى القيمتين: العظمى، والصّغرى.

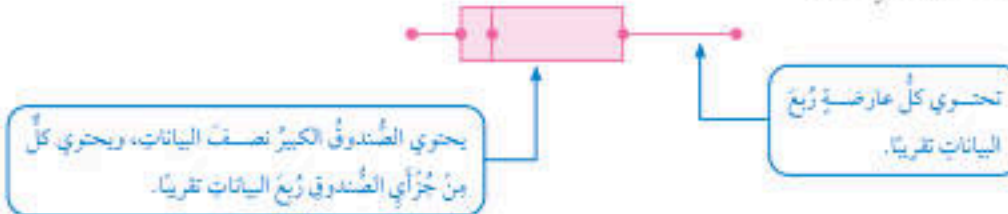


✓ **أتحقّق من فهمي:**

استعمل الصندوق ذا العارضتين لتمثيل البيانات الآتية التي تمثل أعمار المعلمين في إحدى المدارس:

30, 52, 26, 35, 45, 22, 49, 32, 28, 50, 42, 35 **أنظر الهامش.**

يقسّم الصندوق ذو العارضتين البيانات إلى أربعة أجزاء: جزأي الصندوق، والعارضتين. ويحتوي كلّ جزء من الأجزاء الأربعة العدد نفسه من القيم تقريبًا.



تدلّ أطوال أجزاء مخطط الصندوق ذي العارضتين على مقدار تشتت البيانات، فكلّما زاد طول الصندوق أو طول عارضتيه ازدادت البيانات انتشارًا وتباعداً.

- أوضح للطلبة أن كلّ عارضة في الصندوق ذي العارضتين تحتوي ربع البيانات، وأن كلّ جزء من الصندوق أيضًا يحتوي ربع البيانات تقريبًا، ثمّ أّبين لهم أن تمثيل البيانات في الصندوق ذي العارضتين يسهّل علينا وصف توزيع البيانات والحكم على مدى تشتتها، إذ إنه كلّما زاد طول الصندوق أو طول عارضتيه ازدادت البيانات انتشارًا وتباعداً.

• ناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.

- يمكن توجيه أسئلة مشابهة للسؤال الوارد في الفرع 3 من المثال؛ لأتحقّق من مدى فهم الطلبة تفسير البيانات الممثّلة بالصندوق ذي العارضتين، مثل:

« هل البيانات أكثر تشتتًا في النصف العلوي أم في النصف السفلي؟ »

« هل البيانات أكثر تشتتًا في الجزء العلوي من الصندوق أم في الجزء السفلي؟ »

✓ **إرشاد:** في الفرع 2 من المثال 4 أطلب إلى الطلبة إعطاء أكبر عدد من الجمل التي تصف البيانات.

إجابات - (أتحقّق من فهمي 3):

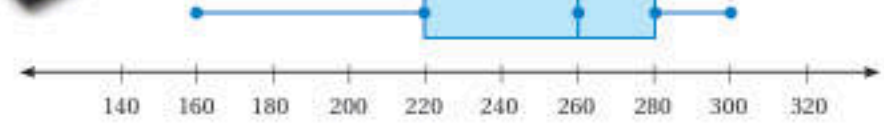


الوحدة 9

مثال 4: من الحياة



أقراص تخزين: يبين الصندوق ذو العارضتين أدناه سعة تخزين مجموعة من الأقراص الصلبة بوحدة الجيجابايت:



1 أصف توزيع البيانات.

بما أن كل عارضة تمثل ربع البيانات، ويمثل الصندوق نصف البيانات، إذن:

- تتراوح سعة ربع الأقراص الصلبة بين 160 و 220 جيجابايت.
- تتراوح سعة نصف الأقراص الصلبة بين 220 و 280 جيجابايت.
- تتراوح سعة ربع الأقراص الصلبة بين 280 و 300 جيجابايت.

2 أجد المدى الربيعي للبيانات.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 280 - 220 = 60$$

إذن، المدى الربيعي 60 جيجابايت، وهذا يعني أن النصف الأوسط من أقراص التخزين لا تتجاوز الفروق بين سعائهما 60 جيجابايت.

3 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرز إجابتي.

بما أن العارضة السفلى أطول من العارضة العليا، فهذا يعني أن البيانات أسفل الربع الأدنى أكثر تشتتاً من البيانات فوق الربع الأعلى.

أنتحقق من فهمي: (4-6) أنظر الهامش.

ساعات: يبين تمثيل الصندوق ذي العارضتين المجاور أسعار الساعات في أحد المحال بالدينار.



4 أصف توزيع البيانات.

5 أجد المدى الربيعي للبيانات.

6 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرز إجابتي.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تفسير البيانات الممثلة في الصندوق ذي العارضتين؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

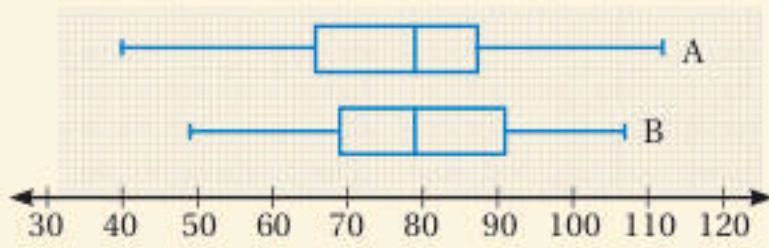
مثال 5: من الحياة



- أوضح للطلبة إمكانية استعمال التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزدوج للمقارنة بين مجموعتي بيانات.
- ناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح.

مثال إضافي:

اعتمد تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه، وأجيب عن الأسئلة الآتية:



1 ما القيمة الصغرى في مجموعة البيانات A؟ 40

2 ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات B؟ 107

3 أي المجموعتين لها أكبر مدى ربعي؟ المجموعة B

4 أي المجموعتين أكثر تشتتاً فوق الربع الأعلى؟ المجموعة A

إجابات - (أنتحقق من فهمي 4):

4 - مدى هذه البيانات 104

- تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 16 و JD 31

- تتراوح أسعار النصف الأوسط من الساعات بين JD 31 و JD 71

- تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 71 و JD 120

5 المدى الربيعي للبيانات 40، وهذا يعني أنه لا تتجاوز الفروق بين أسعار النصف الأوسط من الساعات JD 40.

6 بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربع الأعلى أكثر تشتتاً من البيانات أسفل الربع الأدنى.

أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 8) والمسائل (15 - 20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدمة من الزميل / الزميلة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في الأسئلة (18 - 20) أيسّن للطلبة أن التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزدوج يسهّل المقارنة بين مجموعتي بيانات.

تنويع التعليم:

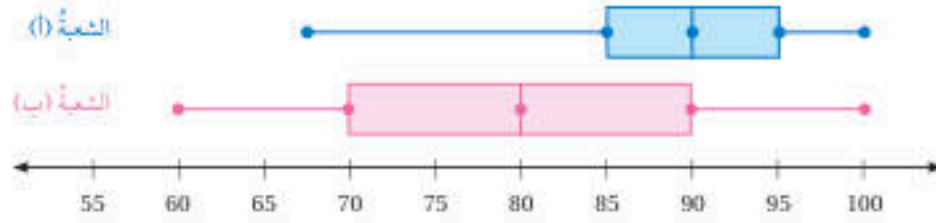
إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أُتدَرَّب وأُحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليشاركوا في حلّ الأسئلة.

يمكن استعمال الصندوق ذي العارضتين المزدوج للمقارنة بين مجموعتي بيانات.

مثال 5: من الحياة

علامات: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه علامات طلبة الصف الثامن في مادة الرياضيات في الشعبتين (أ) و (ب) في إحدى المدارس:

1 أيّ الشعبتين علامتا الطلبة فيها أكثر تشكّلاً؟ أبرّر إجابتي.



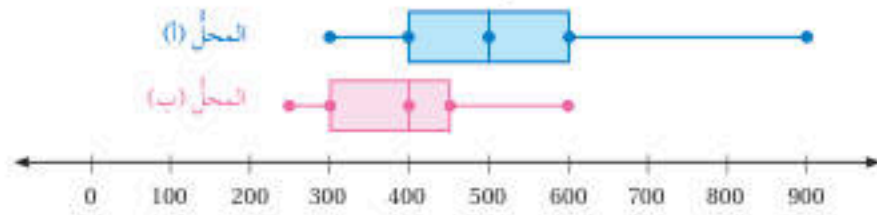
ألاحظ أنّ المدى والمدى الربيعي لعلامات الطلبة في الشعبة (ب) أكبر من المدى والمدى الربيعي في الشعبة (أ)، ومنه فإنّ علامات الطلبة في الشعبة (ب) أكثر تشكّلاً.

2 أيّ الشعبتين علامتا الطلبة فيها أفضل؟ أبرّر إجابتي.

علامتا الطلبة أفضل في الشعبة (أ)؛ لأنّ نصف الطلبة حصلوا على علامة 90 فأكثر، في حين أنّ ربع الطلبة فقط في الشعبة (ب) حصلوا على علامة 90 فأكثر.

أتحقق من فهمي:

هواتف: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه أسعار الهواتف النقالة بالدينار في المحلّين (أ) و (ب):



3 أيّ المحلّين أسعار الهواتف فيه أكثر تشكّلاً؟ أبرّر إجابتي.

4 أيّ المحلّين أسعار الهواتف فيه أعلى؟ أبرّر إجابتي.

(3-4) أنظر الهامش.

إجابات - (أتحقق من فهمي 5):

- 3 ألاحظ أنّ المدى والمدى الربيعي في المحلّ (أ) أكبر من المدى والمدى الربيعي في المحلّ (ب)، ومنه فإنّ أسعار الهواتف النقالة في المحلّ (أ) أكثر تشكّلاً.
- 4 أسعار الهواتف في المحلّ (أ) أعلى؛ لأنّ أسعار ثلاثة أرباع الأجهزة فيه 400 JD فأكثر، في حين أنّ أسعار نصف الأجهزة في المحلّ (ب) أقل من أو تساوي 400 JD.

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21 - 23).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 21 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بإيجاد القيم الخمس الأساسية في الصندوق ذي العارضتين أولاً.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (9 - 14) كتاب التمارين: (1 - 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, (9 - 14) كتاب التمارين: (5 - 7)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (21 - 23), (9 - 14) كتاب التمارين: 8, 9

الوحدة 9

أجد المدى والرَّيْعِيَّات والْمَدَى الرَّيْعِيَّ لكل مجموعة بيانات مما يأتي:

1 85, 77, 58, 69, 62, 73, 55, 82, 67, 77, 59, 92, 75

2 28, 42, 37, 31, 34, 29, 44, 28, 38, 40, 39, 42, 30

3

السائق	الورقة
19	3 5 5
20	2 2 5 8
21	5 8 8 9 9 9
22	0 1 7 8 9
23	2

المفتاح: $19|3 = 193$

4

السائق	الورقة
5	0 3 7 9
6	1 3 4 5 5 6
7	1 5 6 6 9
8	1 2 3 5 8
9	2 5 6 9
10	
11	7

المفتاح: $5|0 = 5.0$

أجد القيم المتطرفة (إن وجدت) لكل مجموعة بيانات مما يأتي:

5 52, 40, 49, 48, 62, 54, 44, 58, 39

6 133, 62, 152, 127, 168, 146, 174

7 4.8, 5.5, 4.2, 11.5, 3.4, 7.5, 1.6, 3.8

مدة التحليق (min)

$13\frac{1}{2}$	$21\frac{1}{2}$	21	$16\frac{3}{4}$
$10\frac{1}{4}$	19	32	$26\frac{1}{2}$
29	$16\frac{1}{4}$	$28\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$



طائرة ورقية: يبين الجدول المجاور

مدة تحليق عدد من الطائرات الورقية بالدقائق. أجد المدى والمدى الرَّيْعِيَّ للبيانات، ثم أمثلها بالصندوق ذي العارضتين. أنظر ملحق الإجابات.

يبيّن التمثيل بالتقاط المجاور عدد الساعات التي يقضيها بعض الطلبة في الدراسة للامتحان. أمثل البيانات بالصندوق ذي العارضتين. أنظر ملحق الإجابات.

أُتدرب وأحل المسائل

معلومة

تؤسّر 4 قوى مختلفة في تحليق الطائرة الورقية، وهي: قوى الدفع، والرفع، والجاذبية، والسحب. لذا تختار المواد الخفيفة لتقاوم الطائرة الجاذبية وتحلق بسهولة.

5) $Q_1 = 42, Q_3 = 56$
لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 21 أو تزيد على 77

6) $Q_1 = 127, Q_3 = 168$
القيم المتطرفة تقل عن 65.5 أو تزيد على 229.5

القيمة 62 متطرفة؛ لأنها تقل عن 65.5

7) $Q_1 = 3.6, Q_3 = 6.5$
القيم المتطرفة تقل عن -0.75 أو تزيد على 10.85
القيمة 11.5 متطرفة؛ لأنها أكبر من 10.85

إجابات - (أُتدرب وأحل المسائل):

(1)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
37	79.5	60.5	19

(2)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
16	41	29.5	11.5

(3)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
39	221	202	19

(4)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
6.7	8.65	6.35	2.3

البحث وحلّ المسائل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأوضح لهم أن الهدف من هذا النشاط هو اكتشاف أثر إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في التمثيل بالصندوق ذي العارضتين على الاستنتاجات التي يمكن الحصول عليها.

- أطلب إلى المجموعات تنفيذ الإجراءات الآتية:

- « اختيار موضوع وجمع بيانات حوله.
- « تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، ثم وُصف توزيع البيانات.
- « استثناء أدنى قيمتين في البيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « إضافة قيمتين أدنى من القيمة الصغرى للبيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « استثناء أعلى قيمتين في البيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « إضافة قيمتين أعلى من القيمة العظمى للبيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.

- ناقش الطلبة حول تأثير إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في استنتاجاتهم.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

معلومة

يُعدّ الفهد الصياد من أسرع الحيوانات، ويمكن أن تبلغ سرعته 110 km/h خلال 3 ثواني من انطلاقه.



سرعة: يبيّن الجدول أدناه سرعة مجموعة من الحيوانات بالكيلومتر لكل ساعة.

الحيوان	السرعة (km/h)
الفهد الصياد	100
النمر	58
القط	48
الفيل	40
الفأر	13
العنكبوت	2

10 أمثل البيانات بالصندوق ذي العارضتين. **أنظر الهامش.**

11 أجد المدى الربيعي للبيانات. $IQR = 45$

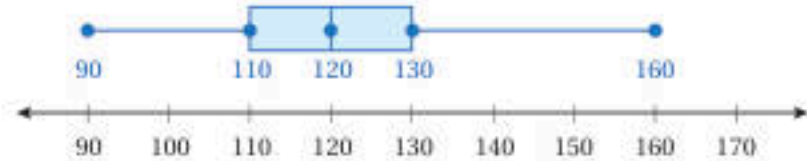
12 أجد القيم المتطرفة (إن وجدت).

13 أصف توزيع البيانات. **أنظر الهامش.**

14 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرّر إجابتي.

أنظر الهامش.

أفلام: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين أدناه مدة عرض مجموعة من الأفلام بالدقائق:



15 ما النسبة المئوية للأفلام التي تزيد مدّة عرضها على 120 دقيقة؟ 50%

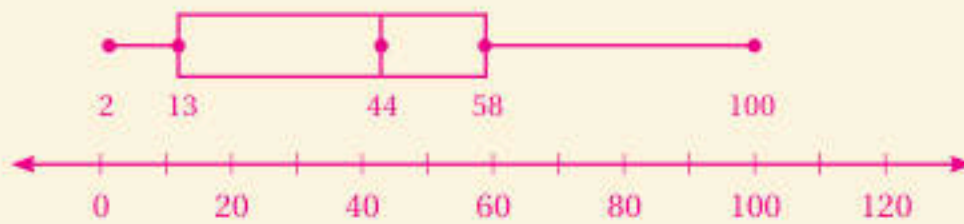
16 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرّر إجابتي.

17 أجد المدى الربيعي للبيانات. 20

16 فوق الربع الأعلى؛ لأن العارضة فوق الربع الأعلى أطول من العارضة أسفل الربع الأدنى.

إجابات - (أدرب وأحلّ المسائل):

(10)



13 - سرعة ربع الحيوانات 58 km/h أو أكثر.

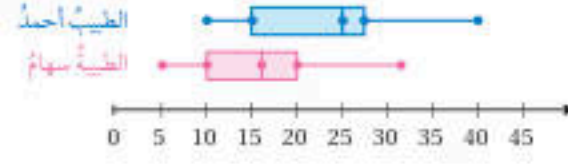
- سرعة ربع الحيوانات 13 km/h أو أقل.

- تتراوح سرعة النصف الأوسط من الحيوانات بين 13 km/h و 58 km/h ولا يتجاوز الفرق بين سرعاتها 45 km/h

14 بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربع الأعلى أكثر تشتتاً من البيانات أسفل الربع الأدنى.

الوحدة 9

يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المسدوج أدناه مدة انتظار المرضى عند طبيبي الأسنان: أحمد، وسهام.



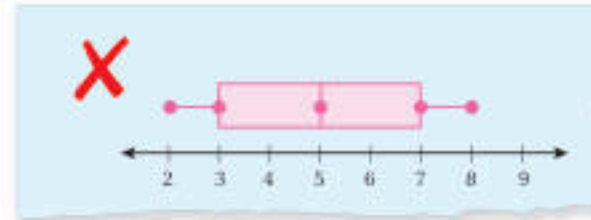
18 أجد المدى الربيعي لمدة انتظار المرضى عند الطبيبة سهام. 10

19 أجد المدى الربيعي لمدة انتظار المرضى عند الطبيب أحمد. 12.5

20 يرغب أنور بمراجعة أحد الطبيبين، أيهما أنصحهُ بزيارته؟ أبرّر إجابتي.

الطبيبة سهام؛ لأن وسيط مدة الانتظار عندها أقل من الطبيب أحمد، إضافة إلى أن مدة الانتظار عندها لا تتجاوز 32 دقيقة، في حين قد تصل مدة الانتظار عند الطبيب أحمد إلى 40 دقيقة.

21 **اكتشف الخطأ:** ورد في التمثيل بالصندوق ذي العارضتين الآتي خطأ، اكتشفهُ، واصحّهُ. علماً أن التمثيل للقيم: 2, 6, 3, 3, 7, 4, 6, 9, 6, 8, 5, 8. **أنظر الهامش.**



22 **سألة مفتوحة:** أكتب مجموعة من البيانات قيمة المدى الربيعي لها 15 وتحتوي قيمتين متطرفتين. **أنظر إجابات الطلبة.**

23 **سألة مفتوحة:** أكتب مجموعة من البيانات عندما أمثلها بالصندوق ذي العارضتين يكون طول كل من الصندوق والعارضتين متساويًا، وأبرّر كيفية اختيار القيم. **أنظر إجابات الطلبة.**

24 **اكتب:** كيف أمثل بيانات باستعمال الصندوق ذي العارضتين؟ **أنظر إجابات الطلبة.**

153

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تفسير البيانات الممثلة باستعمال الصندوق ذي العارضتين.

✓ **إرشاد:** يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

⚠ **تنبيه:** يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

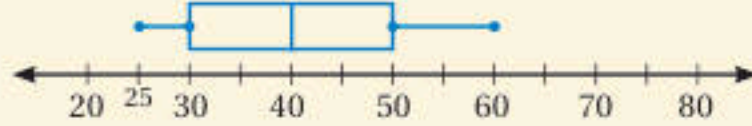
تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1 - 6) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« يبيّن الصندوق ذو العارضتين أدناه أسعار السلع في متجر بالدينار:



1 ما سعر أرخص سلعة في المتجر؟ JD 25

2 ما النسبة المئوية لعدد السلع التي يزيد سعرها على JD 50 أو يساويه؟ 25%

3 أجد المدى الربيعي للبيانات. JD 20

إجابة - (أدرب وأحل المسائل):

21 الأخطاء في التمثيل ذي العارضتين:

- قيمة $Q_1 = 3.5$ ، ولكن تظهر في الرسم 3
- قيمة $Q_3 = 7.5$ ، ولكن تظهر في الرسم 7
- الوسيط 6، ويظهر في الرسم 5
- القيمة العظمى للبيانات 9، ولكن تظهر في الرسم 8

الدرس 2 اختيار التمثيل الأنسب

أستكشف

الطلاب	نسبة
المتروحات	43%
سمز	28%
آلاء	29%
ريم	

يبيّن الجدول المجاور نسبة الأصوات التي حصلت عليها طالبات الصف الثامن المتروحات للبرلمان الطلابي. أيهما أفضل لتمثيل هذه البيانات: الأعمدة البيانية، أم القطاعات الدائرية؟ أبرّر إجابتي.

فكرة الدرس

- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.

المصطلحات

البيانات العددية، البيانات النوعية، الاستدلال.

نتائج الدرس:

- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.

نتائج التعلم القبلي:

- تمثيل البيانات بطرائق مختلفة.

- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبينة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 18: تمثيلات بيانية.
- أطلب إلى المجموعات ذكر اسم كل تمثيل بياني في ورقة المصادر، واقتراح عنوان له.
- أناقش إجابات المجموعات وأقدم لهم التغذية الراجعة.

الاستكشاف

2

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
 - « ما نسبة الطالبات اللواتي صوّتن لسمز؟ 43% »
 - « هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية؟ لماذا؟ لا؛ لأن التمثيل بالأعمدة يحتاج إلى وجود تكرار لكل فئة. »
 - « هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية؟ لماذا؟ نعم؛ لأن البيانات الموجودة تمثل نسبة تكرار كل فئة إلى التكرارات جميعها. »
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟ »
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مفهوم أساسي

اختيار التمثيل الأنسب

يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية.	التمثيل بالصُّور
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية والمقارنة بين فئاتها.	الأعمدة البيانية
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية حين يكون الهدف من التمثيل مقارنة الجزء بالكل.	القطاعات الدائرية
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية أو العددية المنفصلة، وإظهار عدومرات تكرار كل قيمة في مجموعة البيانات.	التمثيل بالنقاط
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية التي تتغير مع الزمن.	المخطوط البيانية
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية بحيث تظهر القيم جميعها في التمثيل.	الساق والورقة
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية لدراسة مقدار تشتت البيانات وتباينها.	الصندوق ذو العارضتين
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية المنظمة في فترات ذات تكرارات.	المخطط التكراري

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (أستكشف)، أثير حواراً عن أهمية المشاركة في مجالس الطلبة في المدارس؛ تأكيداً لمبدأ المساواة، وتنمية الحسّ بالمسؤولية لدى الجميع. وإثراء لهذا الحوار، أوجه للطلبة عدداً من الأسئلة، مثل:

- « ما فائدة مجالس الطلبة في المدرسة؟ »
- « ما آلية اختيار الأعضاء؟ »
- « من يريد أن يكون عضواً في مجلس الطلبة؟ لماذا؟ »
- « ما مقترحات تحسين أداء المجلس؟ »

مثال 1

- أذكر الطلبة أن البيانات نوعان: عددية، ونوعية، وأذكر لهم مثالاً على كل نوع، ثم أطلب إليهم ذكر أمثلة على كل نوع.
- أوضح للطلبة أنه عند تمثيل البيانات نحتاج إلى تحديد إن كانت بيانات عددية أم نوعية؛ لاختيار التمثيل الأنسب، إضافة إلى تحديد الهدف من التمثيل، ثم ناقش معهم أنواع التمثيلات التي درسوها واستعمال كل تمثيل بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 1، وأؤكد لهم أهمية تحديد نوع البيانات أولاً ثم اختيار التمثيل الأنسب.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم الاستدلال، وأؤكد لهم ضرورة استعمال لغة احتمالية للتعبير عن الاستدلال، مثل استعمال كلمة (من المُتوقَّع) أو (أتوقَّع)؛ لأن الاستدلال مبني على عيّنة صغيرة من المجتمع.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

الوحدة 9

مثال 1

أختار تمثيلاً مناسباً لكلّ ممّا يأتي، وأبرّر إجابتي:

- 1 عدد الطلبة في مسابقة حفظ الأحاديث النبوية الشريفة كلّ عام.
بما أن البيانات عددية تتغيّر مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- 2 الرياضة الأكثر تفضيلاً لطلبة الصف الثامن.
بما أن البيانات نوعية وتعلّق بجزء من كلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- 3 توزيع عدد سكّان المملكة الأردنية الهاشمية بحسب الفئات العمرية.
بما أن البيانات عددية موزعة على فئات، فإن التمثيل بالمخطّط التكراري هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

أتحقّق من فهمي:

- 4 عدد ساعات الدراسة لطلبة الصف الثامن في إحدى المدارس.
بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.
 - 5 المسافة التي يقطعها أحمد بسيارته كلّ شهر.
بما أن البيانات عددية تتغيّر مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
 - 6 توزيع دخل الأسرة على المتطلبات المنزلية.
بما أن البيانات نوعية وتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- الاستدلال (inference)** هو عبارة يمكن التوصل إليها من تحليل بيانات تمّ جمعها حول الظاهرة أو الموضوع قيد الدراسة، ويفضّل استعمال لغة احتمالية للتعبير عن الاستدلال؛ لأنّ النتيجة توضع بناءً على عيّنة صغيرة من المجتمع.

مثال 2: من الحياة

يبين التمثيل بالصور المجاور عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي الرياضي في 5 أيام متتالية.

السبت	
الأحد	
الاثنين	
الثلاثاء	
الأربعاء	
المفتاح: كلّ تدلّ على 10 أشخاص.	

1 ما عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي الرياضي يوم السبت؟

بما أن كلّ صورة تعبّر عن 10 أشخاص، وبما أنّه توجد 7 صور مقابل يوم السبت، إذن فإنّ عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يوم السبت 70 شخصاً.

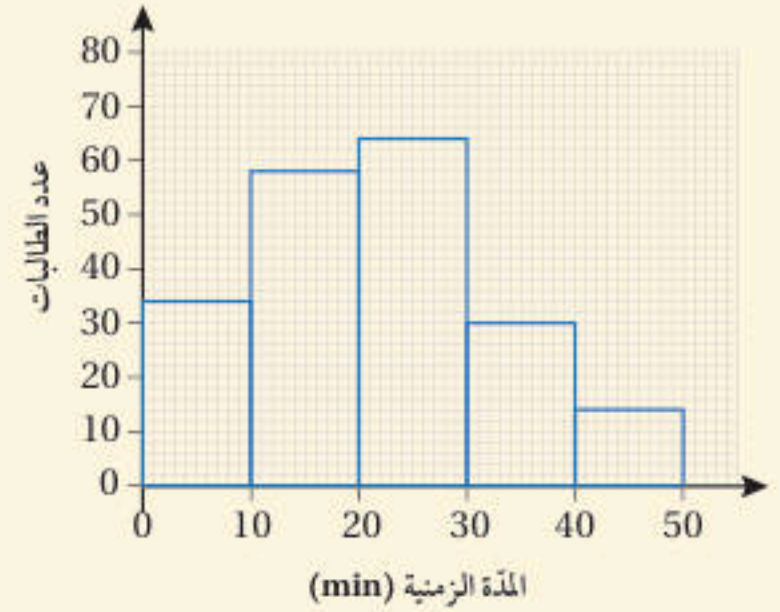
تنويع التعليم

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد التمثيل الأنسب للبيانات؛ لذا يمكن عمل لوحة حائط لأنواع التمثيلات تحتوي كلمات مفتاحية تدلّ على الهدف من استعمال كلّ تمثيل، وتثبيتها بجانب اللوح أثناء الحصة الصفية؛ لتسهيل الرجوع إليها.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة كتابة استدلالات أخرى من التمثيل بالصور الوارد في المثال 2.

مثال إضافي:

صممت رفيف استبانة سألت فيها مجموعة من الطالبات عن المدة الزمنية بالدقائق التي يحتجن إليها للوصول إلى المدرسة، ومثلت النتائج التي حصلت عليها بالمخطط التكراري الآتي:



تقول رفيف:

من المتوقع أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجن على الأقل إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

« هل استدلال رفيف صحيح؟ أبرر إجابتي.

نعم؛ لأنه يظهر من التمثيل البياني أن عدد الطالبات اللاتي سألتهن رفيف هو 200 طالبة، وأن 108 منهن يحتجن على الأقل إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة، وهذا العدد أكثر من نصف الطالبات، وهذا يعطي انطباعاً أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجن على الأقل 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

2 أجد الوسط الحسابي لعدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يومي الأحد والاثنين.

عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يوم الأحد 45 شخصاً، وعددُهُم يوم الإثنين 35 شخصاً.

إذن، الوسط الحسابي لعدد الأشخاص يومي الأحد والاثنين هو:

$$\bar{x} = \frac{45 + 35}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

أجمع القيم، وأقسها على عددها، وأبسطُ

السبت	8 أشخاص
الأحد	5 أشخاص
الاثنين	4 أشخاص
الثلاثاء	3 أشخاص
الأربعاء	2 شخص
المفتاح: كل شخص يمثل 10 أشخاص	

3 أكتب استدلالاً حول موعد ذهاب الأشخاص إلى النادي، معتمداً على التمثيل:

يظهر من التمثيل أن أكبر عدد من الأشخاص يرتادون النادي الرياضي يوم السبت، ويستمر عددهم بالانخفاض وصولاً إلى يوم الأربعاء، ومنه يمكنني كتابة استدلال يحتوي كلمات احتمالية كما يلي:

من المتوقع أن عدد الأشخاص الذين يرتادون النادي الرياضي يقل مع مضي أيام الأسبوع ابتداءً من يوم السبت.

تحقق من فهمي:

المشي	3 أشخاص
السيارة	6 أشخاص
الحافلة	4 أشخاص
الدراجة	2 شخص
المفتاح: كل شخص يمثل طالبين	

يبيّن التمثيل بالصور المجاور وسيلة النقل التي يستعملها مجموعة من الطلبة للوصول إلى المدرسة. أكتب استدلالاً حول كيفية وصول الطلبة إلى المدرسة معتمداً على التمثيل. **أنظر الهامش.**

تعلّمت في المثال السابق أنه يمكن التوصل إلى استدلالات بتحليل بيانات ممثلة، ولكن في بعض الأحيان تكون التمثيلات مضلّة، ممّا يؤدي إلى التوصل إلى استدلالات غير صحيحة. ومن هذه التمثيلات المضلّة استعمال تدرّج غير مكتمل على المحور الرأسي (محور y).

إجابة (تحقق من فهمي 2):

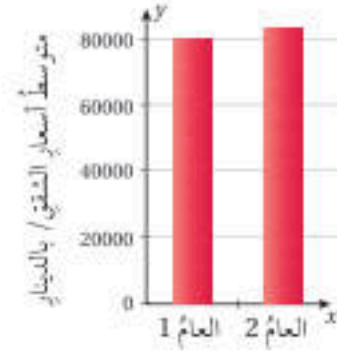
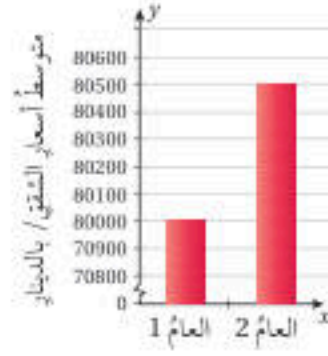
إجابات محتملة:

- من المتوقع أن ما يقرب على نصف طلبة المدرسة يستعملون السيارات للوصول إليها.
- من المتوقع أن ما يزيد على ثلاثة أرباع طلبة المدرسة يستعملون وسائل النقل للوصول إليها.

الوحدة 9

مثال 3

يبين التمثيلان الآتيان متوسط أسعار الشقق السكنية في عامين متتاليين. أي التمثيلين مضلل؟ أبرز إجابتك.



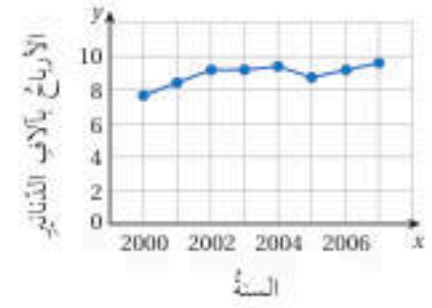
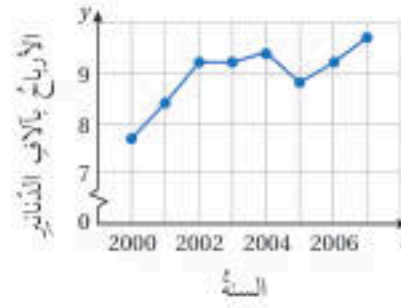
التعليق

تدل العلامة $\hookrightarrow$ على أن التدرج على المحور y غير مكتمل.

يُظهر التمثيل بالأعمدة جهة اليسار أن متوسط أسعار الشقق في العام 2 زاد بما يقارب ثلاثة أمثال متوسط أسعار الشقق عنه في العام 1، لأن التدرج على محوره الرأسي غير مكتمل، في حين أن متوسط أسعار الشقق زاد بمقدار 500 دينار فقط. أما التمثيل بالأعمدة جهة اليمين فلا يُظهر فرقاً كبيراً بين العامين في متوسط أسعار الشقق؛ لأن التدرج على محوره الرأسي مكتمل. إذن، التمثيل بالأعمدة جهة اليسار مضلل.

تحقق من فهمي:

يبين التمثيلان الآتيان أرباح إحدى الشركات بالآلاف الدنانير. أي التمثيلين مضلل؟ أبرز إجابتك. **أنظر الهامش.**



مثال 3

- أوضح للطلبة أن بعض التمثيلات البيانية قد تكون مُضللة؛ لذا قد تؤدي إلى استدلالات غير صحيحة، مثل استعمال تدرج غير مكتمل على المحور y .
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألقت انتباه الطلبة إلى أن العلامة $\hookrightarrow$ تدلّ على أن التدرج غير مكتمل.
- أطلب إلى الطلبة إعادة التمثيل بالأعمدة بتدرج مكتمل؛ للتحقق من صحة الإجابة.

مثال 4

- أوضح للطلبة أن تمثيل البيانات بالصور قد يكون مُضللاً أيضاً، إذ إن استعمال صور مختلفة في الشكل أو الحجم للدلالة على التمثيل قد يؤدي إلى استدلال غير صحيح.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.

إجابة (تحقق من فهمي 3):

التمثيل الذي على اليسار مضلل؛ لأنه يُظهر الفرق في الأرباح بين السنتين 2000 و 2006 كبيراً جداً، والسبب أن التدرج على المحور الرأسي غير مكتمل. الواقع أن الفرق في الأرباح بين السنتين حوالي JD 2000 في التمثيلين.

مثال إضافي:

بالاعتماد على التمثيل بالصور أدناه الذي يبين الفاكهة المفضلة لدى مجموعة من الطلبة، أجب عن الأسئلة الآتية:

التفاح	
البرتقال	
الموز	
الكمثرى	

- يقول أحمد: إنه يمكن الاستدلال من التمثيل أن الفاكهة الأكثر تفضيلاً لدى الطلبة هي البرتقال. هل استدلال أحمد صحيح؟ أبرر إجابتي. **الاستدلال غير صحيح؛ لأن الفاكهة الأكثر تفضيلاً هي الموز.**
- أذكر ثلاثة أخطاء وردت في التمثيل بالصور. **حجم الرموز غير متساو، شكل الرموز المستعملة مختلف، لا يوجد مفتاح للتمثيل.**

4 التدريب

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (8 - 1) والمسألتين (12 - 11) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشاد:** أناقش الطلبة في الإجابة عن الأسئلة الواردة في صناديق (أفكر) الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لأفكار الدرس.

مثال 4



بالاعتماد على التمثيل بالصور المجاور، استدلّ هُمام أنّ عدد علب المواد الغذائية المتبرّع بها وعدد علب الحبوب تقريبًا متساو. هل استدلال هُمام دقيق؟ أبرر إجابتي.

تمثّل كل صورة العدد نفسه من الأشياء، ولكن لأنّ حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الحبوب أكبر من حجم الصورة المستعملة للتعبير عن المواد الغذائية المعبأة، يظهر أنّ العدد من التبرعات تقريبًا متساو، في حين أنّ عدد علب الحبوب تصفّ عدد علب المعبّات.

✓ أتحقّق من فهمي:



بالاعتماد على التمثيل بالصور المجاور، استدلّ هُناء أنّ عدد الأشخاص الذين يفضّلون الموز تقريبًا ضعف عدد الأشخاص الذين يفضّلون الكرّز. هل استدلال هُناء دقيق؟ أبرر إجابتي.

أنظر الهامش.

أدرّب وأحلّ المسائل

- بما أنّ البيانات عددية تتغير مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- بما أنّ البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، وبما أنّها نتائج اختبار؛ لذا من الأنسب تمثيلها باستعمال الصناديق ذي العارضتين للحكم على نتائجها وتباعدتها بسهولة.
- ارتقاعات الأشجار في إحدى الغابات.
- إجابات مجموعة من الطلبة عن سؤال إجابته (نعم أو لا).
- عدد الأهداف التي سجّلها كلّ عضو في فريق كرة قدم في إحدى البطولات.
- الأرباح التي يحققها ريتان من مشروع الصغير كلّ سنة.
- نتائج اختبار اللغة العربية لأحد الصفوف.
- أعداد المصابين بفيروس كورونا وفقًا للقطاعات العمرية المختلفة.
- بما أنّ البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطط التكراري.

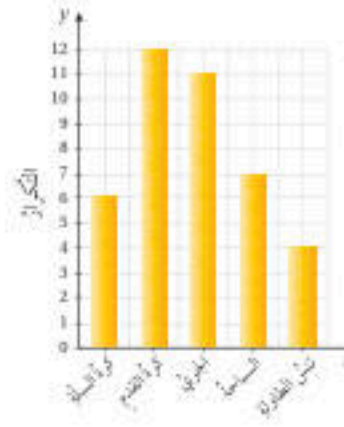
إجابة (أتحقّق من فهمي 4):

استدلال هُناء غير صحيح. تمثّل كل صورة العدد نفسه من الأشياء ولكن، حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الموز أكبر من حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الكرّز؛ لذا يظهر أنّ عدد الموز مثلي عدد الكرّز. الواقع أنّ عدد الموز مساوٍ لعدد الكرّز.

إجابات - (أدرّب وأحلّ المسائل):

- بما أنّ البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطط التكراري.
- بما أنّ البيانات نوعية وتتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- بما أنّ البيانات نوعية، ونرغب في إظهار عدد الأهداف التي سجّلها كلّ لاعب، فإنه من الأنسب استعمال التمثيل بالنقاط.

الوحدة 9

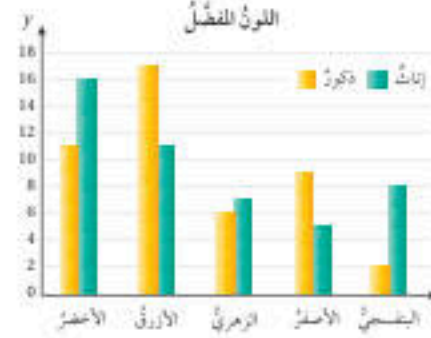


صمّم عليّ استبياناً سأل فيها 40 طالباً من طلبة مدرستهم عن الرياضة المفضّلة لديهم، ومثلّ النتائج التّالي حصل عليها بالأعمدة كما في الشكل المجاور:

أيّ الرياضات هي الأكثر تفضيلاً عند الطلبة؟ كرة القدم.

يقول عليّ: (أتوقّع من التمثيل بالأعمدة أن تنس الطاولة هي الرياضة الأقل تفضيلاً لدى طلبة الأردن). هل استدلال عليّ صحيح؟ أبرّر إجابتي.

صحيح؛ لأن العمود الذي يمثل تنس الطاولة هو أقصر عمود.

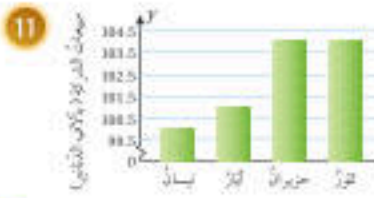


قرّرت إدارة إحدى المدارس استطلاع آراء طلبة الصفّ الأول الموزعين على ثلاث شعب عن اللون الذي يفضّلونه لطلاء الغرف الصفية. جمعت الإدارة نتائج الاستطلاع، ومثلّته بالأعمدة المزدوجة كما في الشكل المجاور:

أكمل الجملة الآتية: (ملحوظة: يوجد إجابات أخرى).

عدد الطلبة الذين يفضّلون الطلاء باللون الأخضر أكبر من عدد الطلبة الذين يفضّلون الطلاء باللون الأصفر. إجابتي: اللون الأزرق؛ لأن أكبر عدد من الطلبة يفضّلون الطلاء به.

أبرّر لم تُعدّ كلّ من التمثيلات الآتية مضلّة:



أفكّر
اكتب استدلالاً حول اللون الذي يفضّله الطلبة لطلاء الغرف الصفية.

11 يُظهر التمثيل أن مبيعات شهر تموز 4 أمثال مبيعات شهر نيسان، في حين أن الفرق بين مبيعات الشهرين 5 آلاف دينار فقط.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (15 – 19).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في الأسئلة (15 – 17) (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى تقدير نسبة القطاعات من الكلّ للإجابة عن الأسئلة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, 13 كتاب التمارين: (1 – 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, (13 – 16) كتاب التمارين: (1 – 5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13 – 19) كتاب التمارين: 6, 7

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 19: ورقة بيانات التحقق من التقدير.
- أخبر الطلبة أنه طُلبَ إلى 60 شخصاً حمل كتاب وتقدير عدد صفحاته، علماً بأن عدد الصفحات الحقيقية للكتاب 55 صفحة، وأنّه قد سُجّل جنس كلّ منهم في الورقة، واليد التي استعملها في التقدير، وتقدير كلّ منهم لعدد صفحات الكتاب.

- أطلب إلى المجموعات فصل تقديرات الذكور عن الإناث وتنظيم كل منها في جدول تكراري.
- أطلب إلى المجموعات اختيار التمثيل الأنسب للبيانات.
- أطلب إلى المجموعات كتابة استنتاج حول البيانات.

✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى تظليل الإناث أو الذكور بلون مختلف على الورقة؛ لتسهيل فصل البيانات.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 7 و 8 من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أختار تمثيلاً مناسباً لكل ممّا يأتي:

- 1 عدد الطلبة في مسابقة الجري كل عام. **الخطوط البيانية.**
- 2 توزيع دخل الأسرة الشهري على المتطلبات المنزلية. **القطاعات الدائرية.**
- 3 الفاكهة المفضّلة لدى مجموعة من طلبة الصف الثامن. **التمثيل بالصور.**



يبيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور توزيع دخل الأسرة الشهري على المتطلبات المنزلية:

13 لِمَ يُعدّ هذا التمثيل مفضّلاً؟ **أنظر الهامش.**

14 اقترح تعديلاً للتمثيل المجاور، وأبرز إجابتي. **أنظر الهامش.**



تبرير: يبيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور أنواع المركبات التي مرّت أمام منزل زياد في إحدى ساعات النهار:

15 أجد النسبة المئوية للسيارات التي مرّت خلال هذه الساعة. **50%**

مهارات التفكير العليا

أفكّر

هل يركب العدد نفسه من الأشخاص كل نوع من المركبات؟

18 من المتوقع أن أداء لاعبي الدولة عام 2012 أفضل منه عام 2008، لأنهم حصلوا على ميداليات ذهبية فضية أكثر.

زيادة عدد الميداليات الذهبية على حساب الميداليات البرونزية بين عامي 2008 و 2012، وهذا مؤشر على تحسّن أداء لاعبي الدولة.

19 تحدّ: ما المعلومات التي يمكنني الحصول عليها من تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين ولا يمكنني الحصول عليها من تمثيلها بالمخطط التكراري؟ أبرز إجابتي.

20 اكتب: كيف أحدد التمثيل الأنسب لتمثيل بيانات معطاة؟ **أنظر إجابات الطلبة.**

إجابات - (أندرب وأحل المسائل):

- 13 - مصاريف الطعام أقل من النصف، في حين يُظهر الرسم أنها أكبر من النصف.
- مصاريف السكن 3 أمثال الفواتير، في حين يبيّن الرسم أن مصاريف السكن تصل إلى 5 أمثال مصاريف الفواتير.
- المجموع لا يمثل 100%

14 يقسم 288° على 80% من الدخل الشهري (مجموع النسب الموجودة) فيصبح التمثيل كما يأتي:

36° فواتير، 108° سكن، 144° طعام. يضاف قطاع آخر يُسمى مصاريف أخرى درجته 72° ونسبته 20%.

نتائج الدرس:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.

نتائج التعلم القبلي:

- تحديد الفضاء العيني لتجربة عشوائية.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث إذا كانت التجربة العشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثلة في جداول ذات اتجاهين.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أكتب الكلمات الآتية على اللوح:
نواتج، حادث، حادث مؤكد، حادث ممكن، حادث مستحيل، تجربة عشوائية، تجربة عادلة، تجربة متحيّزة، فضاء عيني.
- أطلب إلى الطلبة كتابة تعريف -بلغتهم الخاصة- لكل مصطلح من المصطلحات المكتوبة على اللوح، مع إعطاء مثال عليه.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

فكرة الدرس

أحدّد نواتج الفضاء العيني وعددها.

المصطلحات

النواتج، الحادث، الفضاء العيني، مخطط الشجرة، مخطط الاحتمال.

أستكشف



ترغب شذى باختيار أحد التخصصات الجامعية: دكتور صيدلة، هندسة حاسوب، هندسة ميكانيكية، إما في الجامعة الأردنية أو في جامعة العلوم والتكنولوجيا الأردنية. كم خياراً أمام شذى لاختيار التخصص والجامعة؟

أفكر

التجربة العشوائية تجربة نستطيع أن ننشأ فيها بالنواتج جميعها التي يمكن أن تظهر قبل إجرائها، لكننا لا نعلم تحديداً أيها سيظهر حتى نجرى التجربة.

تُسمى الخيارات المحتملة لتجربة عشوائية ما **النواتج** (outcomes)، فمثلاً توجد

6 نواتج محتملة لتجربة رمي حجر نرد هي: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

أما **الحادث** (event) فهو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، مثل ظهور عدد زوجي في تجربة رمي حجر النرد.

تُسمى جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية **الفضاء العيني** (sample space)، ويمكن استعمال طرائق عدة لإيجاده، منها **مخطط الشجرة** (tree diagram).

مثال 1



أستعمل مخطط الشجرة لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعتي نقد منتزعتين مرة واحدة عشوائياً. لقطعة النقد وجهان، أحدهما يحتوي صورة، والآخر كتابة؛ لذا أرمز إلى الوجه الذي يحتوي الصورة بالرمز (H) وإلى الوجه الذي يحتوي الكتابة بالرمز (T).

أفكر

أرمز إلى الصورة بالحرف H، وإلى الكتابة بالحرف T، وهما الحرفان الأولان من الكلمتين الإنجليزيتين Head و Tail.



إرشادات:

- ألقت انتباه الطلبة إلى أن الحرف H هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Head، وأن الحرف T هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Tail.
- أَيْسَن للطلبة أن قطعة النقد المنتظمة تعني أنها أداة عادلة، وذلك يعني أن احتمال ظهور الوجه مساوٍ لاحتمال ظهور الكتابة.
- ألقت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 1 تكون على صورة أزواج مرتبة، الإحداثي الأول في كل زوج هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الأولى، والإحداثي الآخر هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الثانية.

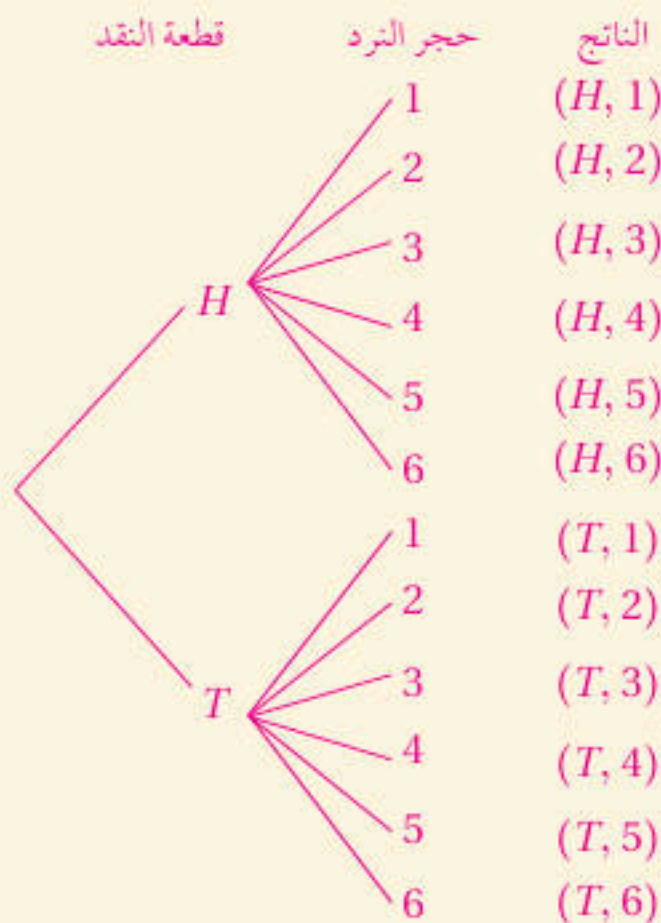
تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب السوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجهم.

إجابة - (أتحقّق من فهمي 1):



- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم: «ما التخصصات الجامعية التي ترغب شذّي بدراستها؟ **دكتور صيدلة، هندسة حاسوب، هندسة ميكانيكية.**»
- «في أيّ الجامعات ترغب شذّي بدراسة هذه التخصصات؟ **إما في الجامعة الأردنية، أو في جامعة العلوم والتكنولوجيا.**»
- «كم خياراً أمام شذّي لاختيار التخصص والجامعة؟»
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم: «ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟»
- «من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟»
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم كل من: النواتج، والحادث، والفضاء العيني، والتجربة العشوائية.
- أوضح للطلبة وجود عدّة طرائق تساعد على إيجاد عناصر الفضاء العيني، منها: طريقة مخطّط الشجرة.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثمّ أسألهم: «كم وجهاً لقطعة النقد؟ **وجهان؛ أحدهما صورة، والآخر كتابة.**»
- «ماذا نرمز إلى الوجه؟ **H** »
- «ماذا نرمز إلى الكتابة؟ **T** »
- «ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الأولى؟ **H, T** »
- «ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الثانية؟ **H, T** »
- «ما النواتج المحتملة لرمي قطعتي النقد مرة واحدة عشوائياً؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**»
- أتوصّل عن طريق النقاش مع الطلبة إلى أهمية وجود طريقة تسهّل إيجاد جميع نواتج التجربة العشوائية، ثمّ أقدم لهم كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الشجرة.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 2

- أوضح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: طريقة الجدول.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لتدوير مؤشر القرص المرقم؟ 1, 2, 3, 4 »
- ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد؟ H, T »
- ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد مرة واحدة عشوائياً وتدوير مؤشر القرص؟ **ستختلف** **إجابات الطلبة.**
- أوضح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الجدول.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألقت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 2 تكون على صورة أزواج مرتبة.
- أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال باستعمال طريقة الشجرة؛ للتحقق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعملة في إيجاد هذه النواتج.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند كتابة نواتج تجربة عشوائية باستعمال طريقة الجدول؛ بكتابة الإحداثي الأول في الزوج المرتب من العمود الأيسر تارة، ومن الصف العلوي تارة أخرى، وكذلك الأمر بالنسبة إلى الإحداثي الثاني؛ لذا أنبههم باستمرار إلى ضرورة الانتباه إلى الالتزام بترتيب محدد، ويُفضل أن يكون الإحداثي الأول من الزوج المرتب من العمود الأيسر، والإحداثي الثاني من الصف العلوي.

الاحظ من مخطط الشجرة أن لهذه التجربة 4 نواتج ممكنة؛ لذا فإن الفضاء العيني هو:

$$(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$$

أنتحق من فهمي:

استعمل مخطط الشجرة لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد وحجر نرد مرة واحدة عشوائياً. **أنظر الهامش.**

يمكن أيضاً استعمال الجدول لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية.

مثال 2



استعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً وتدوير مؤشر قرص عشوائياً مقسم إلى 4 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4

أرسم جدولاً، وأسجل في الصف الأعلى منه نواتج تدوير مؤشر القرص المرقم، وفي العمود إلى اليسار نواتج إلقاء قطعة النقد، ثم أملأ الجدول.

القرص المرقم		1	2	3	4
قطعة النقد	H	H, 1	H, 2	H, 3	H, 4
	T	T, 1	T, 2	T, 3	T, 4

أجد من الجدول أن لهذه التجربة 8 نواتج ممكنة؛ لذا فإن الفضاء العيني هو:

$$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4)$$

أنتحق من فهمي:

استعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً وسحب بطاقة عشوائياً من كيس يحتوي 3 بطاقات متماثلة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3 **أنظر الهامش.**

يمكنني أيضاً استعمال **مخطط الاحتمال** (possibility diagram) لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية.

إجابة - (أنتحق من فهمي 2):

البطاقات المرقمة		1	2	3
قطعة النقد	H	H, 1	H, 2	H, 3
	T	T, 1	T, 2	T, 3

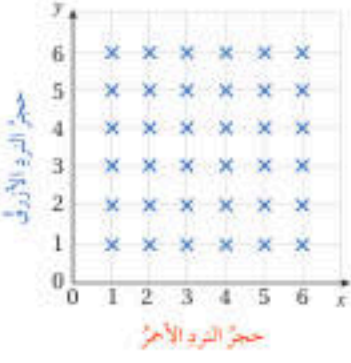
الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (T, 1), (T, 2), (T, 3)$$

مثال 3

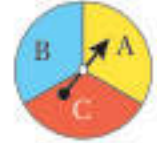


استعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي حجرَي نرد مرة واحدة عشوائياً أحدهما لونه أحمر والآخر لونه أزرق.



أرسم محورين، وأسجل على أحدهما نواتج رمي حجر النرد الأحمر، وعلى المحور الآخر نواتج رمي حجر النرد الأزرق، كما في الشكل المجاور، حيث يمثل تقاطع خطوط مخطط الاحتمال الفضاء العيني للتجربة.

أنظر الهامش: **أتحقق من فهمي:**



قرص دائري مقسم إلى 3 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأحرف A, B, C كما في الشكل المجاور. استعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرتين عشوائياً.

مثال 4: من الحياة



عصير طبيعي: تريد عبير شراء عصير طبيعي من محل بيع العصير في أكواب بثلاثة أحجام مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، ولديه 3 أنواع مختلفة من الفاكهة: فراولة، وموز، وبرتقال. كم خياراً مختلفاً أمام عبير لشراء العصير؟

يمكنني استعمال الشجرة البيانية لتحديد عدد الخيارات الممكنة أمام عبير.



إذن، لدى عبير 9 بدائل مختلفة للعصير.

مثال 3

أوضح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: طريقة مخطط الاحتمال.

أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لرمي حجر النرد الأول؟ »

1, 2, 3, 4, 5, 6

« ما النواتج المحتملة لرمي حجر النرد الثاني؟ »

1, 2, 3, 4, 5, 6

« ما النواتج المحتملة لرمي حجرَي النرد مرة واحدة عشوائياً؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أوضح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة مخطط الاحتمال.

إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال

باستعمال طريقتي: الشجرة البيانية، والجدول؛ للتحقق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعملة في إيجاد هذه النواتج، ثم أسألهم: من وجهة نظرك، أي الطرائق أفضل في إيجاد نواتج رمي حجرَي مرة واحدة عشوائياً؟ مع التبرير.

مثال 4: من الحياة



أوضح للطلبة أهمية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلموها في هذا الدرس في كثير من التجارب العشوائية الحياتية، وأذكر لهم بعضها.

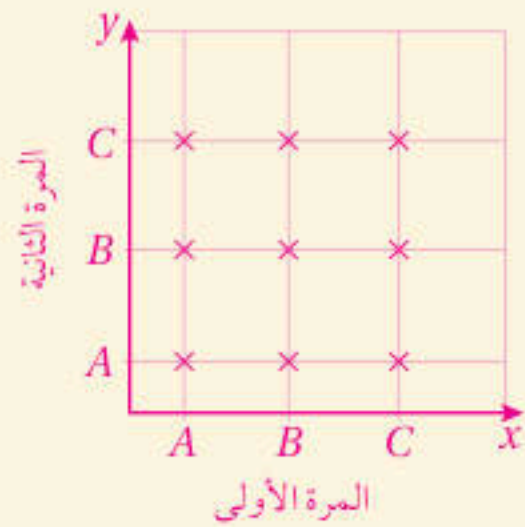
أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لاختيار الفاكهة؟ فراولة، موز، وبرتقال. »

« ما النواتج المحتملة لاختيار حجم الكوب؟ صغير، وسط، كبير. »

أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد النواتج الممكنة للتجربة على اللوح باستعمال طريقة الشجرة.

أطلب إلى الطلبة استعمال طريقتي: الجدول، ومخطط الاحتمال؛ لإيجاد النواتج الممكنة للتجربة، وتحديد الطريقة الأسهل لهذه التجربة من وجهة نظرهم.

إجابة - (أتحقق من فهمي 3):



الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

(A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C)

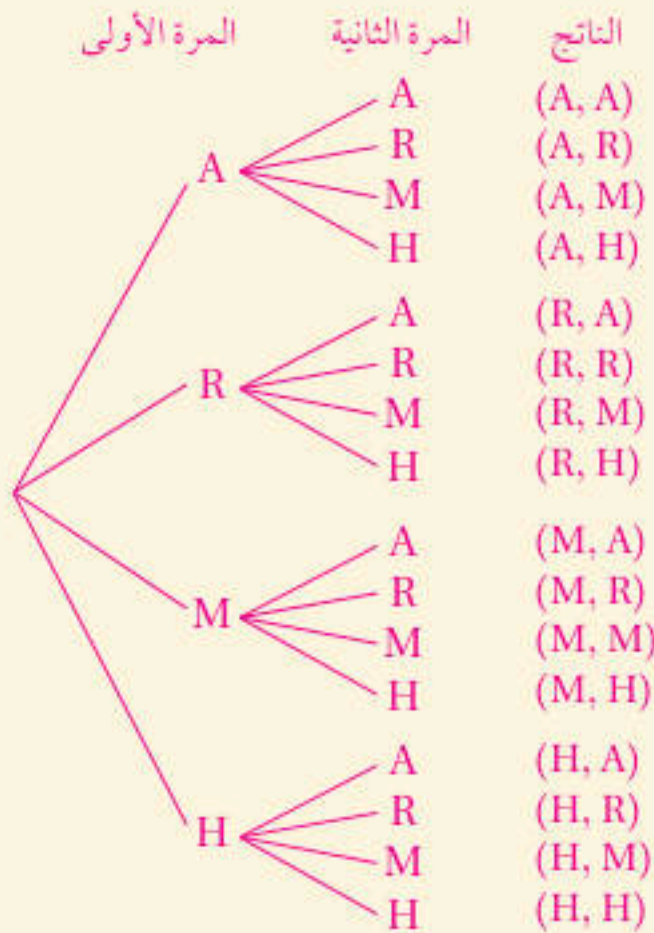
أَتَدْرَبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدْرَبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (4 - 1) والمسائلتين (12 - 11) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحلّ المقدمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أناقش الطلبة في الإجابة عن السؤال الوارد في صندوق (أفكر) الواردة في هامش سؤال 8 في بند (أَتَدْرَبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لفكرة الدرس.

إجابة - (أَتَدْرَبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ):

(1)



إجابة - (أَتَحَقِّقُ مِنْ فَهْمِي 4):



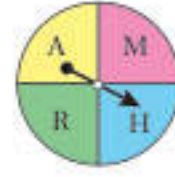
لدى مهند 6 بدائل لشراء البوشار.



أَتَحَقِّقُ مِنْ فَهْمِي:

بوشار: يرغب مهند في شراء بوشار يُباع في علب بثلاثة أحجام مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، وأمانة نكهتان مختلفتان: الملح، والزبدة، كم خيارًا مختلفًا أمام مهند لشراء البوشار؟ **أنظر الهامش.**

أَتَدْرَبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:



1 استعمل مخطط الشجرة لتحديد الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص المجاور مرتين عشوائيًا. **أنظر الهامش.**

2 استعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد وحجر نرد مرة واحدة عشوائيًا. **أنظر ملحق الإجابات.**



3 شجعت كُرتان عشوائيًا على التوالى دون إرجاع من صندوق يحتوي الكرات الأربع المتماثلة المجاورة: **أنظر ملحق الإجابات.**

4 استعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني للتجربة. أجد عدد عناصر الفضاء العيني. 12



استعمل مخطط الشجرة لتحديد الفضاء العيني للتجارب العشوائية الآتية الممتدة على القرصين الدائريين المجاورين، علمًا بأنهما مقسمان إلى أجزاء متطابقة:

5 تدوير مؤشر القرص A ومؤشر القرص B مرة واحدة عشوائيًا.

6 تدوير مؤشر القرص A مرتين عشوائيًا.

7 تدوير مؤشر القرص B مرتين عشوائيًا.

8 تدوير مؤشر القرص B ثلاث مرات عشوائيًا.

(5-8) أنظر ملحق الإجابات.

إرشاد:

أرمز إلى اللون الأحمر بالحرف R، واللون الأخضر بالحرف G، واللون الأزرق بالحرف B، واللون الأصفر بالحرف Y، وهن الحروف الأولى من أسماء هذه الألوان باللغة الإنجليزية:

Red → R
Green → G
Blue → B
Yellow → Y

أفكر:

هل يمكن تمثيل التجربة العشوائية في السؤال B باستعمال مخطط الاحتمال؟

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذور المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أندرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليشركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 16 و 17.
- أرصد آية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (5 - 8), (13 - 15) كتاب التمارين: 1, 2, 5, 6
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9, 10, (13 - 15) كتاب التمارين: (3 - 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (9, 10, (13 - 17) كتاب التمارين: 7, 8

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بقطعة كرتون مقوى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كلّ مجموعة تصميم قرصين مختلفين، وتقسيم كلّ منهما إلى قطاعات متطابقة، ثمّ ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كلّ مجموعة كتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرصين مرة واحدة عشوائية باستعمال طريقة الشجرة، وطريقة الجدول وطريقة مخطط الاحتمال.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أن يأخذ قطاعان الرقم نفسه.
- يمكن للمجموعات تصميم قرص واحد وكتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرّتين عشوائياً.

إرشادات:

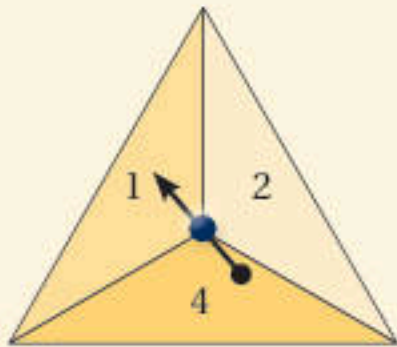
- في السؤال 16 (تحدّ)، أدرج مع الطلبة في الأسئلة للحصول على إجابة السؤال بتوجيه الأسئلة الآتية:
 - « إذا كان القرص مقسماً إلى قطاعين متطابقين، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 4 »
 - « إذا كان القرص مقسماً إلى 3 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 9 »
 - « إذا كان القرص مقسماً إلى 4 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 16 »
 - « ما نمط الأعداد الظاهر؟ عدد عناصر الفضاء العيني هو ناتج ضرب عدد القطاعات في نفسه. »
 - « إذن، ما عدد عناصر الفضاء العيني للتجربة؟ ناتج ضرب n في n أي n^2 »

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

• أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.

• إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أستعمل الجدول لتحديد عناصر الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر الشكل الآتي مرتين عشوائيًا.



	1	2	4
1	1, 1	1, 2	1, 4
2	2, 1	2, 2	2, 4
4	4, 1	4, 2	4, 4

الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4),
(4, 1), (4, 2), (4, 4)

دور مؤشر قرص مقسم إلى 3 قطاعات متطابقة ألوانها: أحمر (R)، وأزرق (B)، وأبيض (W) مرة واحدة عشوائيًا، ثم دور مؤشر قرص آخر مقسم إلى 4 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 مرة واحدة عشوائيًا.

9 أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني للتجربة العشوائية. أنظر ملحق الإجابات.

10 أجد عدد عناصر الفضاء العيني. 12



وحدة تخزين: يرغب يوسف في شراء مشغلي (مقاطع صوتية)، ولديه 4 سماعات مختلفة بالجيجابايت: 2GB, 4GB, 8GB, 16GB، ويمكنه الاختيار من 5 ألوان مختلفة: الفضي، والأخضر، والأزرق، والزهري، والأسود.

11 أستعمل الجدول لتحديد جميع البدائل الممكنة ليوسف عند اختيار المشغل.

12 أجد عدد الخيارات الممكنة أمام يوسف. 20 أنظر ملحق الإجابات.



يقدم مطعم قائمة الطعام المجاورة لزيائيه:

13 أستعمل مخطط الشجرة لتحديد جميع الخيارات الممكنة لوجبة طعام مكونة من: طبق مقبلات، و طبق رئيس، و طبق تحلية.

أنظر الهامش.

14 أجد عدد الخيارات الممكنة لوجبة الطعام. 24

15 أعود إلى فقرة (استكشف)، وأحل المسألة الواردة فيها. 6

مهارات التفكير العليا

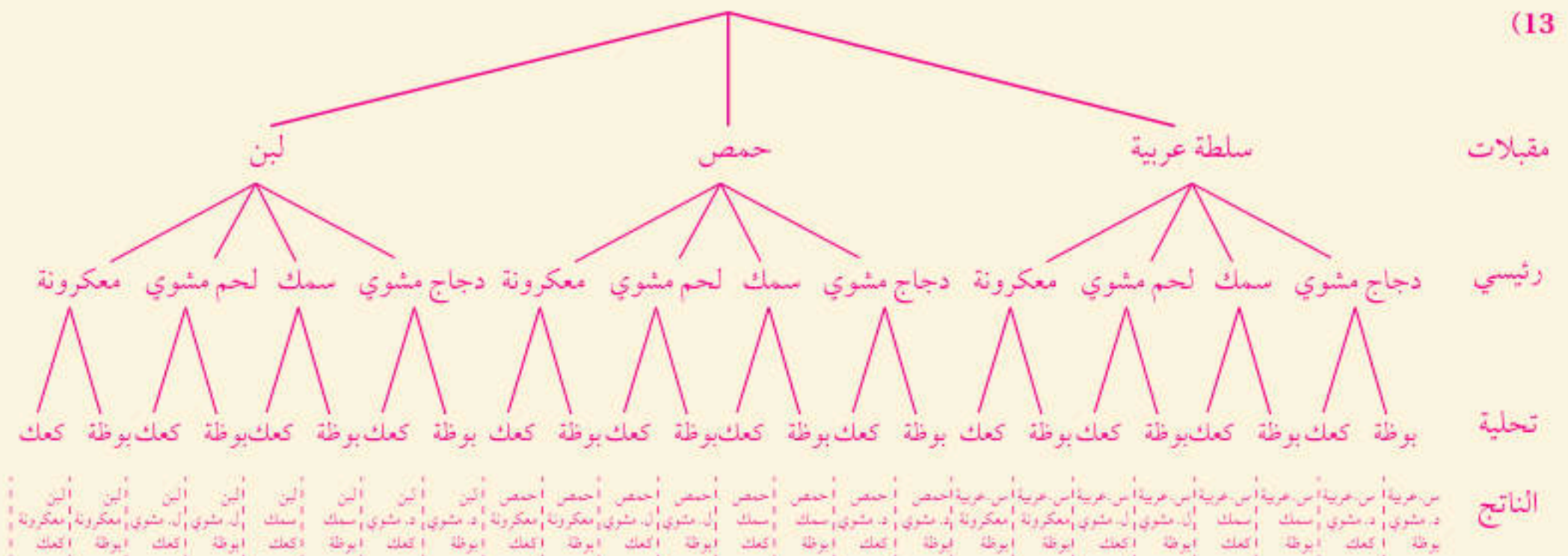
16 تحد: قرص مقسم إلى n من القطاعات المتطابقة، أجد عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر مرتين. n^2

17 مسألة مفتوحة: أعطي مثالاً على تجربة عشوائية عدد عناصر الفضاء العيني لها 30. أنظر إجابات الطلبة.

18 اكتن: كيف أحدد الفضاء العيني لتجربة عشوائية؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابة - (أدرب وأحل المسائل):

(13)



الدرس 4 احتمال الحوادث المركبة

استكشف



نسي أحمد أول رقمين من رمز الدخول إلى بريده الإلكتروني، لكنه تذكر أن الرقم الأول فردي والرقم الثاني زوجي. ما احتمال أن يختار أحمد الرقمين الصحيحين لرمز الدخول؟

فكرة الدرس

- إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

المصطلحات

الحدث البسيط،
الحدث المركب.

نتائج الدرس:

- إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

نتائج التعلم القبلي:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بحجري نرد، وورقة.
- أطلب إلى المجموعات رسم الجدول الآتي على الورقة.

12	5	9
2	11	7
8	4	10

- أطلب إلى أحد فردي المجموعة اختيار عدد من الجدول، ثم أطلب إليه رمي حجرَي النرد، فإذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجرَي النرد يساوي العدد الذي اختاره، يضع إشارة خاصة به على العدد.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار وتكرر الخطوات نفسها.
- يسجل الفوز لمن يكمل سطرًا كاملاً أفقيًا أو رأسيًا أو قطريًا من الإشارات الخاصة به.

- « ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف نفسه في المَرَّتَيْن. »
- « ما عدد عناصر الحادث؟ 3 »
- « أذكرها. $(L, L), (M, M), (N, N)$ »
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الشجرة على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
 - « ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف L في أي من المَرَّتَيْن أو كليهما. »
 - « ما عدد عناصر الحادث؟ 5 »
 - « أذكرها. $(L, L), (L, M), (L, N), (M, L), (N, L)$ »
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الشجرة على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن فهم الحادث المطلوب إيجاد احتماله يسهّل عملية تحديد عدد عناصره بسهولة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى الفرق بين عبارة (المرّة الأولى) وعبارة (المرّة الأولى فقط)، وذلك في تدريب (أتحقّق من فهمي) التابع للمثال 1.

تعزيز اللغة ودعمها:

- أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب السوار في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
 - « من منكم لديه بريد إلكتروني؟ ستختلف إجابات الطلبة. »
 - « ممّ يتكوّن رمز الدخول إلى البريد الإلكتروني عادة؟ من أرقام وأحرف ورموز. »
 - « ما الذي نسيه أحمد من رمز الدخول؟ أول رقمين من الرمز. »
 - « ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الأولى من الرمز إذا كان الرقم الأول فردياً؟ 1, 3, 5, 7, 9 »
 - « ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الثانية من الرمز إذا كان الرقم الثاني زوجياً؟ 0, 2, 4, 6, 8 »
 - « ما احتمال أن يختار أحمد الرقمين الصحيحين لرمز الدخول؟ »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟ »
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟ »
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم كلّ من: الفضاء العيني، والحادث، واحتمال الحادث.
- أبين للطلبة وجود نوعين من الحوادث، هما: الحادث البسيط، والحادث المركّب. وأوضح لهم إمكانية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلّموها في الدرس السابق، لتحديد عدد عناصر الحادث وعدد عناصر الفضاء العيني للتجربة العشوائية، تمهيداً لإيجاد احتمال الحادث.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الشجرة.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
 - « ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 9 »

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال الجدول.
- ناقش حل الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 12 »

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ سحب قطعتي حلوى من اللون نفسه. »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 3 »

« أذكرها. $(R, R), (B, B), (Y, Y)$ »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.

- ناقش حل الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

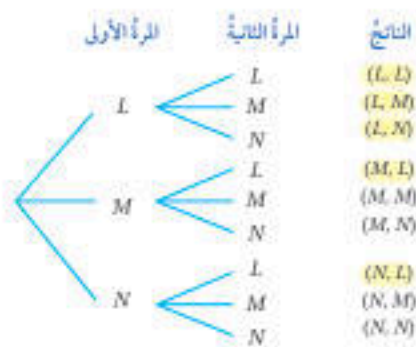
« ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ سحب قطعتي حلوى ليست أي منهما زرقاء أو خضراء. »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 4 »

« أذكرها. $(R, R), (R, Y), (Y, R), (Y, Y)$ »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.

الوحدة 9



2 احتمال وقوع المؤشر عند الحرف L في أيّ من المرّتين أو كليهما. افترض أن الحادث B هو وقوع المؤشر عند الحرف L في أيّ من المرّتين أو كليهما، إذن عدد عناصر هذا الحادث 5؛ لذا فإن احتمال الحادث B هو:

$$P(B) = \frac{5}{9}$$

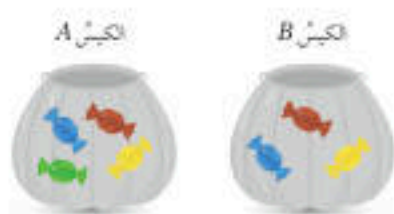
تحقق من فهمي:

3 احتمال وقوع المؤشر عند الحرف M في المرّة الأولى فقط. $\frac{2}{9}$

4 احتمال وقوع المؤشر عند الحرف N في أيّ من المرّتين أو كليهما. $\frac{5}{9}$

يمكن استعمال الجدول في إيجاد احتمالات الحوادث المركبة.

مثال 2



سحبت غدير قطعة حلوى عشوائياً من كلّ كيس من الكيسين المجاورين، استعمل جدولاً لأجد:

1 احتمال سحب قطعتي حلوى من اللون نفسه.

أمثل الفضاء العيني للتجربة باستعمال جدول. لاحظ أن عدد عناصر الفضاء العيني 12

افترض أن الحادث A هو سحب قطعتي حلوى لهما اللون نفسه، إذن عدد عناصر هذا الحادث 3؛ لذا فإن احتمال الحادث A يساوي:

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

		الكيس B		
		R	B	Y
الكيس A	R	R, R	R, B	R, Y
	Y	Y, R	Y, B	Y, Y
	B	B, R	B, B	B, Y
	G	G, R	G, B	G, Y

إرشادات:

- أذكر الطلبة باستعمال الرمز R للدلالة على اللون الأحمر، والرمز Y للدلالة على اللون الأصفر، والرمز B للدلالة على اللون الأزرق، وهي الحروف الأولى من أسماء هذه الألوان باللغة الإنجليزية:

Red → R

Blue → B

Yellow → Y

مثال 3

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الاحتمال.
- ناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36 »

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ **ظهور العدد 3 على كلا الحجرين.** »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 1 »

« أذكرها. (3, 3) »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

- ناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ **ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.** »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 10 »

« أذكرها. (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 3), (6, 3) »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابته بأبسط صورة.

الحادث A	الكيس B			
		R	B	Y
	R	R, R	R, B	R, Y
	Y	Y, R	Y, B	Y, Y
	B	B, R	B, B	B, Y
	G	G, R	G, B	G, Y

2 احتمال سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

افترض أن الحادث يمثل سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

الاحظ من الجدول أنه توجد 4 نواتج لا تحتوي قطعة حلوى زرقاء أو خضراء؛ لذا فإن احتمال الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

✓ **اتحقق من فهمي:**

3 احتمال سحب قطعة حلوى خضراء. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ 4 احتمال سحب قطعتي حلوى مختلفتين في اللون. $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

يمكن أيضاً استعمال مخطط الاحتمال لإيجاد احتمالات الحوادث المركبة.

مثال 3



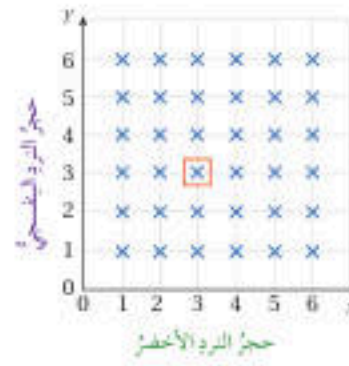
فسي تجربة رمي حجرين نرد مرة واحدة عشوائياً أحدهما لونه أخضر والآخر لونه بنفسجي، استعمال مخطط الاحتمال لأجد:

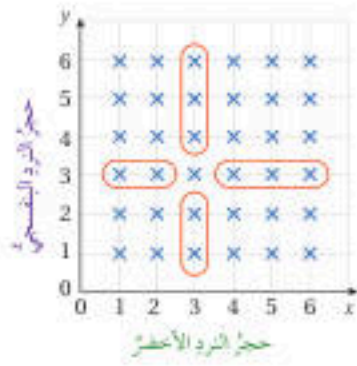
1 احتمال ظهور العدد 3 على كلا الحجرين.

أمثل الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطط الاحتمال. لاحظ أن عدد عناصر الفضاء العيني 36

افترض أن الحادث A هو ظهور العدد 3 على كلا الحجرين، إذن عدد عناصر هذا الحادث 1؛ لذا فإن احتمال الحادث A هو:

$$P(A) = \frac{1}{36}$$





2 احتمال ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.

افترض أن الحادث B هو ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.

الاحتمال من مخطط الاحتمال وجود 10 نواتج ظهر فيها العدد 3 مرة واحدة فقط، لذا فإن احتمال الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

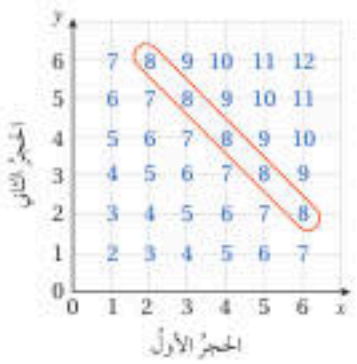
✓ **أتدقق من فهمي:**

3 احتمال ظهور العدد 3 مرة واحدة على الأقل. $\frac{11}{36}$

4 احتمال عدم ظهور العدد 3 $\frac{25}{36}$

مثال 4

في تجربة رمي حجرَي نرد متمايزين مرة واحدة عشوائياً وإيجاد ناتج جمع العددين الظاهريين، أجد:



1 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين يساوي 8

يمكنني استعمال مخطط الاحتمال لكتابة المجموع لكل ناتج.

الاحتمال أن عدد عناصر الفضاء العيني 36

افترض أن الحادث A هو ظهور عددين مجموعهما 8،

إذن عدد عناصر الحادث 5؛ لذا فإن احتمال الحادث A يساوي:

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

2 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين أكبر من أو يساوي 8

افترض أن الحادث B هو ظهور عددين مجموعهما أكبر أو يساوي 8

الاحتمال من مخطط الاحتمال وجود 10 نواتج مجموعها أكبر من 8،

و 5 نواتج مجموعها 8، إذن عدد عناصر الحادث 15؛ لذا فإن احتمال

الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الاحتمال.

• أناقش حل الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36 »

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمال؟ أن يكون

مجموع العددين الظاهريين يساوي 8 »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 5 »

« أذكرها. (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) »

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

• أناقش حل الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه السؤالين الآتيين:

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمال؟ أن يكون

مجموع العددين الظاهريين أكبر من أو يساوي 8 »

« ما عدد عناصر الحادث؟ 15 »

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابه بأبسط صورة.

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة من ذوي المستوى فوق المتوسط كتابة مسألة لإيجاد احتمالات حوادث مركبة في تجارب عشوائية.

أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:

- أوجه الطلبة إلى بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المقدمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (22 - 24).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

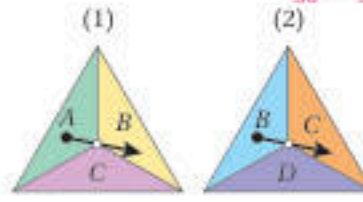
✓ **إرشاد:** في السؤال 22 (تبرير)، أوجه الطلبة إلى كتابة الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطط الاحتمال.

✓ **أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:**

- 3 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين أقل من 8 $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$
- 4 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين أقل من أو يساوي 8 $\frac{26}{36} = \frac{13}{18}$

✓ **أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ:**

- 1 في تجربة رمي قطعتي نقد عشوائيًا مرة واحدة، أستعمل مخطط الشجرة لإيجاد احتمالي:
- 2 ظهور صورتين. $\frac{1}{4}$
- 3 ظهور صورة واحدة على الأقل. $\frac{3}{4}$
- 4 ظهور صورة وكتابة. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- 5 عدم ظهور صورة. $\frac{1}{4}$
- 6 في تجربة رمي حجرٍ نرد مرة واحدة عشوائيًا، أستعمل الجدول لإيجاد احتمال أن يكون:
- 7 العددان الظاهريان أقل من 5
- 8 العددان الظاهريان زوجيين.
- 9 أحد العددين الظاهريين فقط أوليًا. (5-7) **أنظر الهامش.**
- 10 سحب دينا عشوائيًا بطاقة من 4 بطاقات كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 ورمت حجر نرد مرة واحدة عشوائيًا، ثم أوجدت مجموع العددين الظاهريين. أستعمل مخطط الاحتمال لأجد احتمال أن يكون مجموع العددين: (8-9) **أنظر ملحق الإجابات.**
- 11 يساوي 5
- 12 أكبر من 6
- 13 في تجربة رمي حجرٍ نرد مرة واحدة عشوائيًا وإيجاد ناتج جمع العددين الظاهريين، أجد احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين:
- 14 يساوي 4 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
- 15 يساوي 7 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- 16 عددًا زوجيًا. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
- 17 من مضاعفات العدد 3 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
- 18 مريعًا كاملاً. $\frac{7}{36}$
- 19 في إحدى الألعاب، يُدَوَّرُ مؤشر كل من الشكلين المجاورين مرة واحدة عشوائيًا، ويحصل اللاعب على نقطة إذا توقف مؤشر كلا الشكلين على الحرف نفسه. ما احتمال الحصول على نقطة؟ $\frac{2}{9}$



إجابات - (أَتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ):

- 5) $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$ 6) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ 7) $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

		الحجر الثاني					
		1	2	3	4	5	6
الحجر الأول	1	1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
	2	2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
	3	3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
	4	4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
	5	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
	6	6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

الوحدة 9

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 12), (17 - 19) كتاب التمارين: (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (13 - 21) كتاب التمارين: (4 - 7)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13 - 15), (20 - 24) كتاب التمارين: (8 - 12)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بقطعة كرتون مقوّى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كل مجموعة تصميم قرصين مختلفين، وتقسيم كل منهما إلى قطاعات متطابقة، ثم ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كل مجموعة كتابة 5 أسئلة لإيجاد احتمالات حوادث مركبة لتجربة عشوائية معتمدة على تدوير مؤشر القرصين.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

يحتوي كيس 4 حبات كعك، اثنتان منها بحشوة المربي، وواحدة بحشوة الشوكولاتة، وواحدة بحشوة الكريمة. اختار محمود كعكة عشوائياً من الكيس وأكلها، ثم أخذ كعكة أخرى. استعمل الجدول لأجد احتمال:

(17-19) أنظر الهامش.

17 أن تكون حبات الكعك بحشوة المربي.

18 أن تكون إحدى حبات الكعك بحشوة الكريمة.

19 أن تكون حبات الكعك بحشوة الشوكولاتة.



قرصان دائريان كل منهما مقسّم إلى 4 قطاعات

متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 كما

يظهر في الشكل المجاور. ثم تدوير مؤشريهما

معاً مرة واحدة عشوائياً وإيجاد ناتج ضرب العددين اللذين يقف عندهما المؤشران، أجد احتمال أن يكون ناتج ضرب العددين:

20 يُساوي 4 $\frac{3}{16}$ 21 يُساوي 3 $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

مهارات التفكير العليا

22 **تمرير:** قرصان دائريان كل منهما مقسّم إلى 8 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأعداد من 1 إلى 8. ثم تدوير مؤشري القرصين معاً مرة واحدة عشوائياً، وإيجاد ناتج ضرب العددين اللذين يقف عندهما المؤشران. أجد احتمال أن يكون ناتج ضرب العددين مربعاً كاملاً زوجياً، وأبزر إجابتي.

23 **تمرير:** رميت لمباً حجري نرد متمايزين مرة واحدة عشوائياً، ثم أوجدت ناتج ضرب العددين الظاهريين. أجد احتمال ألا يكون ناتج الضرب بين 19 و35، وأبزر إجابتي.

24 **مسألة مفتوحة:** أضفت تجربة عشوائية، ثم أخذت حدثاً مركباً فيها وأجد احتمالاً. أنظر إجابات الطلبة.

25 **اكتشف:** كيف أجد احتمال حادث مركب باستعمال مخطط الشجرة؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابات - (أدرب وأحل المسائل):

17) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 18) $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 19) 0

		السحب الثاني			
		كريمة (ك)	شوكولاتة (ش)	مربي (م)	مربي (م)
السحب الأول	مربي (م)	(م، ك)	(م، ش)		(م، م)
	مربي (م)	(م، ك)	(م، ش)		(م، م)
	شوكولاتة (ش)	(ش، ك)		(ش، م)	(ش، م)
	كريمة (ك)		(ش، ك)	(ك، م)	(ك، م)



- أحفَز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد احتمالات حوادث مرّكبة.

✓ **إرشاد:** يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

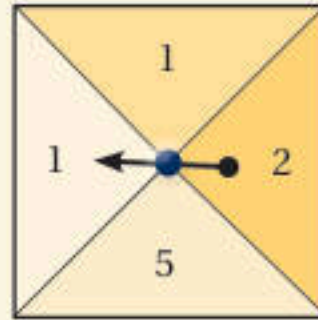
! **تنبيه:** يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 9 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« دُور مؤشر الشكل المجاور مرتين عشوائيًا، وحُسب مجموع العددين اللذين يقف عندهما المؤشر. أجد احتمال أن يكون مجموع الرقمين اللذين يقف عندهما المؤشر:

1 أقل من أو يساوي 5 $\frac{9}{16}$

2 عددًا فرديًا. $\frac{3}{8}$

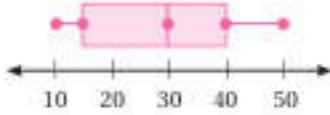
	1	1	2	5
1	2	2	3	6
1	2	2	3	6
2	3	3	4	7
5	6	6	7	10

اختبار نهاية الوحدة

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة (1-12) فرديًا، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعًا في حل بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (13-17)، وأتجول بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها؛ لمناقشتها على اللوح.

استعمل التمثيل بالصندوق ذي العارضتين أدناه للإجابة عن الأسئلة 7، 8، 9: (7-9) أنظر الهامش.

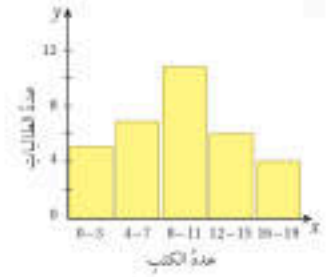


7 أجد القيمتين: العظمى، والصغرى، والرّبيع الأعلى، والرّبيع الأدنى، والوسيط، للبيانات الممثلة.

8 أصف توزيع البيانات.

9 أجد القيم المتطرفة في البيانات (إن وجدت).

10 صممت زنا استبانة حول عدد الكتب التي قرأتها طالبات صفها خلال شهر، ومثلت النتائج بالمخطط التكراري الآتي. أكتب استدلالًا بالاعتماد على التمثيل. ثلث عدد الطلبة قرؤوا (8-11) كتابًا.



في تجربة رمي حجرَي ترد متمايزين، استعمل الجدول لإيجاد احتمالي أن يكون:

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

11 العددين الظاهري أكبر من 4

12 العددين الظاهري زوجيين.

اختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 مدى البيانات الآتية يساوي:

53, 57, 62, 48, 45, 65, 40, 42, 55

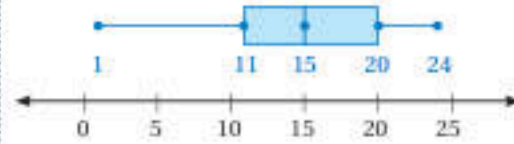
a) 11 b) 25 c) 53 d) 65

2 الرّبيع الأعلى للبيانات الممثلة بالصندوق ذي العارضتين أدناه هو:



a) 0 b) 10 c) 25 d) 45

استعمل التمثيل بالصندوق ذي العارضتين الآتي للإجابة عن السؤالين 3 و 4:



3 نسبة البيانات التي تزيد على 20:

a) 25% b) 50% c) 75% d) 100%

4 نسبة البيانات التي تقل عن 15:

a) 25% b) 50% c) 75% d) 100%

أجد المدى والرّبيعتين والمدى الرّبيعي لكل مجموعة بيانات مما يأتي: (5-6) أنظر الهامش.

5 40, 33, 37, 54, 41, 3, 27, 39, 35

6 132, 127, 106, 140, 158, 135, 129, 138

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

5 المدى 51، الربع الأدنى 30، الربع الأعلى 40.5 المدى الربيعي 10.5

6 المدى 52، الربع الأدنى 128، الربع الأعلى 139 المدى الربيعي 11

7 العظمى 50، الصغرى 10، الربع الأعلى 40، الربع الأدنى 15، الوسيط 30

8 - 25% من البيانات قيمتها 40 فأكثر.

- و 25% من البيانات قيمتها 15 فأقل.

- تتراوح قيم النصف الأوسط من البيانات بين 15 و 40 ولا يتجاوز الفرق بينها 25

9 لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 22.5 - أو تزيد على 77.5

تدريب على الاختبارات الدولية

- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فرديًا، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

- 13 - التشتت في درجات الحرارة في المنطقة (أ) أكبر منه في المنطقة (ب).
- الربع الأعلى والوسيط في المنطقة (أ) أكبر منهما في المنطقة (ب).
- الربع الأدنى في المنطقة (ب) أكبر منه في المنطقة (أ).

- 14 أنصحها بقضاء الإجازة في المنطقة (ب)؛ لأن درجة الحرارة فيها لا تتجاوز 32°C ، في حين تصل في المنطقة (أ) إلى 36°C

15) $\frac{4}{25}$ 16) $\frac{13}{25}$ 17) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$



تدريب على الاختبارات الدولية

18 أي القيم في مجموعة البيانات الآتية متطرفة؟

3.7, 3.0, 3.4, 3.6, 5.2, 5.4,
3.2, 3.8, 4.3, 4.5, 4.2, 3.7

- a) 3.0 b) 5.4
c) 3.0, 5.4 d) لا توجد قيم متطرفة

19 وسيط البيانات الآتية هو:

7, 8, 14, 3, 2, 1, 24, 18, 9, 15

- a) 8.5 b) 10.1 c) 11.5 d) 23

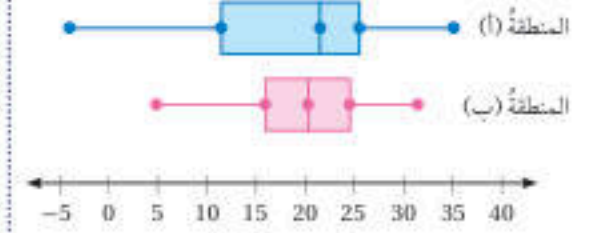
20 أي مجموعات البيانات الآتية المتدى الربيعي لها يساوي 10؟

- a) 3, 4, 9, 16, 17, 24, 31
b) 41, 43, 49, 49, 50, 53, 55
c) 12, 14, 17, 19, 19, 20, 21
d) 55, 56, 56, 57, 58, 59, 62

21 أربع بطاقات كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4، إذا سُحِبَتْ منها بطاقة عشوائيًا وأُرجِعَتْ، ثُمَّ سُحِبَتْ بطاقة أخرى عشوائيًا، فما احتمال أن تحمل البطاقتان العدد 2؟

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{16}$

درجات حرارة: يبين تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه درجة الحرارة وقت الظهيرة في المنطقتين السياحتين (أ) و (ب) على مدار العام:



درجات الحرارة ($^{\circ}\text{C}$)

(13-14) أنظر الهامش.

13 أصف الفروق بين مجموعتي البيانات.

14 ترغب ريم في قضاء شهر تموز في إحدى المنطقتين، فأأي المنطقتين أنصحها بها؟ أبرز إجابتي.

قرصان كل منهما مقسم إلى 5 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4, 5. دَوَّرَ مؤشرهما معًا مرة واحدة عشوائيًا وأوجد ناتج جمع العددين اللذين يقفان عندهما. أكمل مخطط الاحتمال المجاور، ثُمَّ أجد احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين:

15 يساوي 5 16 عددًا زوجيًا.

17 أقل من 7 (15-17) أنظر الهامش.

كتاب التمارين

الإحصاء والاحتمالات

الوحدة 9

أسعد لدراسة الوحدة

مثال: أخذنا ما إذا كانت إجابة كل سؤال إحصائي مما يأتي بيانات عددية متصلة أو منفصلة أم بيانات نوعية، ثم أكتب إجابة محتملة عن كل سؤال:

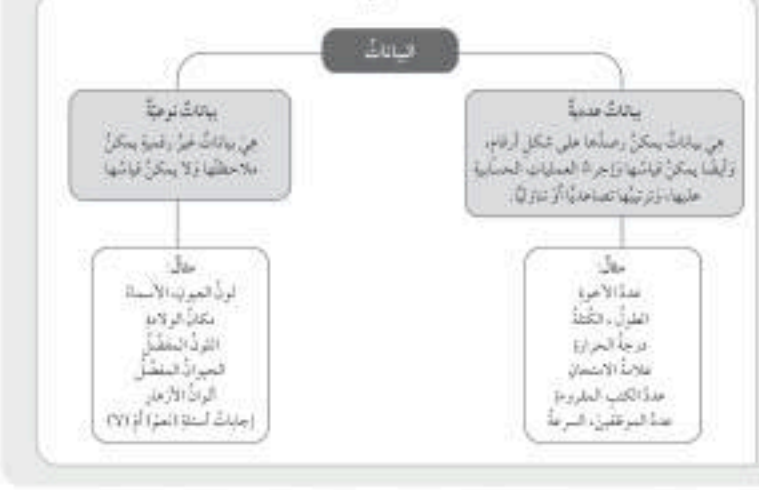
(a) ما المسافة بين منزلك والمدرسة؟

تدعى المسافات بيانات عددية متصلة يمكن قياسها وتقريبها ولا يمكن عدّها قبيها الممكنة. إجابة محتملة عن السؤال: $3 \frac{1}{2}$ km

(b) في أي يوم من أيام الأسبوع ولدت؟

أيام الأسبوع بيانات نوعية، لأنّها لا يمكن قياسها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة عن السؤال: يوم الأربعاء.

البيانات



47

الإحصاء والاحتمالات

الوحدة 9

أسعد لدراسة الوحدة

إيجاد احتمالي وقوع حدث (الدرس 4)

لدى حنين مجموعة البطاقات الآتية: إذا سحب حنين بطاقة وبها حرفاً، فأجد احتمال سحب بطاقة تحمل:

(A) (U) (S) (T) (R) (A) (L) (I) (A)

الحرف S: 1/9 الحرف Z: 0 الحرف R أو الحرف A: 2/9

مثال: لدى حنين مجموعة البطاقات الآتية: إذا سحب حنين بطاقة وبها حرفاً، فأجد:

(A) احتمال سحب بطاقة تحمل حرفاً: 1/9

عدد النتائج الممكنة (الفضاء العيني) لهذه التجربة يساوي 9، وعدد عناصر هذا الحدث يساوي 4، لأن عدد البطاقات التي تحمل حرفاً يساوي 4

$$P(\text{حرف}) = \frac{4}{9}$$

(b) احتمال سحب بطاقة تحمل حرفاً: 1/9

عدد عناصر هذا الحدث يساوي 0، لأنّه لا توجد بطاقة تحمل شكل الخماسي. $P(\text{خماسي}) = \frac{0}{9} = 0$

(c) احتمال عدم سحب بطاقة تحمل حرفاً: 1/9

عدد عناصر هذا الحدث يساوي 0، لأنّه لا توجد بطاقة لا تحمل حرفاً. $P(\text{ليست دائرة}) = \frac{0}{9}$

(d) احتمال سحب بطاقة تحمل دائرة أو حرفاً: 1/9

عدد عناصر هذا الحدث يساوي 5، لأنّه توجد بطاقة واحدة تحمل دائرة و 4 بطاقات تحمل حرفاً، ومجموعها يساوي 5

$$P(\text{دائرة أو حرف}) = \frac{5}{9}$$

48

الدراسات

1

الزبيعيّات

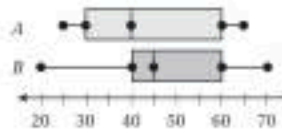
معمداً تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج المجاور، أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات A: 25

2 ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات B: 70

3 أي مجموعة البيانات لها أكبر مدى رئيسي (IQR): المجموعة A

4 أي المجموعتين لها أكبر مدى؟ المجموعة B



بين الجدول المجاور هذه البيانات التي يملكها مجموعة من الأشخاص في أداء التمارين الرياضية يومي السبت والأحد: (5-7) أنظر ملحق الإجابات.

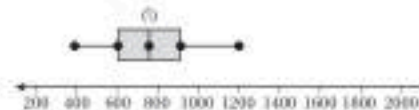
عدد دقائق التمارين الرياضية	الأحد	السبت
ليان	30	45
عنان	55	40
سامي	35	45
فرح	60	55
هدا	45	60
رائد	75	80

1 أجد المدى والمدى الرئيسي (IQR) للبيانات في كل يوم.

2 أمتل بيانات اليومين بالصندوق ذي العارضتين المزدوج.

3 أي اليومين بيانه أكثر تنوّعاً؟ أيّز إجابتي.

بين تمثيل الصندوق ذي العارضتين الآتي أعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (أ)، أمّا مدارس المدينة (ب)، فإن أقل عدد من الطلبة فيها طالب، وأكبر عدد من الطلبة 1620 طالب، ووسط أعمار الطلبة 1400 طالب، والربيع الأدنى 1100 طالب، والربيع الأعلى 1600 طالب:



1 أمتل بيانات المدينة (ب) على التمثيل السابق نفسه.

2 أصف الفروق بين مجموعتي البيانات.

49

الدراسات

2

اختيار التمثيل الأنسب

أختار التمثيل الذي يمكن من خلاله الحصول على:

1 الوسط لمجموعة من البيانات.

2 القيمة العظمى لمجموعة من البيانات.

3 التكرار لقيمة معينة من البيانات.

4 القيمة العظمى لمجموعة من البيانات.

إجابة محتملة: الساق والورقة.

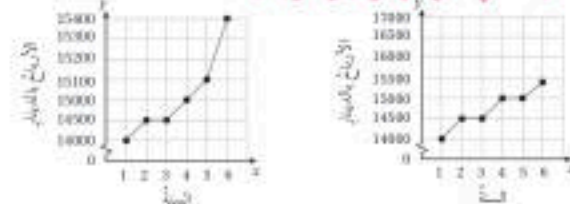
إجابة محتملة: الصندوق ذو العارضتين.

إجابة محتملة: المخطط التكراري.

إجابة محتملة: الأعمدة البيانية، أو الساق والورقة.

بين التمثيلان الآتيان الأرباح السنوية لإحدى الشركات. أي التمثيلين يعطي انطباعاً بأن أرباح الشركة تزداد سريعاً؟ أيّز إجابتي.

التمثيل الذي على اليسار لأن فرق الأرباح بين السنة 1 والسنة 2 يمثل 10 وحدات، في حين أن فرق الأرباح بين السنة 1 والسنة 6 في التمثيل الذي على اليمين يمثل 10 وحدات.



1 سأل رامي 40 امرأة و 40 رجلاً إن كانوا يتفقون أسبائهم مرتين على الأقل في اليوم، ومثل النتائج بالقطاعات الدائرية المجاورة. أكتب استدلاليين اعتماداً على التمثيل.

الاستدلال الأول: نسبة النساء اللواتي يتفقن أسبائهم مرتين على الأقل في اليوم أكبر من نسبة الرجال الذين يتفقون أسبائهم مرتين على الأقل في اليوم.

الاستدلال الثاني: نسبة الرجال الذين يتفقون أسبائهم مرتين على الأقل في اليوم أكبر من نسبة النساء اللواتي يتفقون أسبائهم مرتين على الأقل في اليوم.

يوجد على 50%.

1 عشتك براءة استبانة سألها فيها طالبات من مدرستها عن الرياضة المفضلة لديهن، ومثلت النتائج التي حصلت عليها بالتمثيل بالأعمدة المجاورة.

عزل براءة: «أنت تقع من التمثيل البياني أن نصف عدد طالبات المدرسة يتفقن كرة القدم». هل استدلال براءة صحيح؟ أيّز إجابتي.

الاستدلال غير صحيح: لأن من يتفقن كرة القدم 15 طالبة من أصل 67 طالبة، وهذا أقل من ربع الطالبات.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

يوجد على 50%.

50

كتاب التمارين

الدرس 4 احتمال الحوادث المركبة

سحبت جني بطاقة عشوائية من كل مجموعة من مجموعتي البطاقات المجاورة، ومثلت النتائج العينية للناتج المحتملة في الجدول أدناه. أجد احتمال:

1 سحب مثلث واحد فقط. $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

2 سحب شكلين لونهما أبيض. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

3 سحب شكلين لونهما أسود. $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

4 ألا يكون أحد الشكلين المسحوبين دائرة. $\frac{9}{10}$

5 أن يكون أحد أصلاح الشكلين المسحوبين أكبر أو يساوي 5. $\frac{11}{10}$

يملك سامي كيتين من الثمرات الزجاجية. ألوان الثمرات في كل كيس: أزرق، أحمر، أخضر. إذا سحب سامي ثمرة عشوائية من كل كيس، فأجد احتمال:

1 أن يكون للكرتين المسحوبتين اللون نفسه. $\frac{5}{16}$

2 أن تكون إحدى الثمرات المسحوبة على الأقل لونها أحمر. $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

في تجربة تدوير مؤشر القرصين A و B المجاورين مرة واحدة عشوائياً ولإيجاد مجموع العددين اللذين يلفّ عندهما مؤشر كل قرص، أجد احتمال أن يكون مجموع العددين:

1 يساوي 5. $\frac{1}{4}$

2 أكبر من 5. $\frac{3}{4}$

في تجربة رمي 3 قطع نقد متمايزة مرة واحدة عشوائياً وتسجيل الوجه الظاهر، أستعمل مخطط الشجرة لأجد احتمال:

1 ظهور صورة واحدة على الأقل. 11 ظهور كتابة مرتين فقط. 12 عدم ظهور كتابة.

(10-12) أنظر ملحق الإجابات.

الدرس 3 عدد النواتج

يريد جهاذ اختيار وجبة من لفيرة ومربوب.

1 أستعمل مخطط الشجرة لتحديد الخيارات الممكنة أمام جهاذ.

2 أجد عدد الخيارات الممكنة أمام جهاذ.

سحبت ثمرة عشوائية من الكيس A، ثم سحبت ثمرة عشوائية من الكيس B.

3 أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد النتائج العينية للتجربة. أنظر الهامش.

4 أجد عدد عناصر الفضاء العيني. 12

سحبت ثمرة عشوائية على التوالي من الإرجاع من كيس يحتوي ثلاث ثمرات متماثلة اللونها: أحمر (R)، أزرق (B)، أخضر (G).

5 أكمل الجدول المجاور، ثم أجد الفضاء العيني للتجربة.

6 أجد عدد عناصر الفضاء العيني. 8

أستعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني للتجربة زمني قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً، وتدوير مؤشر القرص المجاور مرة واحدة عشوائياً.

7 أنظر الهامش.

8 تكليفاً، تبغ مكتبة ثلاثة ألوان بسط بطاقات الملاحظات: أصفر، أخضر، أزرق، وسن كل لون توجد ثلاثة أحجام مختلفة: صغير، وسطي، كبير. أستعمل مخطط الشجرة لتحديد الخيارات الممكنة جميعها لشراء بطاقة ملاحظات.

9 أنظر الهامش.

إجابات - كتاب التمارين - الدرس 3:

7)

		تدوير مؤشر القرص				
		1	2	3	4	5
رمي قطعة نقد	H	H, 1	H, 2	H, 3	H, 4	H, 5
	T	T, 1	T, 2	T, 3	T, 4	T, 5

8)

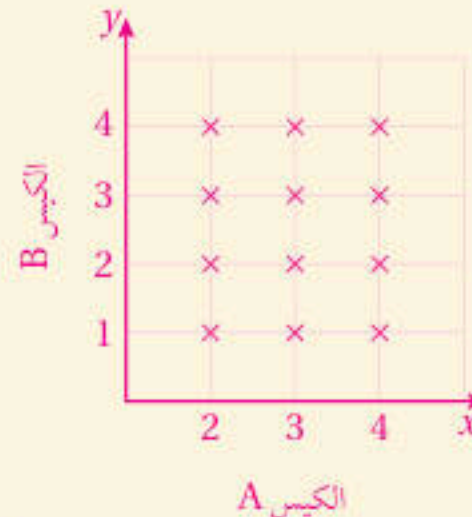


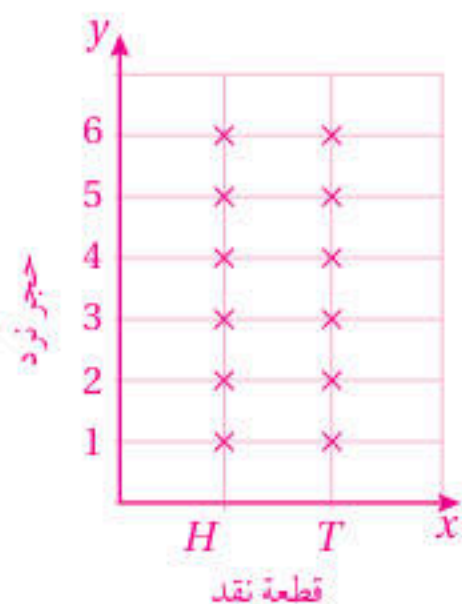
(1)



2) 9

3)

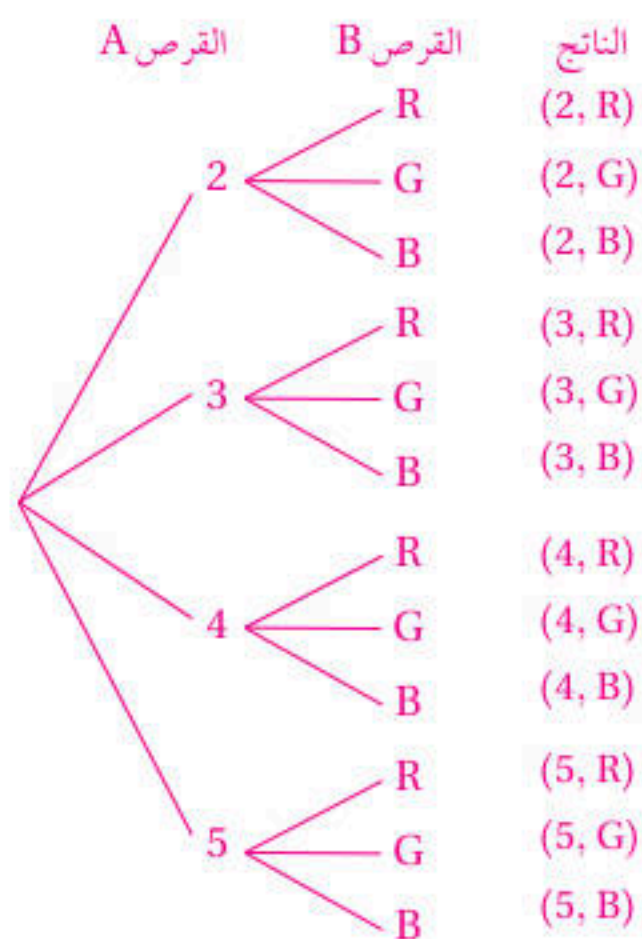




		السحب الثانية			
		R	G	B	Y
السحب الأولى	R		R, G	R, B	R, Y
	G	G, R		G, B	G, Y
	B	B, R	B, G		B, Y
	Y	Y, R	Y, G	Y, B	

الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(R, G), (R, B), (R, Y), (G, R), (G, B), (G, Y), (B, R), (B, G), (B, Y), (Y, R), (Y, G), (Y, B)$

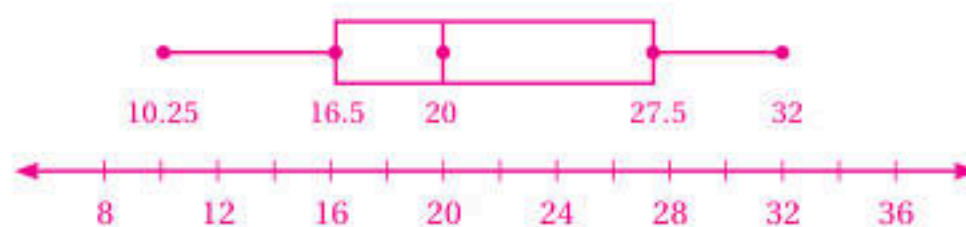


(5)

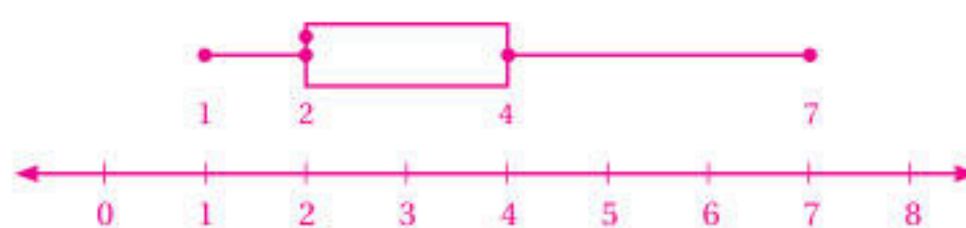
الدرس 1 (أندرب وأحل المسائل):

(8) المدى: 21.75

المدى الربيعي: 11

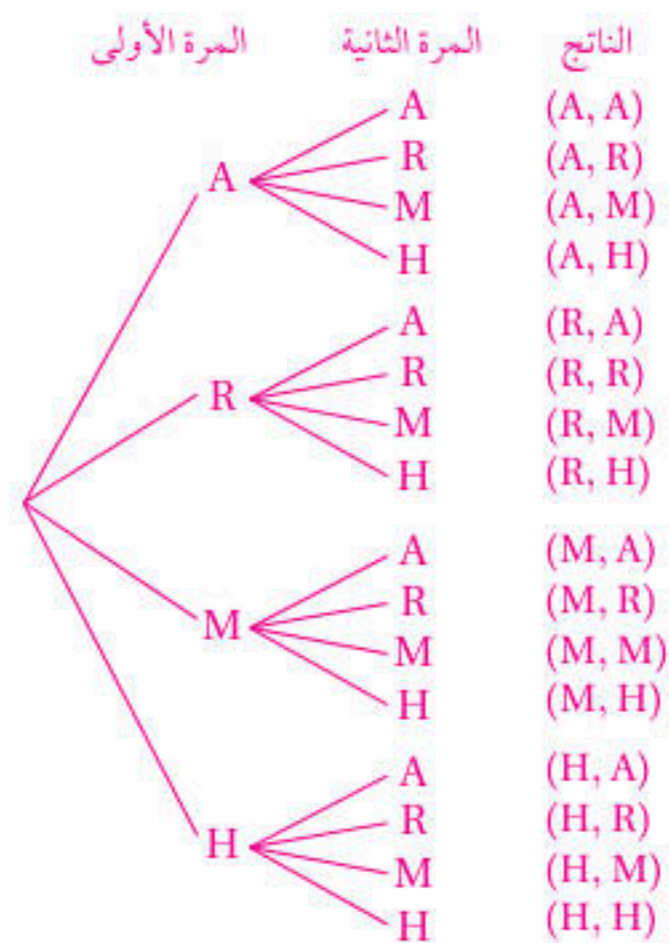


(9)

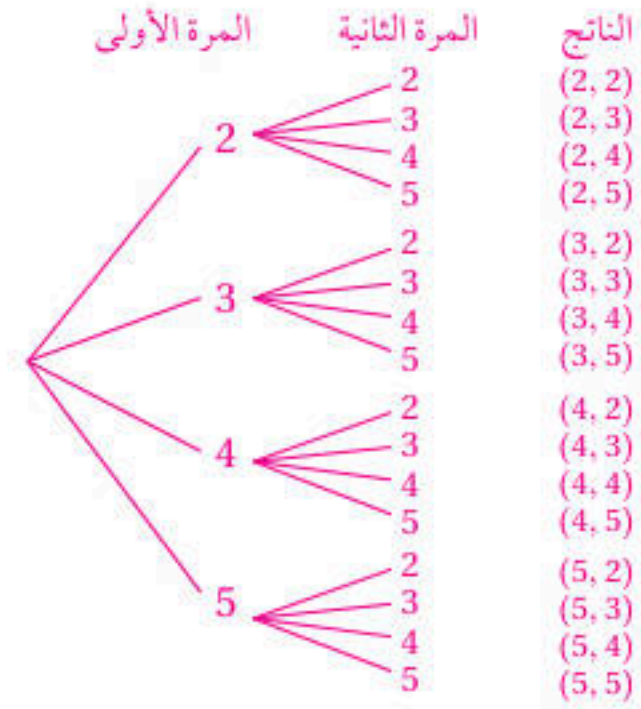


الدرس 3 (أندرب وأحل المسائل):

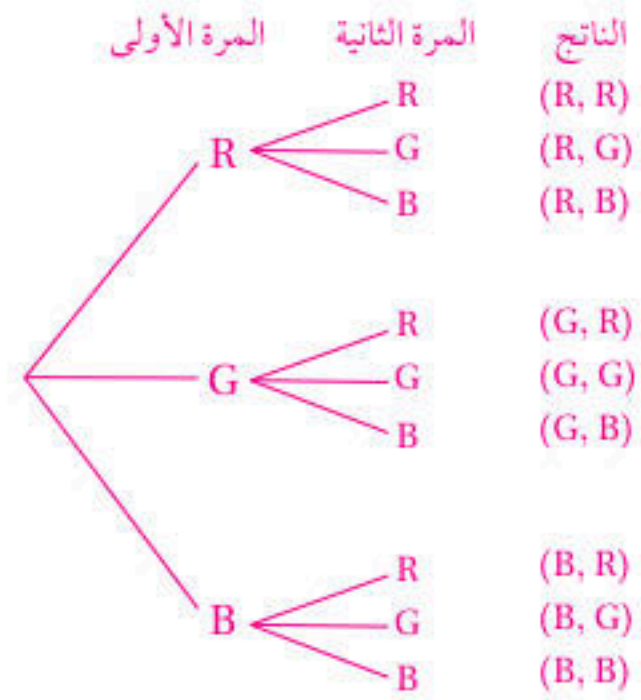
(1)



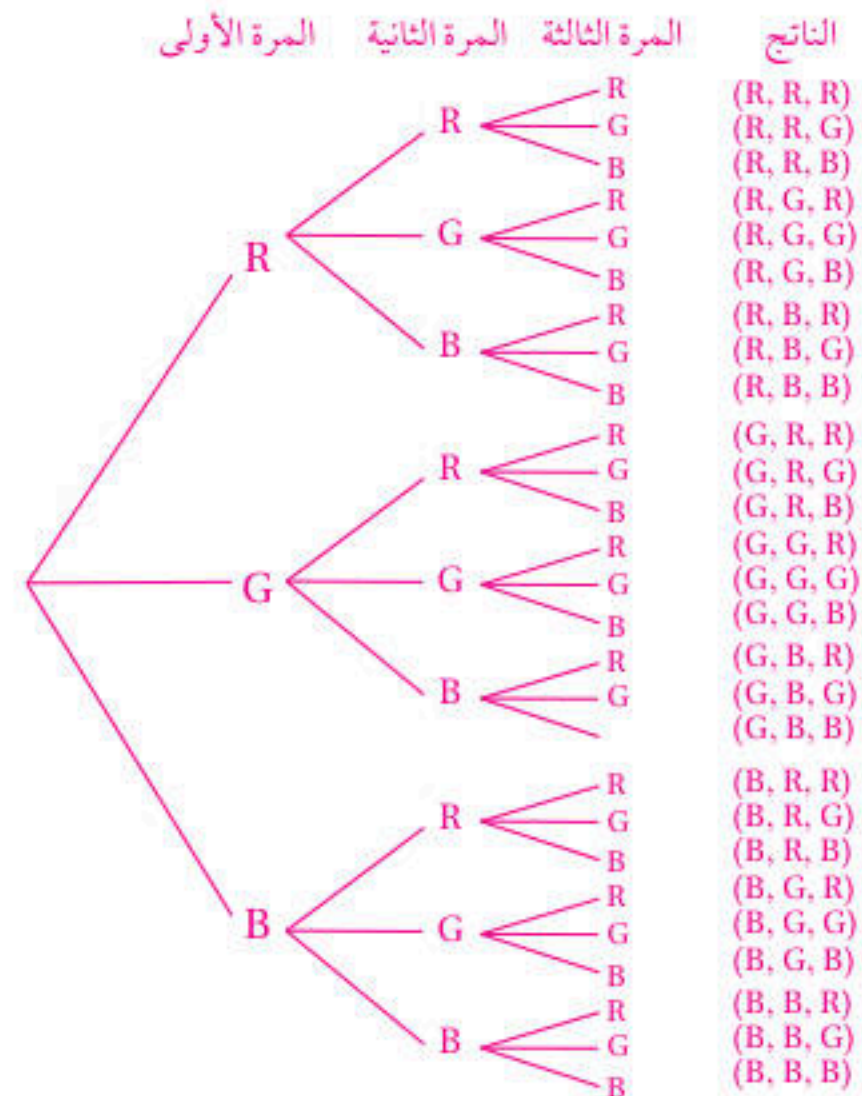
(6)



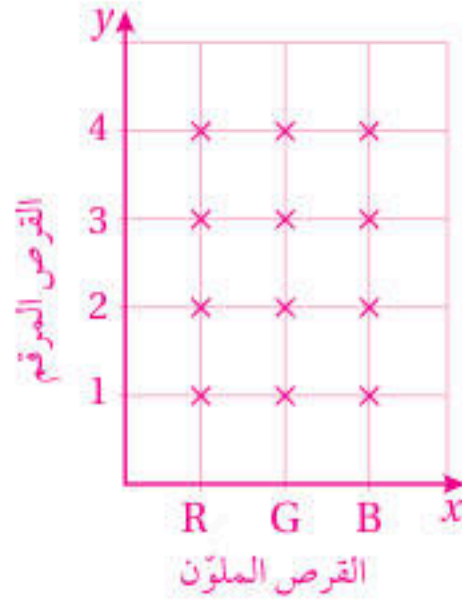
(7)



(8)



(9)



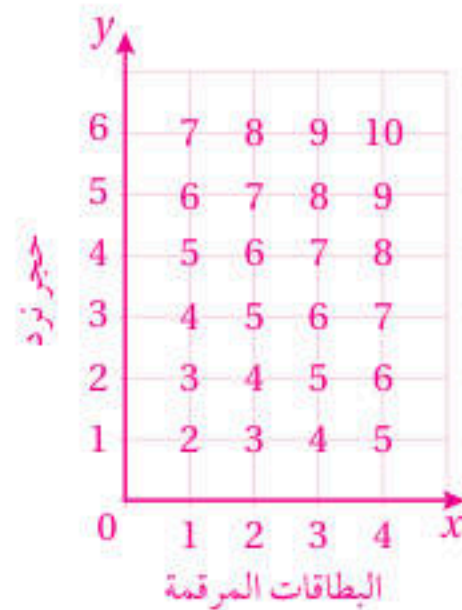
(11)

		لون المشغل				
		أسود	زهري	أزرق	أخضر	فضي
سعة المشغل GB	2	أسود, 2	زهري, 2	أزرق, 2	أخضر, 2	فضي, 2
	4	أسود, 4	زهري, 4	أزرق, 4	أخضر, 4	فضي, 4
	8	أسود, 8	زهري, 8	أزرق, 8	أخضر, 8	فضي, 8
	16	أسود, 16	زهري, 16	أزرق, 16	أخضر, 16	فضي, 16

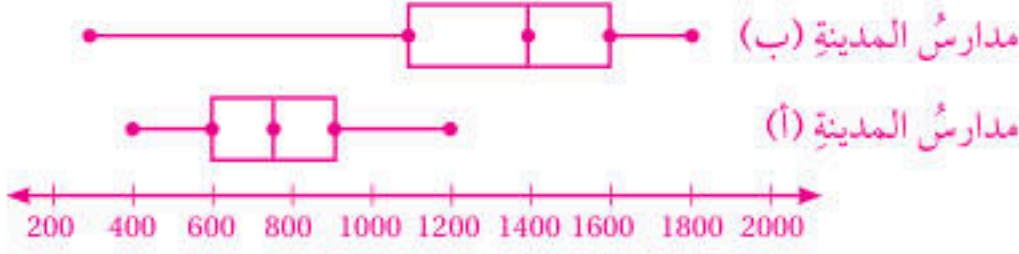
الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

8) $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

9) $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$



(8)



(9)

- ألاحظ أن المدى والمدى الربيعي لأعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكبر من المدى والمدى الربيعي في مدارس المدينة (أ)، ومنه فإن أعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكثر تشتتًا.

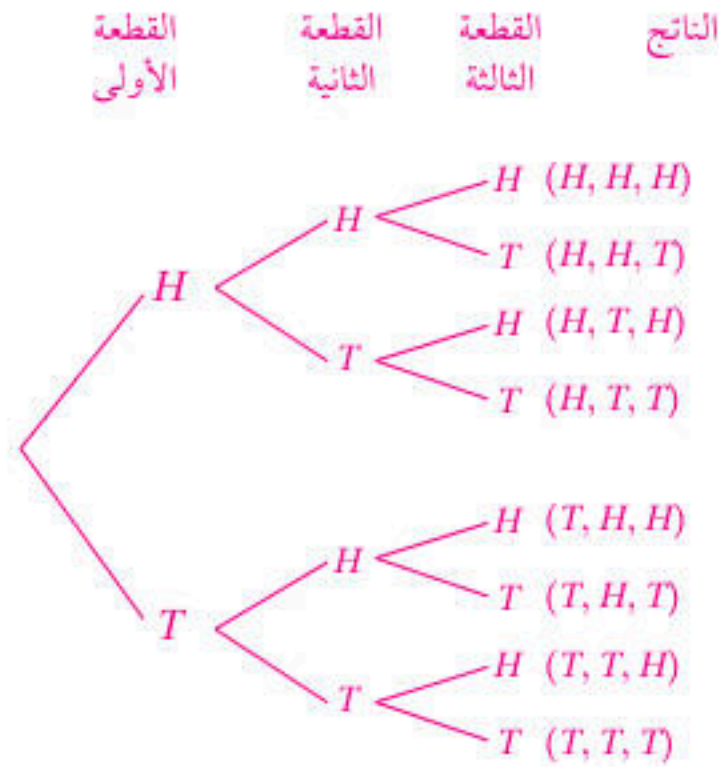
- ألاحظ أن الربع الأدنى والربع الأعلى والوسيط في مدارس المدينة (ب) أكبر منه في مدارس المدينة (أ)، وهذا يدل على كثافة سكانية أعلى في المدينة (ب).

كتاب التمارين - الدرس 4:

10) $\frac{7}{8}$

11) $\frac{3}{8}$

12) $\frac{1}{8}$



كتاب التمارين - (أستعد لدراسة الوحدة):

5)

الساق	الورقة
1	9
2	1 6 7
3	3 4 5 5 6 8
4	1 5
5	2 3

المفتاح: $1|9 = 19$

6)

الساق	الورقة
12	5 5 8
13	1 4 4 6 9
14	3 7 8
15	2

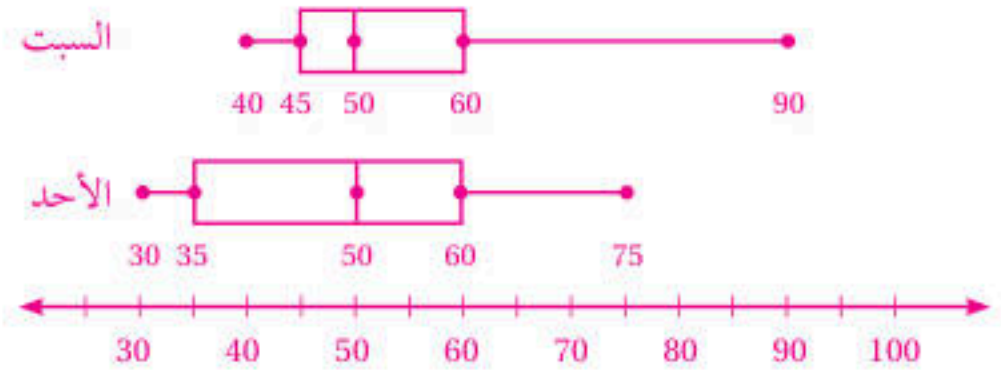
المفتاح: $12|5 = 12.5$

كتاب التمارين - الدرس 1:

(5) - السبت: المدى 50، المدى الربيعي 15

- الأحد: المدى 45، المدى الربيعي 25

(6)



(7) بيانات يوم الأحد أكثر تشتتًا؛ لأن المدى الربيعي لها 25 والمدى الربيعي لبيانات يوم السبت 15

أوراق المصادر

ورقة المصادر 1 : شبكة المتباينات

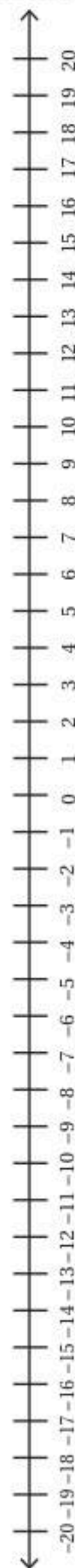
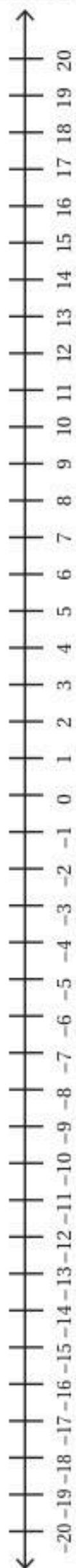
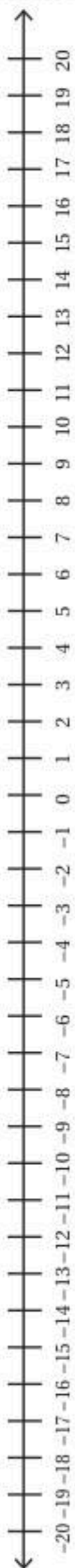
$\wedge$

$\vee$

ورقة المصادر 2 : بطاقات الأعداد (من 10- إلى 10)

-10	-9	-8	-7	-6
-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10				

ورقة المصادر 3 : خط أعداد (من 20 – إلى 20)

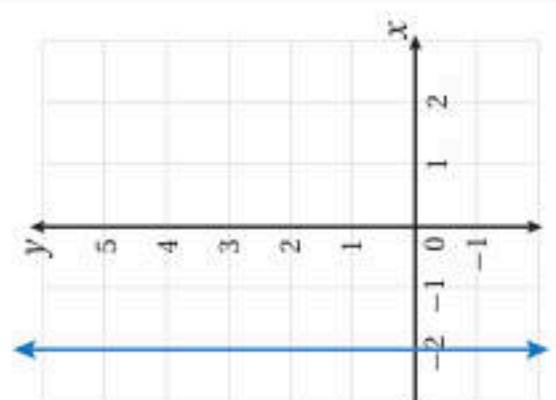
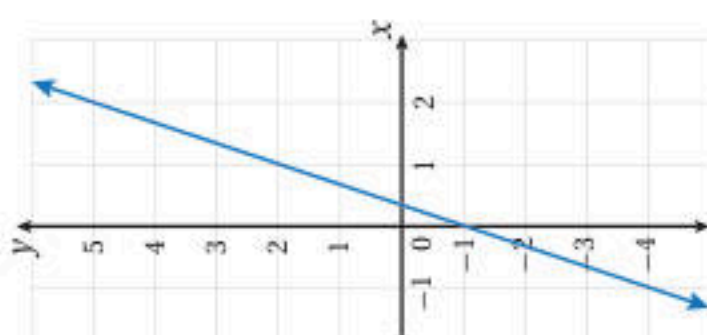
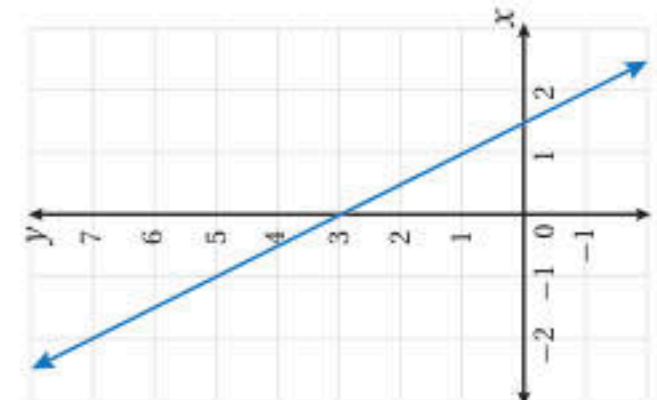
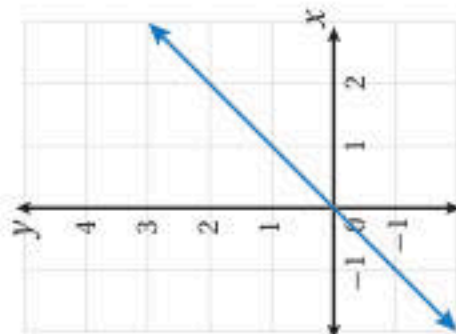
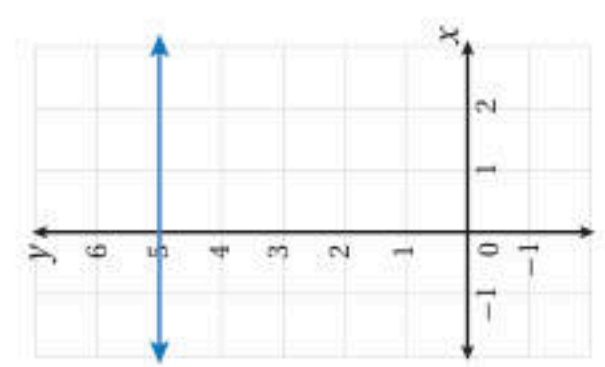
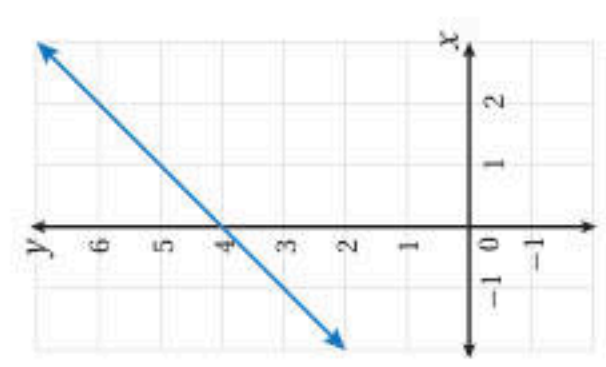
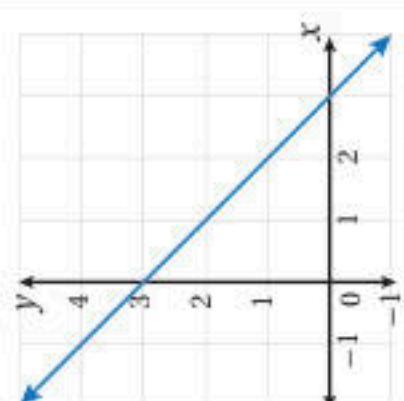
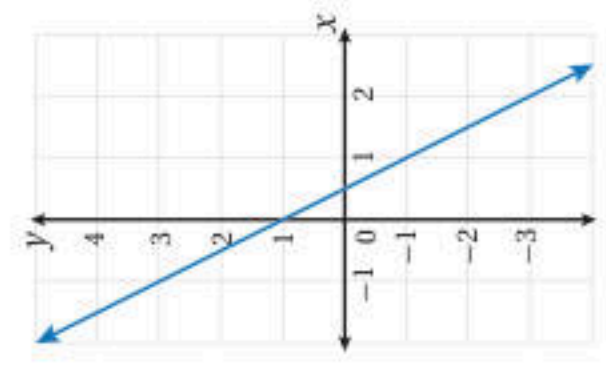


ورقة المصادر 4 : لعبة التعويض



الناتج -10	إذا كانت $x = 3$ ، فما قيمة $(-7 - x)$ ؟
الناتج -9	إذا كانت $x = 2$ ، فما قيمة $(1 - 5x)$ ؟
الناتج -8	إذا كانت $x = -3$ ، فما قيمة $(3x + 1)$ ؟
الناتج -7	إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(3x - 4)$ ؟
الناتج -6	إذا كانت $x = -2$ ، فما قيمة $(3x)$ ؟
الناتج -5	إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(3x - 2)$ ؟
الناتج -4	إذا كانت $x = 6$ ، فما قيمة $(2 - x)$ ؟
الناتج -2	إذا كانت $x = 5$ ، فما قيمة $(3 - x)$ ؟
الناتج -1	إذا كانت $x = -2$ ، فما قيمة $(1 + x)$ ؟
الناتج 1	إذا كانت $x = 7$ ، فما قيمة $(8 - x)$ ؟
الناتج 2	إذا كانت $x = -5$ ، فما قيمة $(x + 7)$ ؟
الناتج 4	إذا كانت $x = -6$ ، فما قيمة $(10 + x)$ ؟
الناتج 5	إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(2 - 3x)$ ؟
الناتج 6	إذا كانت $x = -4$ ، فما قيمة $(2 - x)$ ؟

ورقة المصادر 6 : مطابقة التمثيلات البيانية

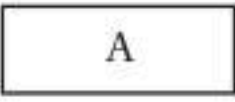
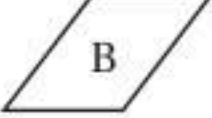
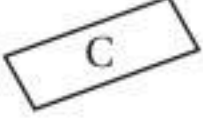
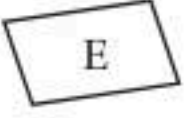
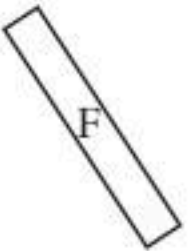
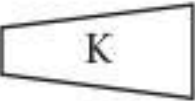
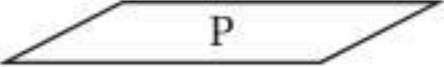
<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	5	3	1	-1	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	4	3	2	1
x	-1	0	1	2																	
y	5	3	1	-1																	
x	-1	0	1	2																	
y	4	3	2	1																	
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	x	-2	-2	-2	-2	y	-1	0	1	2	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	-1	0	1	2
x	-2	-2	-2	-2																	
y	-1	0	1	2																	
x	-1	0	1	2																	
y	-1	0	1	2																	
<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-4</td><td>-1</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	-4	-1	2	5	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	5	5	5	5
x	-1	0	1	2																	
y	-4	-1	2	5																	
x	-1	0	1	2																	
y	5	5	5	5																	
<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	3	4	5	6	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>1</td><td>-1</td><td>-3</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	y	3	1	-1	-3
x	-1	0	1	2																	
y	3	4	5	6																	
x	-1	0	1	2																	
y	3	1	-1	-3																	
																					
																					
																					
																					

ورقة المصادر 7 : حلُّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف

$x + 2y = 15$	$3x + 2y = 18$	$x + y = 11$
$3x + 7y = 47$	$5x + 2y = 43$	$x + 7y = 27$
$x - 7y = 13$	$x - 3y = 17$	$5x - 3y = 97$
$x + 2y = 30$	$3x - 2y = 6$	$x - y = 3$

ورقة المصادر 8 : الأشكال الرباعية

1) أستخدمُ مسطرةً مدرّجةً لتصنيف كلِّ من الأشكال الهندسيّة (المضلعات الرباعيّة) بتلوينها وفق الألوان في عمود التصنيف:

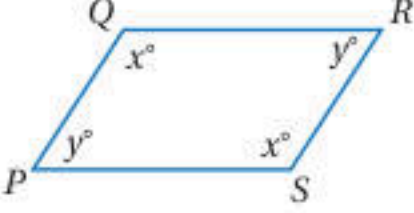
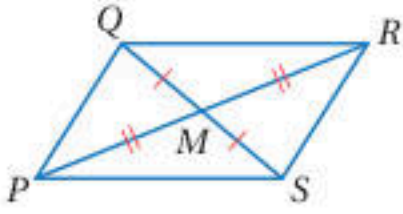
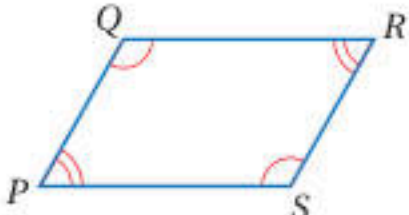
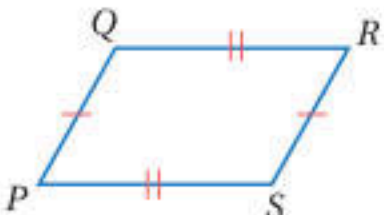
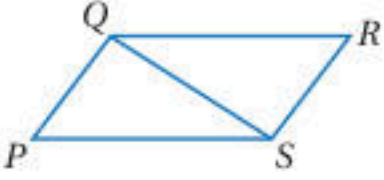
الأشكال الهندسيّة (المضلعات الرباعيّة)	التصنيف
    	مربع Square 
    	مستطيل Rectangle  معين Rhombus 
    	متوازي أضلاع Parallelogram  شبه منحرف Trapezium 
    	رباعي غير منتظم Quadrilateral 

2) أختار ممّا بين القوسين للحصول على عبارة صحيحة دائماً، وأبرّر إجابتي:

- كلُّ مستطيل هو: (معينٌ ، مربعٌ ، متوازي أضلاع)
- كلُّ معين هو: (مستطيلٌ ، متوازي أضلاع ، مربع)
- كلُّ مربع هو: (متوازي أضلاع ، معينٌ ، مستطيلٌ)

ورقة المصادر 9 : لعبة التوصيل

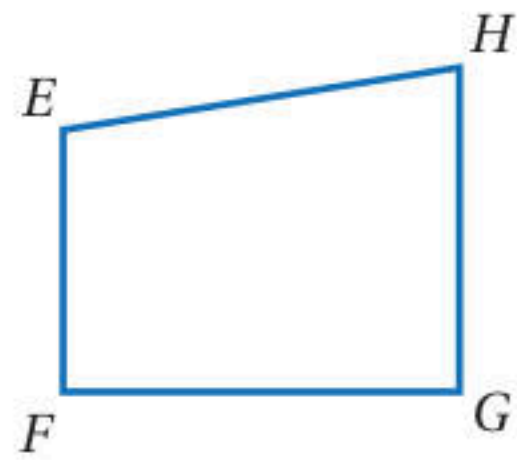
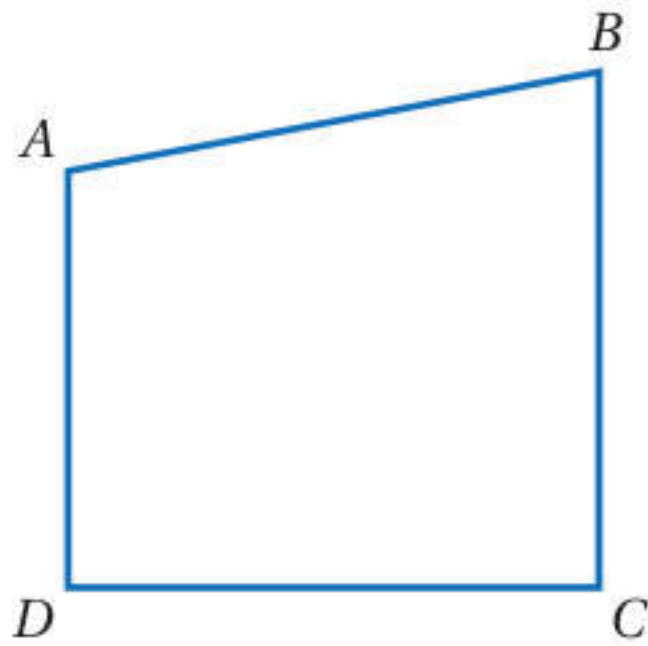
أصل بين نص النظرية والشكل المناسب المرافق لها:

الشكل	نص النظرية
	إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربعة قوائم.
	إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
	إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متطابقة.
	إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر.
	إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين.
	إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الزوايا المتقابلة متطابقة.

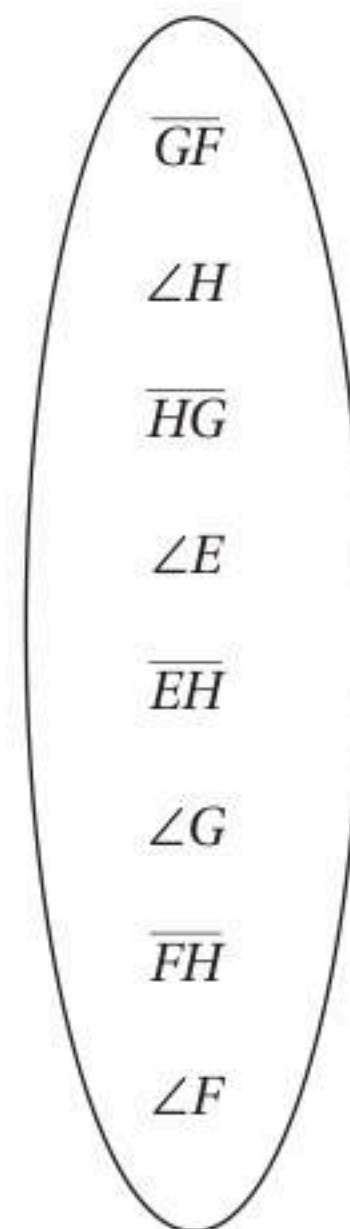
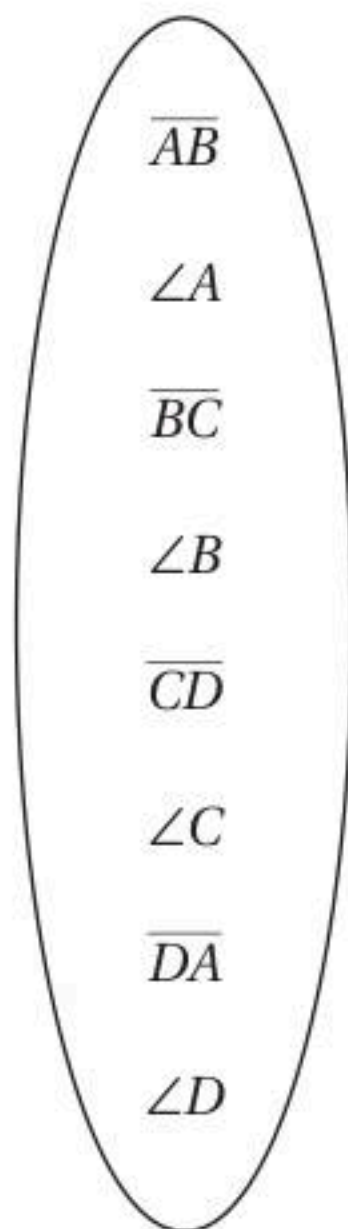
ورقة المصادر 10 : أنا أفكر في ...

رسم الشكل وتسميته (باللغتين العربية والإنجليزية)	أنا أفكر في ...
	« شكل رباعي. « له محاور تماثل بعدد أضلاعه. « جميع أضلاعه متطابقة. « جميع زواياه قوائم.
	« شكل رباعي « له محورا تماثل. « فيه كل ضلعين متوازيان ومتطابقان. « جميع زواياه قوائم.
	« شكل رباعي. « ليس له محاور تماثل. « فيه كل ضلعين متوازيان ومتطابقان.
	« شكل رباعي. « له محورا تماثل. « جميع أضلاعه متطابقة.
	« شكل رباعي. « يمكن أن يكون له محور تماثل واحد. « فيه ضلعان متوازيان.
	« شكل رباعي. « له محور تماثل واحد. « فيه زوجان من الأضلاع المتطابقة.

ورقة المصادر 11 : الزوايا والأضلاع المتناظرة

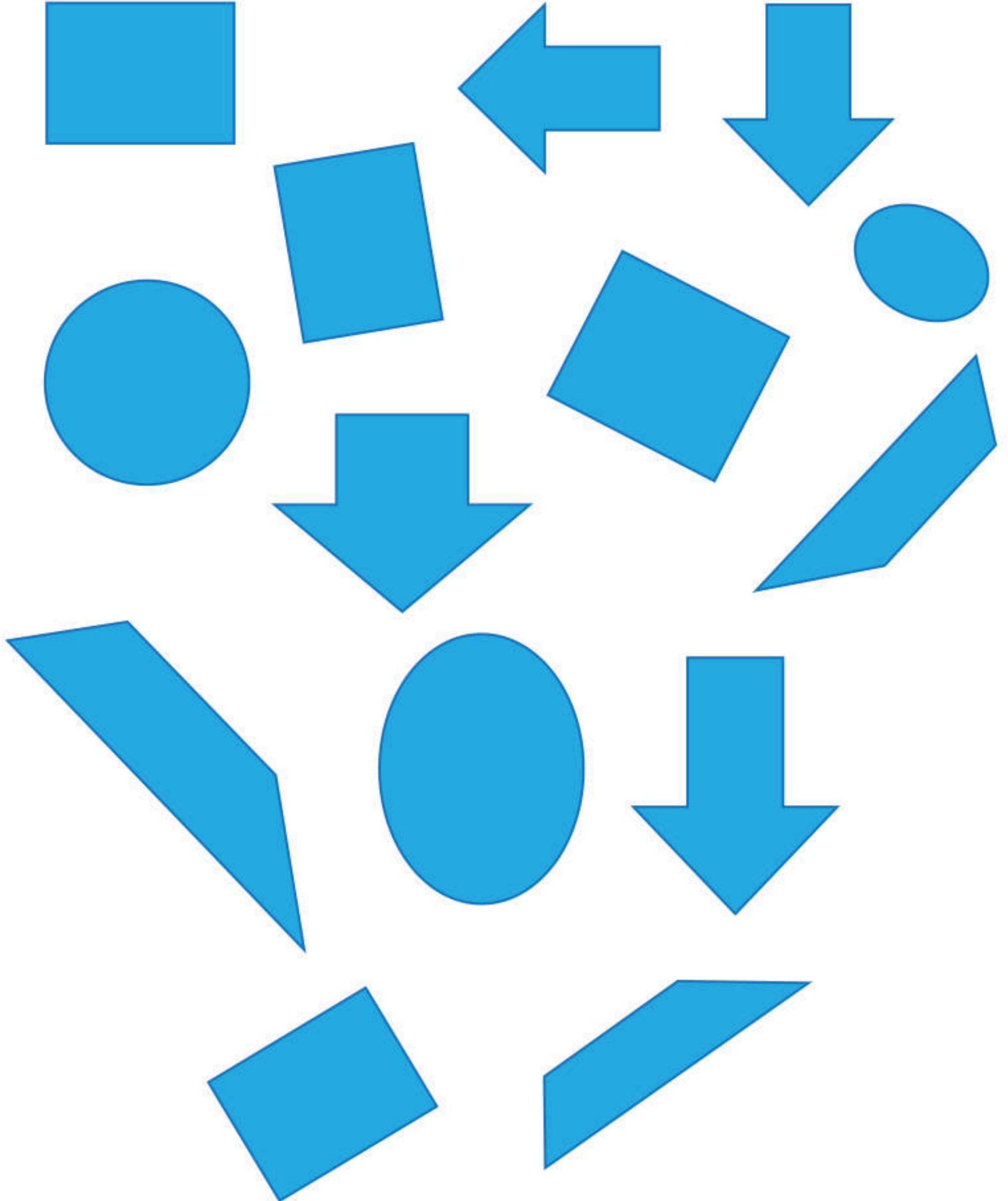


اعتمادًا على الشكل أعلاه، أصل بخط بين الزوايا والأضلاع المتناظرة في القائمتين أدناه:

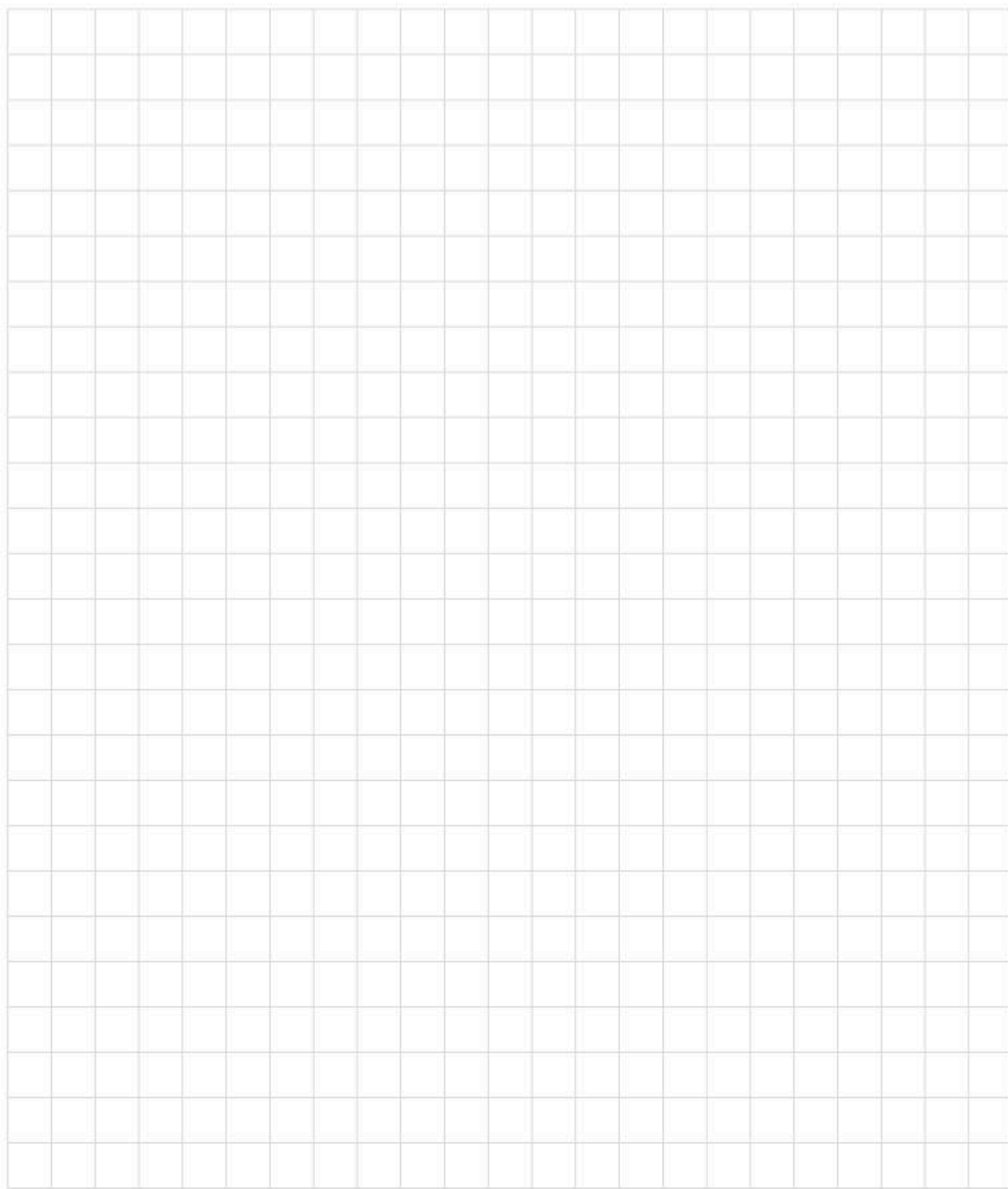


ورقة المصادر 12 : التطابق والتكبير

أضع إشارة (✓) على الأشكال المتطابقة، وإشارة (X) على الشكل وصورته الناتجة من التكبير في كل مما يأتي:

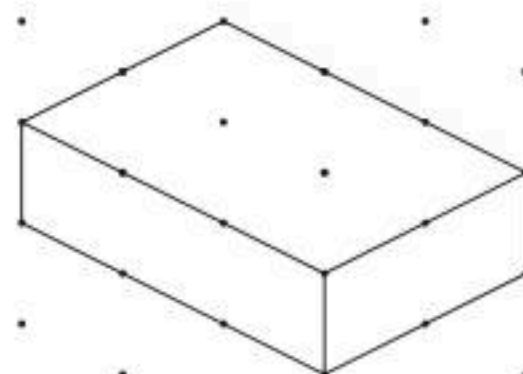
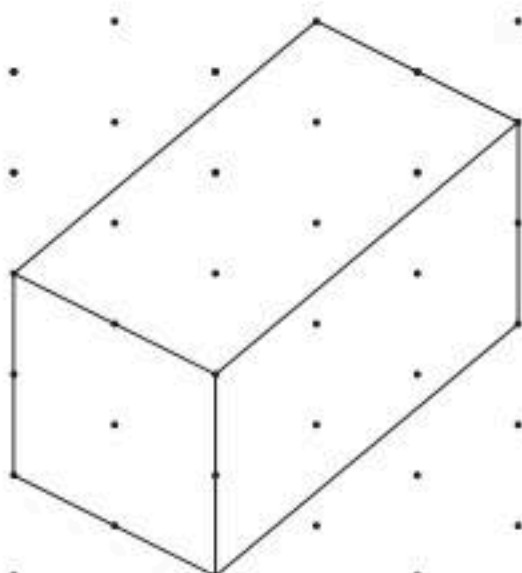
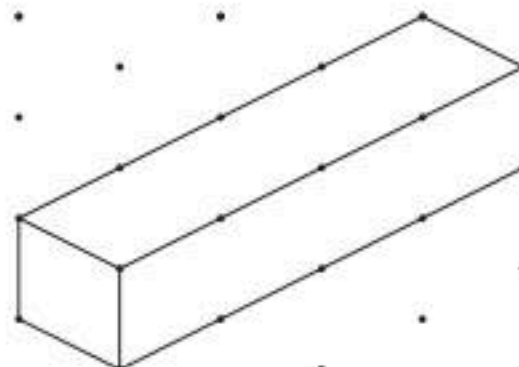
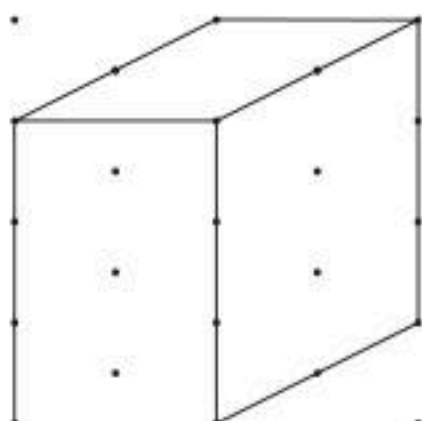
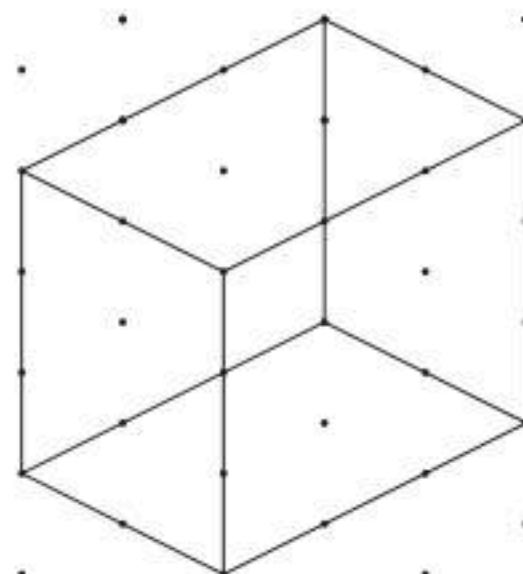
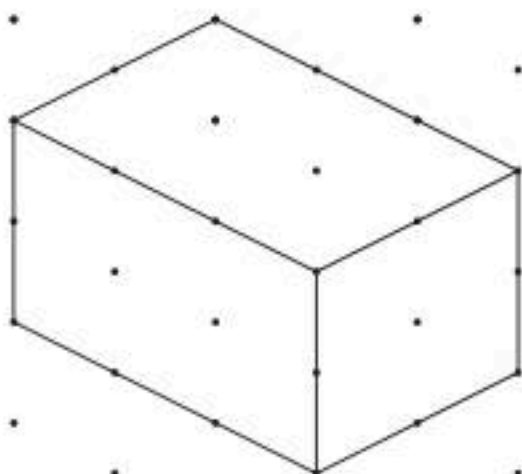


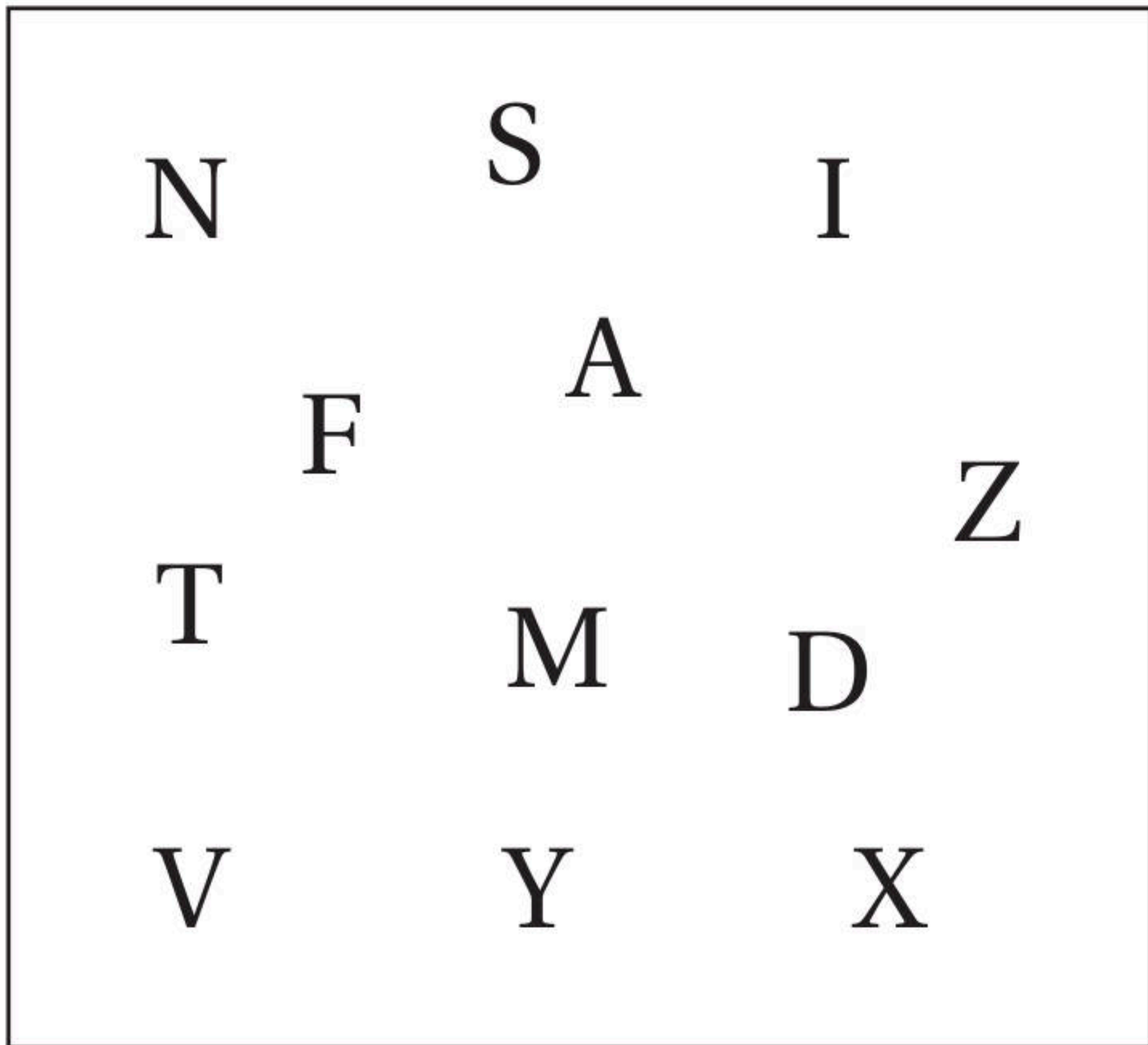
ورقة المصادر 13 : شبكة مربعات



ورقة المصادر 14 : أيّ الرسومات صحيحة؟

أيّ الأشكال الآتية مرسوم بشكل صحيح على الورق المنقط متساوي القياس؟ أبرّر إجابتني.





ورقة المصادر 16 : نشاط أسئلة إحصائية

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيطُ النقاط في المحاولات الثمانية 10؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان المدى للنقاط في المحاولات الثمانية 9؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 9.5؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيطُ النقاط في المحاولات الثمانية 11؟

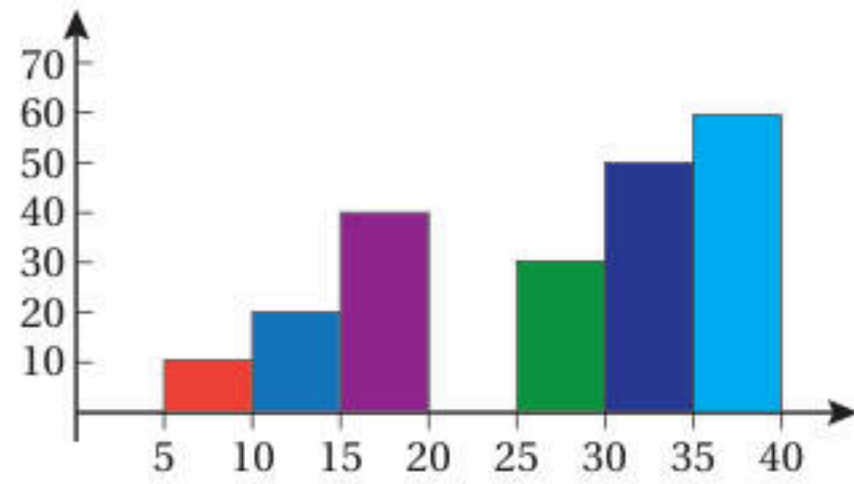
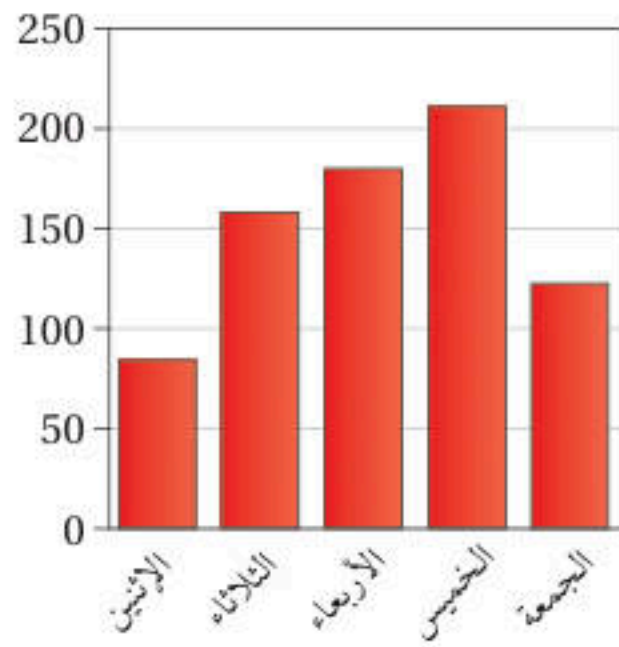
ورقة المصادر 17 : سرعة ردة الفعل

اللاعب 2	اللاعب 1	رقم المحاولة
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10

الوسط الحسابي للاعب 2	الوسط الحسابي للاعب 1
-----------------------	-----------------------

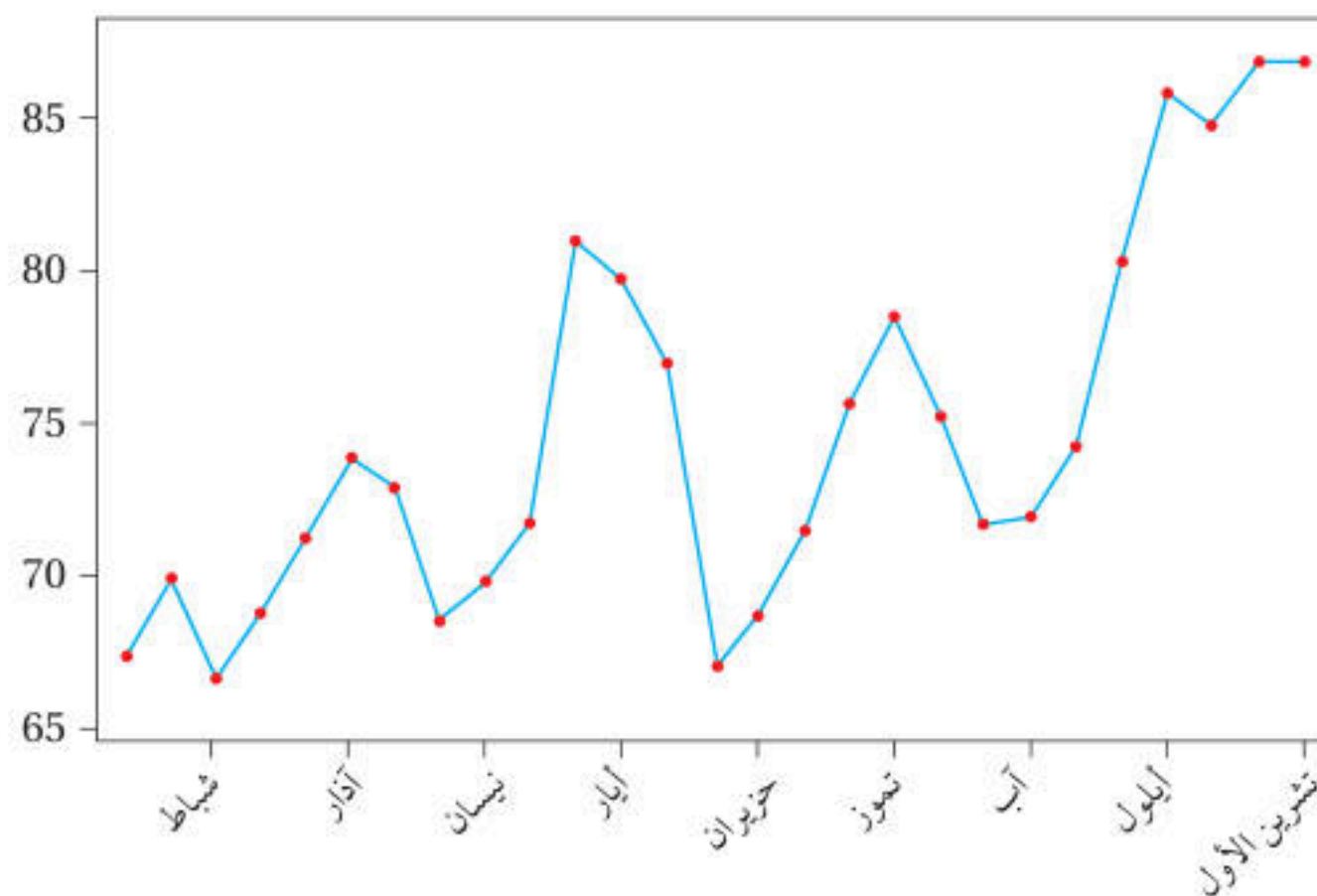
اللاعب الأسرع هو ؛ لأنه

ورقة المصادر 18 : تمثيلات بيانية



5	6
6	7, 7, 9
7	2, 4, 7, 7, 8
8	1, 2, 2, 3, 4, 8
9	0, 2, 3, 4

المفتاح 5 | 6 = 56%



ورقة المصادر 19 : ورقة بيانات التحقق من التقدير

الشخص	الجنس	اليَد	التقدير
31	ذكر	اليمنى	49
32	أنثى	اليمنى	57
33	ذكر	اليمنى	79
34	أنثى	اليمنى	78
35	ذكر	اليسرى	80
36	أنثى	اليمنى	95
37	ذكر	اليمنى	80
38	أنثى	اليمنى	92
39	أنثى	اليمنى	150
40	ذكر	اليسرى	50
41	أنثى	اليمنى	198
42	ذكر	اليمنى	43
43	ذكر	اليمنى	100
44	ذكر	اليمنى	70
45	أنثى	اليمنى	43
46	أنثى	اليمنى	50
47	أنثى	اليمنى	60
48	أنثى	اليمنى	68
49	أنثى	اليسرى	50
50	أنثى	اليمنى	70
51	ذكر	اليمنى	801
52	أنثى	اليسرى	105
53	أنثى	اليمنى	210
54	أنثى	اليمنى	98
55	ذكر	اليمنى	60
56	أنثى	اليمنى	45
57	ذكر	اليمنى	50
58	ذكر	اليمنى	100
59	أنثى	اليمنى	296
60	ذكر	اليسرى	50

الشخص	الجنس	اليَد	التقدير
1	ذكر	كلتا اليدين	100
2	أنثى	اليمنى	150
3	أنثى	اليمنى	100
4	ذكر	اليمنى	200
5	أنثى	اليمنى	75
6	أنثى	اليمنى	160
7	أنثى	اليسرى	100
8	ذكر	اليمنى	500
9	أنثى	اليمنى	100
10	ذكر	اليسرى	140
11	أنثى	اليمنى	100
12	أنثى	اليمنى	150
13	أنثى	اليسرى	200
14	ذكر	اليمنى	102
15	ذكر	اليمنى	100
16	ذكر	اليمنى	105
17	أنثى	اليمنى	140
18	ذكر	اليمنى	214
19	أنثى	اليمنى	214
20	ذكر	اليمنى	214
21	ذكر	اليمنى	214
22	ذكر	اليمنى	214
23	ذكر	اليمنى	214
24	ذكر	اليمنى	100
25	أنثى	اليمنى	87
26	ذكر	اليمنى	50
27	أنثى	اليمنى	73
28	أنثى	اليمنى	45
29	ذكر	اليمنى	50
30	أنثى	اليمنى	50